

Д.Д. Пелешко, к.т.н., доц.
 Н.О. Кустра, к.т.н., ст. викл.
 НУ "Львівська політехніка"
 Д.А. Дерев'янка, к.т.н., доц.
 Я.Д. Ярош, к.т.н., доц.

Житомирський національний агроекологічний університет

ІНТЕРВАЛЬНІ ОЦІНКИ НА ОСНОВІ КВАНТУВАННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ЧАСТОТНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ НАБОРУ ОДНОТИПНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Запропоновано метод фільтрації наборів однотипних зображень, яка базується на побудові частотних інтервальних оцінок на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення зображень набору. Розроблений метод фільтрації набору дає можливість понизити більше ніж у три рази розмірність вхідного набору, що використовується для побудови інтервалів довіри математичного сподівання. Проведено порівняльний аналіз результатів частотної фільтрації з фільтрацією за параметрами. На основі практичних експериментів визначено особливості використання різних параметрів.

Вступ. Постановка проблеми. Покращення параметрів наборів зображень є однією із найбільш важливих задач при вирішенні прикладних завдань, що базуються на обробці наборів. При цьому, у випадку наборів, поряд із точковими дуже важливими стають інтервальні оцінки, що дають можливість впливати на якісний склад набору, а тому і на кінцеві результати вирішення прикладної проблеми. Фактично інтервальні оцінки починають виступати деяким фільтром, який на підставі математичних правил дозволяє видаляти зображення із набору, які з точки зору інтегрального параметра представлення зображення, становлять шум.

Під шумом набору будемо називати стохастичні варіації параметрів вибраної моделі представлення зображень набору [1].

Побудова інтервальних оцінок за параметрами у великих за розмірністю наборах обмежуються декількома факторами. Серед них не останнє місце має зростання обчислювальних ресурсів. А тому завдання адекватного пониження розмірності набору з метою зменшення обчислювальних витрат при організації інтервальних оцінок є актуальною прикладною задачею.

Метою роботи є побудова інтервальних оцінок для параметрів наборів однотипних великої розмірності. Для досягнення цієї мети пропонується підхід, за яким набору параметрів великої розмірності ставиться у відповідність деякий характеристичний набір меншої розмірності, для якого будуються інтервальні оцінки заданого рівня значущості. Надалі засобом однозначного відображення ці оцінки перетворюються у інтервали довіри для параметрів. При цьому завдяки малій розмірності вхідних наборів досягається вирішення завдання оцінки параметрів набору меншими обчислювальними ресурсами.

В основі запропонованої методики лежить, насамперед, частотний підхід. При цьому частотою деякої характеристики будемо вважати відношення кількості цієї характеристики на деякому відрізку до загальної кількості. Тому значення частот є додатними і не перевищують значення 1. З цього випливає, що частотну фільтрацію пропонується використовувати у випадках, коли необхідно забезпечити математичні операції з невеликими числами, або у випадку, коли частоти є параметрами у подальших розрахунках.

Загальна схема частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення наведена на рисунку 1. Тут символ X відображає параметр моделі представлення. Надалі в теоретичних викладах замінено його на математичне сподівання M .

Викладення основного матеріалу. Частотна фільтрація набору однотипних зображень на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення зображень

Нехай існує набір P однотипних зображень. Якщо через P^ϕ позначити відфільтровану підмножину зображень набору P , а через P^{III} – множину зображень з P , що складають "шум", то очевидно повинна задовольнятися операція об'єднання P^{III} і P^ϕ . Тоді задача фільтрації полягає в побудові множини P^{III} такої, щоб мала місце операція:

