

**І.В. Зімчук, к.т.н., доц.**  
**В.І. Іщенко, к.т.н., доц.**  
**І.А. Охрімчук, викладач**

*Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова*

## **МЕТОДИКА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄКТІВ УПРАВЛІННЯ АВТОМАТИЧНИХ СЛІДКУВАЛЬНИХ СИСТЕМ**

*Визначальним фактором успішного розв'язання задачі синтезу оптимальних систем управління різними процесами є адекватність математичної моделі об'єкта управління. На практиці параметри об'єктів можуть відрізнятися від апріорно прийнятих, що спричиняє необхідність їх уточнення. У зв'язку з цим, в статті викладено результати розробки та застосування методики ідентифікації параметрів математичних моделей об'єктів управління автоматичних слідкувальних систем. Поставлена в статті задача розв'язується при умові, що об'єкт управління є повністю спостерігаємим та керованим, а диференціальне рівняння, яким він описується, апріорно відоме. Визначенню підлягають значення коефіцієнтів цього рівняння. Критерієм якості ідентифікації є мінімізація інтегрального значення квадрата помилки ідентифікації. В основу методики покладено опис динаміки об'єкта у просторі стану. За векторно-матричним поданням моделі синтезовано рівняння ідентифікації, яке описує взаємний зв'язок коефіцієнтів матриць стану та управління з входами та виходами об'єкта. Початковими даними для розрахунків є результати експериментального дослідження реакції фазових координат об'єкта управління на типовий вхідний сигнал. Процес розрахунку параметрів моделі зводиться до розв'язання системи рівнянь першого порядку кожне. Застосування викладеного підходу показано на прикладі ідентифікації коефіцієнтів передаточної функції об'єкта управління першого порядку. Наводяться результати цифрового моделювання, які підтверджують справедливості викладених математичних розрахунків. Викладений підхід дозволяє здійснювати ідентифікацію моделей як одновимірних, так і багатовимірних об'єктів та не потребує великого об'єму розрахунків для своєї реалізації. Порядок моделі, яка ідентифікується, обмежений можливостями вимірювання відповідних фазових координат об'єкта управління. Практична значущість роботи полягає у створенні теоретико-методологічної основи ідентифікації параметрів математичних моделей об'єктів управління з подальшим використанням отриманих результатів в процесі синтезу та експлуатації систем управління різного призначення.*

**Ключові слова:** ідентифікація; об'єкт управління; перехідна характеристика; автоматичні слідкувальні системи.

**Постановка проблеми.** Наявність математичної моделі об'єкта управління (ОУ) є необхідною умовою вирішення задач проектування та експлуатації систем автоматичного управління (САУ). Апріорно розрахована математична модель ОУ, як правило, відрізняється від реальної, що приводить до зниження якості управління [6, с. 61; 7, с. 81]. Постає задача ідентифікації структури та параметрів математичної моделі ОУ.

Ідентифікацією є визначення структури та параметрів математичної моделі, які забезпечують найкраще збігання вихідних координат моделі та реальної системи при однакових вхідних впливах [1, с. 155; 4, с. 107; 5, с. 31; 12, с. 25].

Результат ідентифікації математичної моделі об'єкта значною мірою залежить від об'єму апріорної інформації про структуру об'єкта і об'єму вимірювальної інформації. Обидва види інформації необхідні при синтезі моделі, однак вони відіграють різні функції. Апріорні відомості допомагають визначити структуру моделі (кількість входів та виходів, зв'язки між ними). Таку процедуру називають ідентифікацією в широкому розумінні, чи структурною ідентифікацією [4, с. 108; 5, с. 33]. Якщо структура системи відома, то задача ідентифікації полягає в оцінюванні параметрів за результатами спостережень вхідних та вихідних сигналів. Таку процедуру називають ідентифікацією у вузькому розумінні або параметричною ідентифікацією [4, с. 108; 5, с.33; 12, с. 26].

**Огляд останніх досліджень та публікацій.** Питання ідентифікації параметрів математичної моделі ОУ за експериментальними даними широко висвітлене у сучасній літературі. На даний момент існує різноманіття підходів, способів і методів параметричної ідентифікації [3, с. 68; 8, с. 11; 11, с. 21; 9, с. 155]. Одним із базових підходів до визначення параметрів моделей є метод найменших квадратів (МНК) [1, с. 154; 3, с. 72; 11, с. 21; 9, с. 160; 12, с. 64] та його різноманітні модифікації [3, с. 69; 12, с. 65]: узагальнений МНК, метод зважених найменших квадратів, метод штрафних функцій та ін. Поряд з МНК існують інші методи ідентифікації, які також знаходять широке застосування на практиці, наприклад, метод

максимальної правдоподібності, байєсовські оцінки, метод інструментальної змінної та інші [9, с. 155; 10, с. 121; 11, с. 30; 12, с. 65]. Основний недолік більшості вищеперерахованих методів – великий об'єм кількості вимірювань та розрахунків.

