А.П. Сергієнко, студ., V курс, гр. ПІ-39м, ФІКТ
А.В. Панішев, д.т.н., проф.
Житомирський державний технологічний університет

ВИКОРИСТАННЯ РЕЛАКСАЦІЇ 2-ФАКТОР ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ В МЕТОДІ ГІЛОК ТА МЕЖ

Існують різні методи для розв’язання задач про призначення (ЗП), побудовані з використанням різних підходів, які характеризуються різною часовою складністю, не меншою, ніж $O(n^3)$, де n – порядок матриці вартостей. В даній роботі викладено алгоритм розв’язання одного з варіантів ЗП, часова складність якого понижена, порівняно з відомими алгоритмами.

Запропонований алгоритм складається з такої ж кількості етапів, що і найкращий з відомих методів оптимального призначення – угорський метод. Алгоритм легко адаптується для розв’язання задачі 2-фактор, яка є задачею про призначення (ЗП) з обмеженням на кількість дуг в контурах циклового розкладу. Кількість дуг в кожному контурі циклового розкладу повинна бути більша 2.

S0. Алгоритм розв’язання ЗП для матриці вартостей $C=\left[c_{ij}\right]_n, n\geq 2.$ Елементи приймають значення з множини невід’ємних дійсних чисел або дорівнюють ∞; розв’язок представлений паросполученням $\pi=\pi_n$ з мінімальною (∞) сумою $C(\pi)$ ваг ребер $[i, j]$ в дводольному графі (X, Y, Z), $|X| = |Y| = n$, $i\in X$, $j\in Y$, де $c_{ij}\in R_0$, якщо $(i,j)\in U$, інакше $c_{ij}=\infty$; $k = 1$; знайти:

$$c_{i_j j_k}=\min\{c_{ij} \mid i,j=\overline{1,n}\}, I_k=\{i_k\}, J_k=\{j_k\}, \pi_k=\{(i_k,j_k)\}, C(\pi_k)=c_{i_k j_k}. \tag{1}$$

S1. $k = k + 1$; якщо $k > n$, то кінець: побудовано рішення ЗП.

S2. Знайти $c_{i_k j_k}=\min\{c_{ij} \mid i\in X-I_{k-1}, j\in Y-J_{k-1}\}$; якщо $c_{i_k j_k}=\infty,$ то покласти $MIN1=\infty,$ перейти до кроку S6, інакше $\pi_k^1=\pi_{k-1}\cup\{(i_k,j_k)\}$, $MIN1=C(\pi_k^1)$.

S3. Знайти всі i_r такі, що для $i_l\in I_{k-1}, l\in\{1,2,...,k-1\}, c_{i_r j_l}=\min\{c_{ij_l} \mid i\in(X-I_{k-1})\}\neq\infty,$ і сформувати з них список X_k; якщо $X_k=\varnothing,$ то покласти $MIN2=\infty$ і перейти до кроку S6.

S4. Знайти всі j_p такі, що для $i_l\in I_{k-1}, l\in\{1,2,...,k-1\}$, $c_{i_l j_p}=\min\{c_{i_l j} \mid j\in(Y-J_{k-1})\}\neq\infty,$ і сформувати з них список Y_k, якщо $Y_k=\varnothing,$ то покласти $MIN2=\infty$ і перейти до кроку S6.

S5. Побудувати зважений орграф (V, A), $V=\{i_0\}\cup X_k\cup I_{k-1}\cup Y_k$ і виконати в ньому пошук найкоротшого шляху на множині всіх шляхів в вершини Y_k, що досягаються з i_0; якщо побудовано такий шлях, то в графі (X, Y, U) знайти відповідний найкоротший:

$$\pi_k^2=(P_k-\pi_{k-1})\cup(\pi_{k-1}-P_k), \quad MIN2=C(\pi_k^2), \tag{2}$$

інакше покласти $\pi_k^2=\varnothing, MIN2=\infty.$

S6. Якщо $MIN1=MIN2=\infty,$ то кінець: для матриці $\left[c_{ij}\right]_n$ не існує рішення ЗП;

Якщо $MIN1\neq\infty$ або $MIN2\neq\infty,$ то якщо $MIN1\leq MIN2,$ то

$$\pi_k=\pi_k^1, I_k=I_{k-1}\cup\{i_k\}, J_k=J_{k-1}\cup\{j_k\}, \text{ інакше} \tag{3}$$

$$\pi_k=\pi_k^2, I_k=\{i_l \mid l=\overline{1,k};\ (i_l,j_l)\in\pi_k^2\}, J_k=\{j_l \mid l=\overline{1,k},\ (i_i,j_l)\in\pi_k^2\}; \tag{4}$$

перейти до кроку S1.

Для розв’язання ЗП, за умови великої її розмірності, доцільно використовувати викладений у даній роботі алгоритм. Хоча більшість алгоритмів розв’язання ЗП мають однакові теоретичні оцінки складності, але запропонований алгоритм є більш ефективним при розв’язанні задач великої вимірності. До того ж зі зростанням розмірності задачі перевага запропонованого методу над угорським значно зростає. Запропонований алгоритм доцільно використовувати для реалізації на ЕОМ як складову частину програмних комплексів, що мають серед своїх завдань розв’язування задач про призначення, зокрема, задач великої розмірності. За допомогою мови програмування С++ реалізовано програмний продукт. Релаксація 2-фактор для оптимізації обчислень в методі гілок та меж виконує пошук розв’язків ЗП, визначаючи в дводольному графі з $2n$ вершинами паросполучення π_k, що містить k ребер мінімальної сумарної ваги.