$$P = P^\phi \cup P^{III}; \quad P^\phi \cap P^{III} = \emptyset. \quad (1)$$

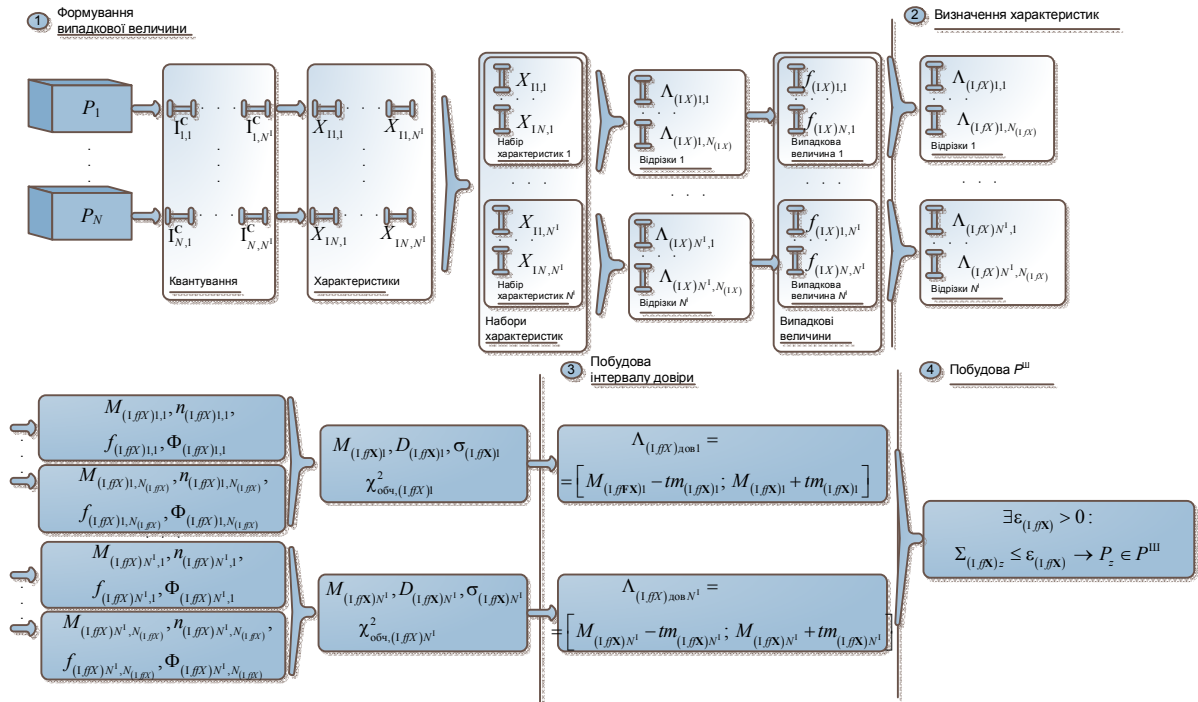


Рис. 1. Схема частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення зображень

Формування наборів випадкових величин

Квантуємо кожне \$P_z\$ набору \$P\$, в результаті чого отримаємо:

$$P_z \rightarrow \{I_{z,m}^x \rightarrow I_{z,m}^c\}, \quad m = \overline{1, N^1}, \quad (2)$$

де \$I_{z,m}^x, I_{z,m}^c\$ – відрізки квантування відповідно в координатній та колірній областях; \$N^1\$ – розмірність квантування. Приймаємо, що для всіх \$z\$ значення \$N^1\$ є однаковим.

За наборами [2] сформуємо розбиття на відрізки: \$\Lambda_{(1M)m,k}\$

$$\forall m \in [1..N^1]: \quad (3)$$

$$\forall z \in [1..N], \exists k \in [1..N_{(1M)}]: M_{1z,m} = M_{1z,m,k} \in \Lambda_{(1M)m,k} = [I_{(1M)m,k-1}, I_{(1M)m,k}],$$

де \$M_{1z,m}\$ – параметр моделі представлення, який є математичним сподіванням значень кольору (інтенсивності) усіх пікселів, що потрапили до \$I_{z,m}^c\$:

$$\forall m \in [1; N^1] \exists \{M_{1z,m}\}_{z=1..N} : M_{1z,m} = \frac{1}{N_{z,m}} \sum_{c_{z,m} \in I_{z,m}^c} c_{z,m}. \quad (4)$$

Для кожного \$\Lambda_{(1M)m,k}\$ визначаємо ймовірності \$f_{(1M)m,k}\$ величини \$M_{1z,m}\$, що визначається за формулою:

$$f_{(1M)m,k} = \frac{n_{(1M)m,k}}{N} \quad (5)$$

де \$n_{(1M)m,k}\$ – кількість \$m\$-ої випадкової величини на \$\Lambda_{(1M)m,k}\$.