Одним із найпоширеніших в застосуванні на практиці є графічний метод визначення аналітичного виразу перехідної характеристики за експериментально отриманою реакцією об'єкта на управляючу вхідну дію [2, с. 65; 3, с. 45]. Перевагою даного методу є простота формування тестового сигналу і обробки вихідного сигналу, малий час вимірювання. Однак невисока точність ідентифікації, залежність від амплітуди вхідного впливу, низька завадостійкість обмежують його застосування [3, с. 18; 8, с. 65, 70].

Проведений аналіз спонукає до розробки більш оригінальних підходів для розв'язання задачі ідентифікації параметрів математичної моделі ОУ.

**Формулювання завдання дослідження.** Припускається, що ідентифікуємий ОУ описується рівнянням:

$$\bar{\dot{x}}(t) = A \cdot \bar{x}(t) + B \cdot \bar{u}(t), \quad (1)$$

де  $\bar{x}(t)$  –  $n$ -мірний вектор стану;

$\bar{u}(t)$  –  $m$ -мірний вхідний вектор управління (вхідний сигнал);

$A$  – матриця стану;

$B$  – матриця управління.

Задача полягає у визначенні параметрів математичної моделі ОУ (матриць  $A$  та  $B$ ).

Умовою ідентифікації є математичний опис моделі ОУ в загальному вигляді.

Критерієм якості ідентифікації є мінімізація цільової функції [12, с. 31]:

$$J = \int_0^T (x(t) - x_M(t))^2 dt, \quad (2)$$

де  $x(t)$ ,  $x_M(t)$  – виходи ОУ та моделі ОУ відповідно.

**Викладення основного матеріалу.** Початкові рівняння (1) подаються у вигляді:

$$\bar{\dot{x}}(t) = [A, B] \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \bar{u}(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

що дає змогу отримати розширений вектор стану розмірністю  $(n \times m)$ .

Припускається, що вектори  $\bar{\dot{x}}(t)$ ,  $\bar{x}(t)$ ,  $\bar{u}(t)$  доступні для вимірювання, а їх значення в дискретні моменти часу  $t_1, t_2 \dots t_k$  відповідають рівнянням:

$$\begin{aligned} \bar{\dot{x}}(t_1) &= [A, B] \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}(t_1) \\ \bar{u}(t_1) \end{bmatrix}, \\ \bar{\dot{x}}(t_2) &= [A, B] \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}(t_2) \\ \bar{u}(t_2) \end{bmatrix}, \\ &\dots\dots\dots \\ \bar{\dot{x}}(t_k) &= [A, B] \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}(t_k) \\ \bar{u}(t_k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

Система рівнянь (4) записується у вигляді:

$$\begin{bmatrix} \bar{\dot{x}}(t_1) \\ \bar{\dot{x}}(t_2) \\ \dots \\ \bar{\dot{x}}(t_k) \end{bmatrix} = [A, B] \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}(t_1) \\ \bar{u}(t_1) \\ \bar{x}(t_2) \\ \bar{u}(t_2) \\ \dots \\ \bar{x}(t_k) \\ \bar{u}(t_k) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

звідки отримується рівняння ідентифікації в загальному вигляді:

$$W = [A, B] \cdot F, \quad (6)$$

де  $W = \begin{bmatrix} \bar{\dot{x}}(t_1) \\ \bar{\dot{x}}(t_2) \\ \dots \\ \bar{\dot{x}}(t_k) \end{bmatrix}$ ,  $F = \begin{bmatrix} \bar{x}(t_1) \\ \bar{u}(t_1) \\ \bar{x}(t_2) \\ \bar{u}(t_2) \\ \dots \\ \bar{x}(t_k) \\ \bar{u}(t_k) \end{bmatrix}$ .

Якщо кількість вимірювань  $k$  збігається з розмірністю  $(n \times m)$ , то матриця  $F$  стає квадратною, і задача ідентифікації розв'язується шляхом пошуку  $[A; B]$  з виразу

$$[A, B] = W \cdot F^{-1}. \quad (7)$$

Приклад. Розглядається задача ідентифікації параметрів математичної моделі ОУ, яка подана у вигляді передаточної функції наступного виду:

$$K(p) = \frac{K}{1 + Tp}. \quad (8)$$

Рішення. Передаточна функція (8) подається у вигляді рівняння:

$$\dot{x}(t) = a \cdot x(t) + b \cdot u(t), \quad (9)$$

де  $a = -\frac{1}{T}$ ,  $b = \frac{K}{T}$ .

На вхід ОУ подається тестовий сигнал у вигляді одиничної вхідної дії:

$$u(t) = 1(t).$$

Експериментально досліджується перехідна характеристика (рис. 1) та швидкість зміни вихідної координати ОУ (рис. 2).

