

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ЛИТТЛА ДЛЯ ПОИСКА КРАТЧАЙШИХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ МАРШРУТОВ

Способ построения перестановки σ_{xy} , не включающей элемент $(x, y) \in \sigma$, и перестановки $\sigma(x, y)$, содержащей $(x, y) \in \sigma$, для вычисления нижних границ в схеме ветвления алгоритма Литтла является базовой компонентой метода, обеспечивающего поиск точных решений задач класса коммивояжера. Этот класс образует 3К, ОЗК и ГЗК. Способ требует детализации действий, выполняемых в корне дерева перебора, и аргументированного обоснования, определяющего направление ветвления.

Пусть $C = c_{ij}$ - матрица стоимостей, где $c_{ij} = D(\alpha_{ij})$ в ОЗК, $c_{ij} = d_{ij}$ в ЗК и ГЗК, $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$, $\varphi(g)$ - соответственно допустимый маршрут и его стоимость в любой из этих задач.

Нижняя граница φ_0 в корне дерева перебора равна минимуму $C(\sigma)$ целевой функции ЗН для матрицы C . Ее можно приблизить к стоимости $\varphi(g^*)$ оптимального обхода g^* следующим образом. Вначале матрица C приводится по строкам, а полученный результат – по столбцам. Затем матрица C приводится по столбцам, а полученный результат – по строкам. В общем случае сумма констант μ_1 приведения матрицы C вначале по строкам, а затем по столбцам не равна сумме констант приведения μ_2 этой матрицы вначале по столбцам, а затем по строкам. Тогда

$$C \sigma = \mu_1 + C_1 \sigma_1 = \mu_2 + C_2 \sigma_2$$

где σ^1 - решение ЗН для дважды приведенной матрицы C_i , $i = 1, 2$

Если $\varphi(g^*)$ - стоимость оптимального обхода g^* , полученного из матрицы C_1 , то справедливы неравенства

$$C_2 \sigma_2 < C_1 \sigma_1 \leq \varphi(g^*)$$

из которых следует, что значение $C_1 \sigma_1$ ближе к $\varphi(g^*)$, чем $C_2 \sigma_2$.

Таким образом, чтобы определить нижнюю границу в корне дерева перебора, нужно из матрицы C получить дважды приведенные матрицы C_1 и C_2 с суммами констант приведения μ_1 и μ_2 , выбрать наименьшую сумму $\mu_0 = \min \mu_1, \mu_2$, соответствующую матрицу C_0 и для матрицы C_0 найти решение ЗН σ_0 . За нижнюю границу стоимости любого обхода, порождаемого матрицей C , принимается величина

$$\varphi_0 = \mu_0 + C_0 \sigma_0, \mu_0 = \min \mu_1, \mu_2$$

Отметим особенности способа вычисления оценки по этой формуле :

- а). Временные затраты на вычисление φ_0 оцениваются величиной $O(n^2)$.
- б). В отличие от алгоритма Литтла процедура приведения вызывается только для исходной матрицы C и оптимальный обход строится для приведенной матрицы C_0 .
- в). Для минимизирования стоимости строительства участков транспортной сети, образующих замкнутый маршрут, $C_0 = C$ и $\varphi_0 = 0$.

Для простоты обозначений положим в корне дерева перебора $C = C_0$, $\sigma = \sigma_0$, $\mu = \mu_0$, $\varphi_0 = C(\sigma)$

Модификация включает быструю процедуру нахождения элемента, инициирующего ветвление, каждый раз выбирая его только из элементов решения ЗН. Процесс ветвления завершается когда для входной матрицы ГЗК либо построена циклическая перестановка с минимальной суммой входящих в неё элементов, либо когда исходный граф не гамильтонов.

Следует отметить, что в отличие от алгоритма Литтла модификация характеризуется предельно экономной организацией памяти для хранения данных и дерева перебора. На его построение требуется сравнительно небольшой объем памяти, который отводится для хранения двух входных матриц.