В результаті (3)–(5) отримаємо \$N^1\$ наборів (кожен розмірністю \$N_{(1M)}\$) співвідношень:

$$\forall m \in [1..N^1]: \left\{ \Lambda_{(1M)m,k} \rightarrow f_{(1M)m,k} \right\}_{k=1..N_{(1M)}} \quad (6)$$

При цьому набори ймовірностей \$\left\{ \left\{ f_{(1M)m,k} \right\}_{k=1..N_{(1M)}} \right\}_m\$ виступатимуть наборами випадкової величини для реалізації фільтрації.

Тут треба зауважити, що співвідношення між розмірностями наборів $\left\{ \left\{ f_{(lM)m,k} \right\}_{k=1..N_{(lM)}} \right\}_m$ і $\left\{ \left\{ f_{lMz,m} \right\}_z \right\}_m$ та $\left\{ \left\{ M_{lzm} \right\}_z \right\}_m$ є таким:

$$\forall m_1, m_2 \in [1..N^1]: \dim \left\{ f_{(lM)m_1,k} \right\}_k \leq \dim \left\{ f_{lMz,m_2} \right\}_z = \dim \left\{ M_{lzm_2} \right\}_z \quad (7)$$

Це означає, що вдалося знизити розмірність наборів для побудови інтервальних оцінок, порівняно з вхідним набором P .

Формування генеральних сукупностей випадкових величин

Відсортувавши по зростанню значень випадкової величини в наборі для кожного $\left\{ \left\{ f_{(lM)m,k} \right\}_k \right\}_m$ будуюмо набори відрізків $\Lambda_{(lffM)m,\kappa}$

$$\forall m \in [1..N^1], \forall k \in [1..N_{(lM)}]:$$

$$\exists \kappa \in [1..N_{(lffM)}]: f_{(lM)m,k} = f_{(lM)m,k,\kappa} \in \Lambda_{(lffM)m,\kappa} =$$

$$= \left[l_{(lffM)m,\kappa-1}, l_{(lffM)m,\kappa} \right], \quad (8)$$

де

$$\forall m \in [1..N^1]:$$

$$l_{(lffM)m,0} = \min_{k \in [1..N_{(lM)}]} \left(f_{(lM)m,k} \right); \quad (9)$$

$$l_{(lffM)m,N_{(lffM)}} = \max_{k \in [1..N_{(lM)}]} \left(f_{(lM)m,k} \right).$$

Тут $\Lambda_{(lffM)m,\kappa}$ – κ -ий інтервал, а $N_{(lffM)}$ – кількість інтервалів m -ої випадкової величини $\left\{ \left\{ f_{(lM)m,k} \right\}_k \right\}_m$.

На основі (8), (9) отримаємо N^1 наборів відрізків (розмірністю $N_{(lffM)}$) для кожного P_z та P відповідно:

$$\Lambda_{(lffM)m} = \left\{ \Lambda_{(lffM)m,\kappa} \right\}_{\kappa=1..N_{(lffM)}}, \quad m = 1..N^1 \quad (10)$$

$$\Lambda_{(lffM)} = \left\{ \Lambda_{(lffM)m} \right\}_{m=1..N^1} \quad (11)$$

на яких визначимо середні значення $M_{(lffM)m,\kappa}$ та експериментальні частоти $f_{(lffM)m,\kappa}$:

$$M_{(lffM)m,\kappa} = M f_{(lM)m,k,\kappa} = \frac{1}{n_{(lffM)m,\kappa}} \sum_{f_{(lM)m,k,\kappa} \in \Lambda_{(lffM)m,\kappa}} f_{(lM)m,k,\kappa}; \quad (12)$$

$$f_{(lffM)m,\kappa} = \frac{n_{(lffM)m,\kappa}}{N}, \quad \kappa = \overline{1, N_{(lffM)}}$$

де $n_{(lffM)m,\kappa}$ – кількість m -ої випадкової величини на $\Lambda_{(lffM)m,\kappa}$.