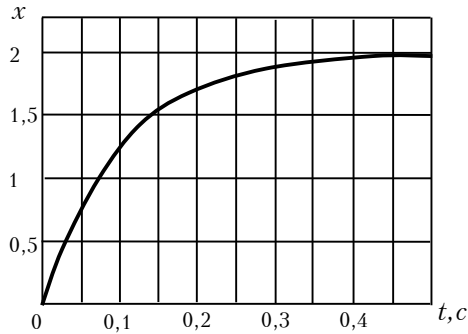


Рис. 1. Перехідна характеристика об'єкта управління

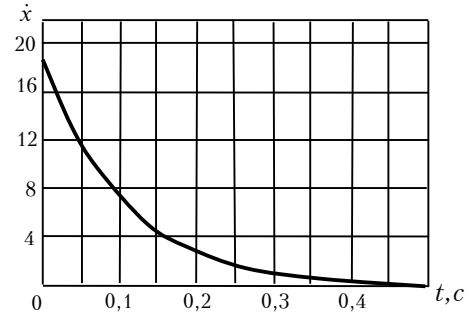


Рис. 2. Зміна швидкості вихідної координати об'єкта управління

За наведеними графіками (рис. 1, 2) визначаються значення  $\dot{x}(t)$ ,  $x(t)$ ,  $u(t)$  в моменти часу  $t_1=0,1$  с,  $t_2=0,2$  с:

$$\begin{aligned} u(t_1) &= 1, \quad x(t_1) = 1,3, \quad \dot{x}(t_1) = 7,3; \\ u(t_2) &= 1, \quad x(t_2) = 1,7, \quad \dot{x}(t_2) = 2,8. \end{aligned} \quad (10)$$

Згідно виразу (7) складається рівняння ідентифікації:

$$[a, b] = [\dot{x}(t_1) \quad \dot{x}(t_2)] \begin{bmatrix} x(t_1) & x(t_2) \\ u(t_1) & u(t_2) \end{bmatrix}^{-1}. \quad (11)$$

Підставивши значення (10) у (11), отримаємо:

$$[a, b] = [7,3 \quad 2,8] \begin{bmatrix} 1,3 & 1,7 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = [-9,9 \quad 20,3],$$

де  $a = -9,9$ ,  $b = 20,3$ .

Таким чином, шукані параметри:

$$T = -\frac{1}{a} = 0,101 \text{ с}; \quad K = b \cdot T = 2,05 \text{ с}^{-1}.$$

За результатами ідентифікації проведено моделювання об'єкта з розрахованими параметрами в середовищі Scilab. Отримані результати (рис. 3) показують достатньо високу степінь близькості між перехідними характеристиками об'єкта та ідентифікованої моделі.

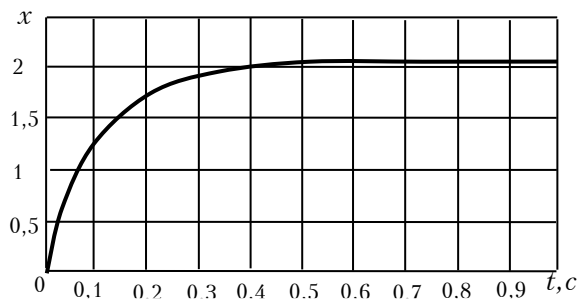


Рис. 3. Результати дослідження моделі об'єкта управління

На відміну від відомих методів ідентифікації моделей ОУ викладений підхід не потребує великих обчислень для своєї реалізації. Рішення отримується шляхом розв'язання системи алгебраїчних рівнянь. Однак розрахунки ускладнюються при підвищенні порядку моделі.

Недоліком викладеного підходу є те, що для його реалізації потрібен додатковий комплект вимірювальних пристроїв та досить велика кількість вимірювань. Крім того, порядок моделі, яка ідентифікується, обмежений можливостями вимірювання відповідних фазових координат ОУ.

**Висновки.** У роботі викладено методику параметричної ідентифікації моделей ОУ. Викладений підхід передбачає експериментальне вимірювання складових вектора стану ОУ та використання отриманих результатів у векторно-матричному поданні математичної моделі.

Практична цінність отриманих результатів полягає у створенні теоретико-методологічної основи ідентифікації параметрів математичної моделі ОУ з подальшим використанням отриманих результатів в процесі синтезу та експлуатації систем управління.

Перспективами подальших досліджень є розвинення викладеного підходу для реалізації редукції математичних моделей ОУ за перехідними характеристиками, які отримуються експериментально.