Перевірка гіпотез про нормальність розподілу наборів випадкових величин

Перевірка гіпотези здійснюється для кожного набору. Для m -ої величини визначення математичних статистик і теоретичної частоти, яка відповідає κ -му інтервалу, буде здійснюватись за формулами:

$$M_{(lffM)m} = M f_{(lM)m,k} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N_{(lM)}} f_{(lM)m,k} \quad (13)$$

$$D_{(lffM)m} = D f_{(lM)m,k} = \frac{1}{N-1} \sum_{z=1}^{N_{(lM)}} \left(f_{(lM)m,k} - M_{(lffM)m} \right)^2 \quad (14)$$

$$\sigma_{(lffM)m} = \sqrt{D_{(lffM)m}} \quad (15)$$

$$\Phi_{(l \text{ fM})m, \kappa} = \Phi \left(M_{(l \text{ fM})m, \kappa} \right) = \frac{l_{(l \text{ fM})m, \kappa} - l_{(l \text{ fM})m, \kappa - 1}}{K \sigma_{(l \text{ fM})m} \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{M_{(l \text{ fM})m, \kappa} - M_{(l \text{ fM})m}}{\sqrt{2} \sigma_{(l \text{ fM})m}} \right)^2} \quad (16)$$

В результаті (13) та (16) для кожного m отримаємо окреме значення критерію Пірсона:

$$\chi_{1-\alpha}^2_{(l \text{ fM})m} = N \sum_{\kappa=1}^{N_{(l \text{ fM})m}} \frac{\left(f_{(l \text{ fM})m, \kappa} - \hat{O}_{(l \text{ fM})m, \kappa} \right)^2}{\hat{O}_{(l \text{ fM})m, \kappa}} \quad (17)$$

Порівняно зі значенням (17) із табличним приймається рішення про нормальний розподіл для m -ої випадкової величини $\left\{ \left\{ f_{(l \text{ M})m, k} \right\}_k \right\}_m$. Можлива ситуація, коли не для всіх m величини $\left\{ \left\{ f_{(l \text{ M})m, k} \right\}_k \right\}_m$ буде мати нормальний розподіл. У такому випадку такі набори $\left\{ \left\{ f_{(l \text{ M})m, k} \right\}_k \right\}_m$ видаляються із загального (по всіх m) набору (6). В результаті цього отримуємо набір:

$$P \rightarrow \left\{ \left\{ f_{l \text{ M } z, m} \right\}_{z=1..N} \right\}_{m=1..N'} \quad (18)$$

розмірністю N' .

Побудова інтервалів довіри

Для випадкових величин, що належать (18), будуються інтервали довіри із довірчою ймовірністю $p = 2\Phi(t_M)$:

$$\Lambda_{(l \text{ fM})m} = \left[M_{(l \text{ fM})m} - t_{M(l \text{ fM})m}; M_{(l \text{ fM})m} + t_{M(l \text{ fM})m} \right]; \quad (19)$$

$$m_{(l \text{ fM})m} = \frac{\sigma_{(l \text{ fM})m}}{\sqrt{N}}, \quad m = 1..N'.$$

На основі (19) сформулюємо правило побудови P^{III} :

$$P_z \rightarrow \Sigma_{(l \text{ fM})z} \quad (20)$$

$$\exists \varepsilon_{(l \text{ fM})z} > 0 : \Sigma_{(l \text{ fM})z} \leq \varepsilon_{(l \text{ fM})z} \rightarrow P_z \in P^{\emptyset} \quad (21)$$

Якщо замість M вибрати будь-яку з визначених характеристик моделей представлення з [2], то можна отримати методи фільтрації на основі квантування ймовірностей зовсім інших характеристик.

Висновки і результати практичних експериментів. Практична реалізація теоретичних викладок наведених вище здійснювалась для фільтрації набору однотипних зображень (рис. 2), який має такі характеристики: розмірність набору – $N = 27$ зображень; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34 \times h = 54$ пікселів. При цьому параметрами було обрано: математичне сподівання, дисперсія, девіація, скінченна енергія, δ -ентропія та потік вектора кольору [1].



Рис. 2. Набір однотипних зображень

На рисунку 3 наведено результати прикладу вирішення задачі побудови P^{III} для НРОЗ при різних значеннях рівня значущості α . Параметри квантування для кожного параметра моделі представлення наведено в таблиці 1.

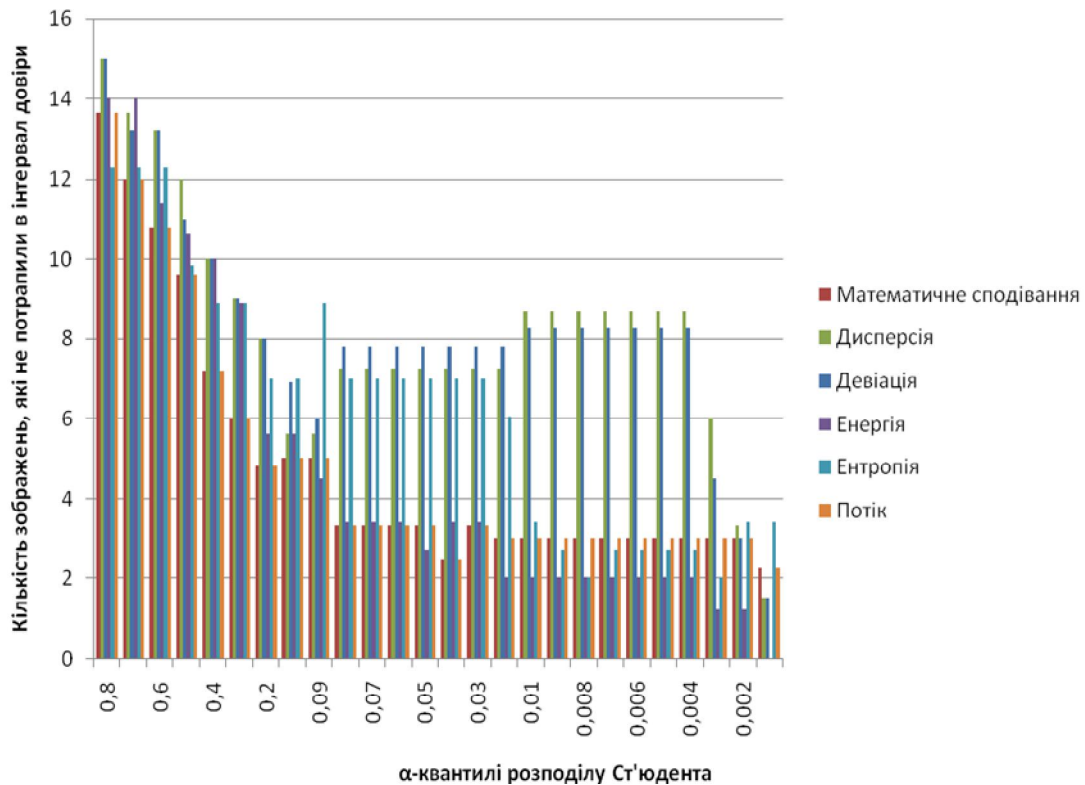


Рис. 3. Результати частотної фільтрації НРОЗ на основі квантування ймовірностей параметрів при різних значеннях α -квантиля розподілу Ст'юдента

На основі результатів практичних експериментів наведених на рисунку 3 у випадку частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів моделей представлення можна стверджувати, що:

- залежність інтервальних оцінок від вибору параметра i , як наслідок, вплив вибору параметра на побудову P^{III} ,
- розширення інтервалу довіри при зменшенні рівня значущості;
- різких змін отриманих результатів немає, що спричинено додатковим обчисленням частоти.
- на проміжку зміни α не існує ділянок, де б результати фільтрації були однаковими незалежно від обраного параметра.
- відсутні ділянки в області зміни α , де б результати фільтрації були однаковими незалежно від обраного параметра.

На рисунку 4 наведено результати кореляційних залежностей результатів побудови P^{III} за алгоритмами фільтрації на основі параметрів та частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей відповідних параметрів. Значення кореляції є дуже високими і знаходяться у дуже вузькому діапазоні [0.93; 0.96]. Найменші значення кореляції отримано частотними фільтраціями на основі енергії та дисперсії.

Варто звернути увагу на те, що кореляційні значення методів за дисперсією та девіацією є різними.