#### Список використаної літератури:

1. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы / А.Г. Александров. – Москва, 2003. – 269 с.
2. Гроп Д. Методы идентификации систем / Д.Гроп. – Москва : Мир, 1979. – 294 с.
3. Дилигенская А.Н. Идентификация объектов управления : учеб. пособие / А.Н. Дилигенская. – Самара : СГТУ, 2009. – 130 с.
4. Дубовой В.М. Моделирование систем контролю та керування : навч. посібник / В.М. Дубовой. – Вінниця : ВНТУ, 2005. – 174 с.
5. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления : учебник / А.А. Ерофеев. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Политехника, 2003. – 302 с.
6. Зімчук І.В. Синтез цифрових регуляторів для замкнених систем управління неперервними об'єктами / І.В. Зімчук, В.І. Іщенко, Т.М. Шапар // Вісник ЖДТУ. Серія : Технічні науки. – 2015. – № 3 (74). – С. 61–65.
7. Іщенко В.І. Двокоординатна автоматична системи управління зі змінною структурою для наведення панелі сонячної батареї / В.І. Іщенко, І.В. Зімчук, О.В. Базельюк // Вісник ЖДТУ. Серія : Технічні науки. – 2014. – № 4 (71). – С. 81–84.
8. Игнат'ев А.А. Основы теории идентификации объектов управления : учеб. пособие / А.А. Игнат'ев, С.А. Игнат'ев. – Саратов : Саратов. гос. техн. ун-т, 2008. – 44 с.
9. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л.Льюнг ; под ред. Я.З. Цыпкина ; пер. с англ. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.
10. Семенов А.Д. Идентификация объектов управления : учеб. пособие / А.Д. Семенов, Д.В. Артамонов, А.В. Брюхачев. – Пенза : Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003. – 211 с.
11. Штейнберг Ш.Е. Идентификация в системах управления / Ш.Е. Штейнберг. – М. : Энергоатом-издат, 1987. – 80 с.
12. Эйкофф П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния / П.Эйкофф ; под ред. Н.С. Райбмана ; пер. с англ. – Москва : Изд. «Мир», 1975. – 680 с.

#### References:

1. Aleksandrov, A.G. (2003), *Optimal'nye i adaptivnye sistemy*, Moskva, 269 p.
2. Grop, D. (1979), *Metody identifikacii system*, Mir, Moskva, 294 p.
3. Diligenskaja, A.N. (2009), *Identifikacija ob#ektov upravlenija*, SGTU, Samara, 130 p.
4. Dubovoj, V.M. (2005), *Modeljvannja system kontrolju ta keruvannja*, VNTU, Vinnycj, 174 p.
5. Erofeev, A.A. (2003), *Teorija avtomaticheskogo upravlenija*, 2nd ed., pererab. i dop., Politehnika, Sankt-Peterburg, 302 p.
6. Zimchuk, I.V., Ishhenko, V.I. and Shapar, T.M. (2015), «Syntez cyfrovjyh reguljatoriv dlja zamknjenyh system upravlinnja neperervnymy ob'jektamy», *Visnyk ZhDTU, Serija Tehnichni nauky*, No. 3 (74), pp. 61–65.
7. Ishhenko, V.I., Zimchuk, I.V. and O.V. Bazeljuk, (2014), «Dvokoordynatna avtomatychna systemy upravlinnja zi zminnoju strukturoju dlja navedennja paneli sonjachnoi' batarei», *Visnyk ZhDTU, Serija Tehnichni nauky*, No. 4 (71), pp. 81–84.
8. Ignat'ev, A.A. and Ignat'ev, S.A. (2008), *Osnovy teorii identifikacii ob#ektov upravlenija*, Sarat. gos. tehn. un-t, Saratov, 44 p.
9. L'jung, L. (1991), *Identifikacija sistem. Teorija dlja pol'zovatelja*, in Cypkin, Ja.Z. (ed.), Translated from English, Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., Moskva, 432 p.
10. Semenov, A.D., Artamonov, D.V. and Brjuhachev, A.V. (2003), *Identifikacija ob#ektov upravlenija*, Izd-vo Penz. gos. un-ta, Penza, 211 p.
11. Shtejnberg, Sh.E. (1987), *Identifikacija v sistemah upravlenija*, Jenergoatom-izdat, Moskva, 80 p.
12. Jejkoff, P. (1975), *Osnovy identifikacii sistem upravlenija. Ocenivanie parametrov i sostojanija*, in Rajbman, N.S. (ed.), Translated from English, Izd. «Mir», Moskva, 680 p.

ЗІМЧУК Ігор Валерійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та кібербезпеки, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– методи синтезу та аналізу систем управління.

ЩЕНКО Володимир Іванович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та кібербезпеки, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– алгоритми оцінювання та управління для сучасних інформаційно-керуючих систем.

ОХРІМЧУК Інна Антонівна – викладач кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та кібербезпеки, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова.

Наукові інтереси:

– методи ідентифікації об'єктів та систем управління.

Стаття надійшла до редакції 15.03.2017.