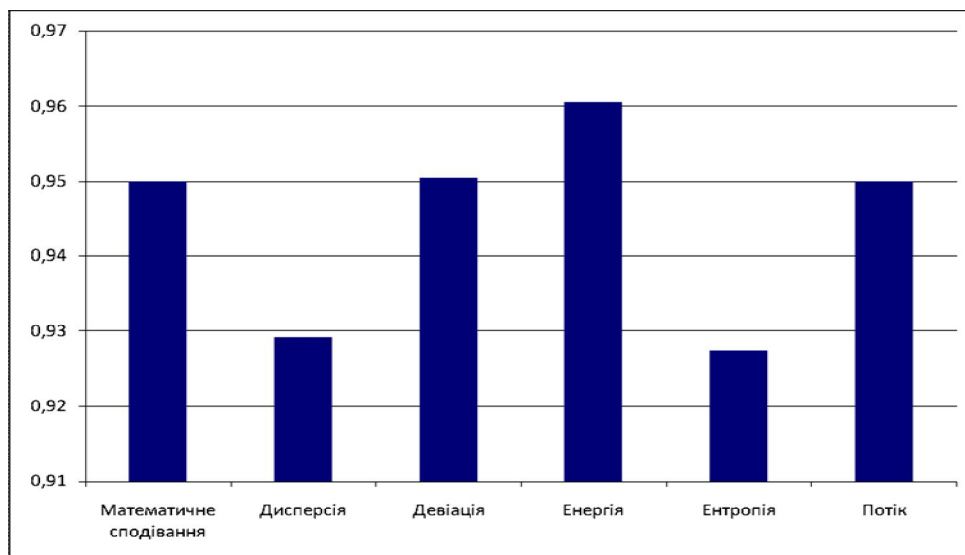


Рис. 4. Кореляційні залежності результатів фільтрації за параметрами та частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів

На рисунку 5 наведено значення відхилень отриманих результатів для різних параметрів при кожному значенні α -квантиля. В таблиці наведено сумарні (для всіх значень α) значення помилок.

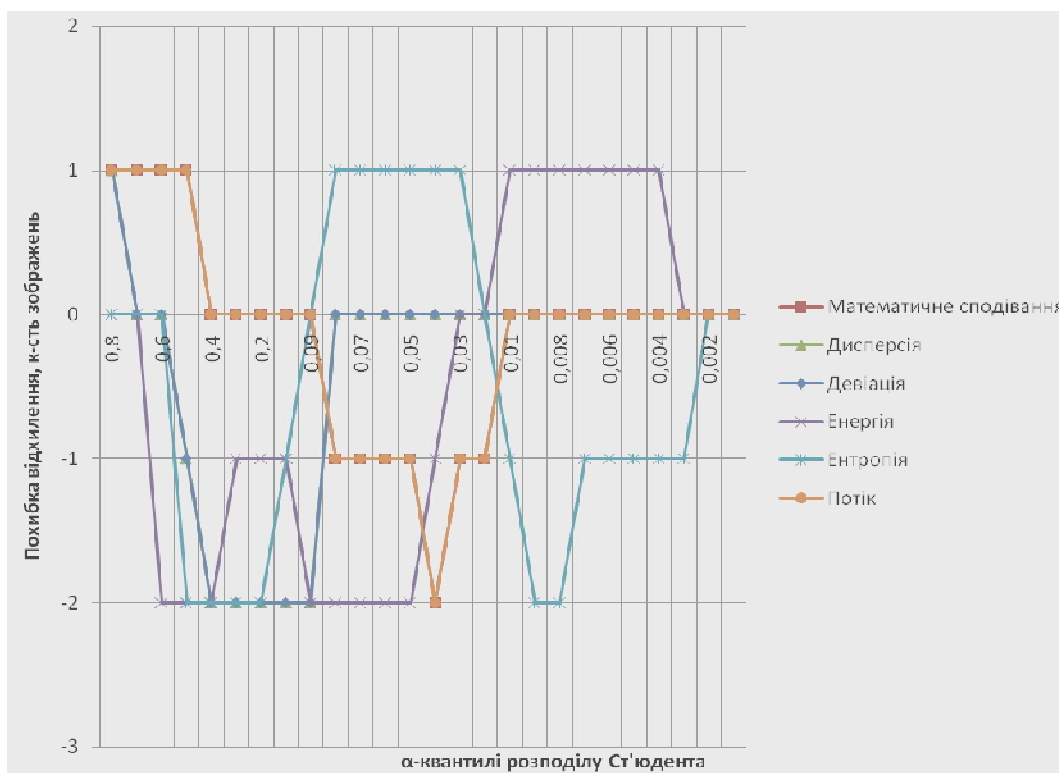


Рис. 5. Відхилення результатів фільтрації НРОЗ за параметрами та за частотною фільтрацією на основі квантування ймовірностей параметрів при різних значеннях α -квантиля розподілу Ст'юдента

З наведених результатів випливає, що:

- максимальне значення помилки має два зображення, що становить 3,5 %;
- абсолютні значення відхилень результатів рівномірно розподілені по всьому діапазону зміни α ;
- сумарні значення помилок є достатньо малими і при цьому вдалося досягти значних коефіцієнтів зменшення вхідного набору випадкових величин. Подальше зменшення розмірності вхідного набору призводить до експонентного зростання помилок, а тому не може вважатись задовільним;

• існують достатньо великі ділянки із 100 % збіганням результатів із результатами фільтрації за параметром.

Таблиця 1

Зведена таблиця сумарних відхилень фільтрації НРОЗ за параметрами та частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів

№ з/п	Параметр	Сумарна кількість помилок	Параметр квантування	Зменшення розмірності
1.	Математичне сподівання	12	8	3,38
2.	Дисперсія	12	7	3,86
3.	Девіація	12	7	3,86
4.	Енергія	27	11	2,45
5.	Ентропія	25	13	2,08
6.	Потік	12	8	3,38

Метод частотної фільтрації на основі квантування ймовірностей параметрів вимагає в приблизно в 2,5 раза (без урахування обчислень параметрів) більше обчислень від вже існуючих частотних методів. Проте коефіцієнт зменшення вхідного набору випадкової величини для побудови інтервальних оцінок є більшим за вже отримані коефіцієнти. При цьому сумарні значення відхилень результатів є також меншими (табл. 1).

ЛІТЕРАТУРА:

1. Класифікація моделей представлення зображень та наборів зображень як стохастичних зображень та полів : матеріали наук.-практ. конф. "Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту ISDMCI'2009" (Євпаторія, 18–22 травня 2009 р.). – Херсон : Видавництво Херсонського морського інституту, 2009. – Т. 2. – С. 401–405.
2. Пелешко Д.Д. Частотна фільтрація наборів зображень / Д.Д. Пелешко // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. пр. – 2008. – Вип. 18,6. – С. 291–303.
3. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей : учеб. пособие / А.Н. Колмогоров. – 2-е изд. – М. : Наука, 1974. – 544 с.
4. Соловьев А.А. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учеб. пособие / А.А. Соловьев. – Челябинск : Челябинский гос. ун-т, 2003. – 118 с.

ПЕЛІШКО Дмитро Дмитрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри Автоматизованих систем управління Національного університету "Львівська політехніка".

Наукові інтереси:

– обробка зображень, побудова інформаційних навчальних систем.

E-mail: peleshko@polynet.lviv.ua

КУСТРА Наталія Омелянівна – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри Автоматизованих систем управління Національного університету "Львівська політехніка".

Наукові інтереси:

– цифрова обробка зображень.

E-mail: kustra@polynet.lviv.ua

ДЕРЕВ'ЯНКО Дмитро Аксентьевич – кандидат технічних наук, доцент Житомирського національного агроєкологічного університету.

Наукові інтереси:

– цифрова обробка зображень.

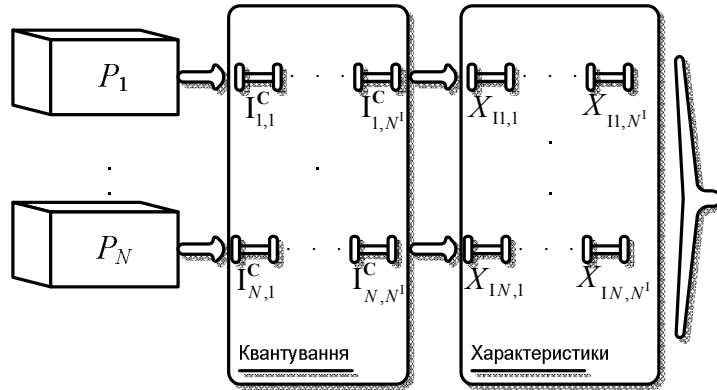
ЯРОШ Ярослав Дмитрович – кандидат технічних наук, доцент Житомирського національного агроєкологічного університету.

Наукові інтереси:

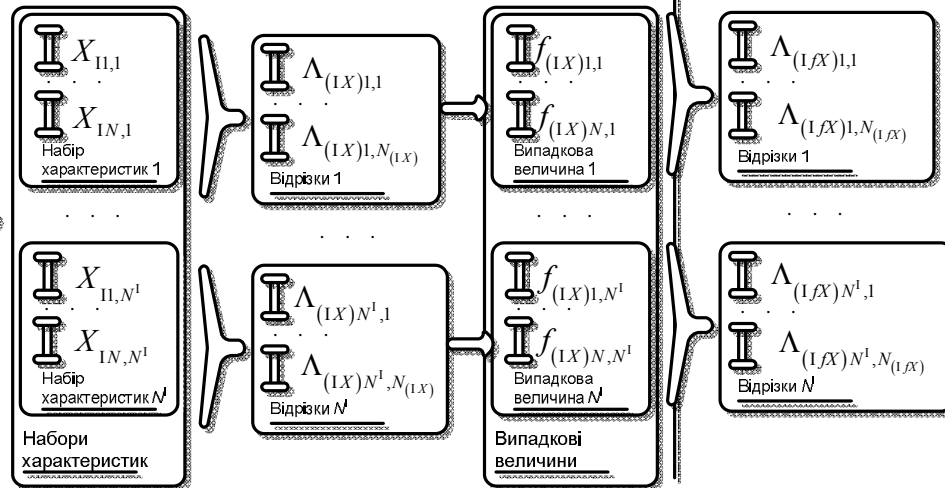
– цифрова обробка зображень.

Подано 03.06.211

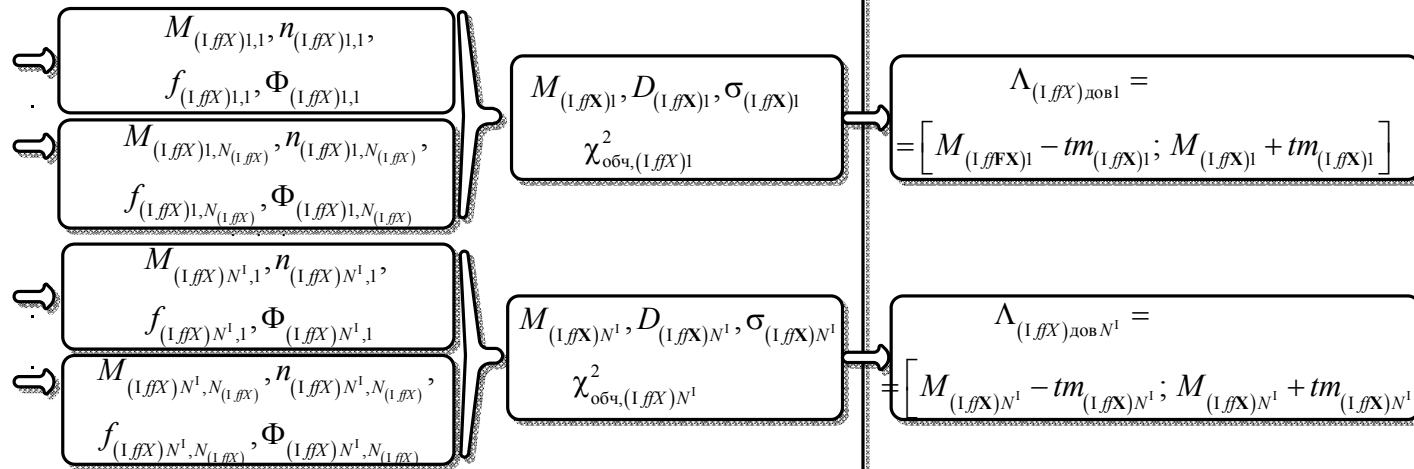
① Формування випадкової величини



② Визначення характеристик



③ Побудова інтервалу довіри



④ Побудова P^III

$$\exists \varepsilon_{(IFX)} > 0: \sum_{(IFX)z} \leq \varepsilon_{(IFX)} \rightarrow P_z \in P^{III}$$