

ФОРМУЛЮВАННЯ ТА АСИМПТОТИЧНИЙ АНАЛІЗ РІВНЯНЬ СТАТИЧНОЇ РІВНОВАГИ РАЙЗЕРА ПРИ КОРОЗІЙНОМУ ЗНОСІ ЙОГО СТІНОК

Більш загальним підходом, на відміну від існуючих, є застосування моделі гнучкого стрижня з нелінійно-пружного матеріалу із змінною (уздовж твірної) товщиною стінки. Нижче представлено формулювання та асимптотичний аналіз загальних рівнянь статичної рівноваги райзера з нелінійно-пружного матеріалу щодо завдань його корозійного зносу.

Сформулюємо модельні рівняння. Вибираємо в якості незалежної змінної вертикальну координату x (H – глибина океану). Граничні умови відповідають шарнірно-нерухомому закріпленню нижнього ($x = 0$) і верхнього ($x = H$) перетинів райзера, відповідно, з підводним технологічним обладнанням і з плавзасобом, $T_1 > 0$ – відоме тягове зусилля. Вплив агресивного середовища проявляється в корозійному зносі стінок райзера:

$$D(x,t) = D_0 - d(x,t) = d_0 + 2\delta_2(x,t) \quad (1)$$

$$(D_0 = D(x,0) = const, \quad d_0 = d(x,0) = const),$$

де $d\delta_j/dt = F_j(\sigma_j)$, $\delta_j(x,0) = 0$ ($j=1,2$), $\sigma_j(x,t) = \sigma_t + \sigma_b$, σ_t, σ_b – напруження від розтягування і вигину). Введемо безрозмірні змінні і параметри, враховуючи, що $w_0 = 0,25\pi\rho_l(D_0^2 - d_0^2)g$ – погонна вага райзера в початковий момент часу $t^0 = 0$, $v_{f0} = v_f(0,0)$ – швидкість потоку гідросуміші. Після підстановки задача, яка розглядається, остаточно формується наступним чином:

$$y' = f(x, y, z; \mu), \quad \mu z' = P(x, y)q(z) + r(x, y, z; \mu), \quad (2)$$

$$\Gamma_0(Y(0)) = \Gamma_1(Y(1)) = 0, \quad Y = \{y, z\}^*$$

(... * – операція транспонування), де $y = T, \phi, u^*$, $z = N, k^*$,

$$f = a_1 + \mu a_2 k N / \cos \phi, \quad a_2 k / \cos \phi, \quad -tg \phi^* ;$$

$$P = P_{ij} : P_{11} = -P_1, \quad P_{22} = -1, \quad P_{12} = P_{21} = 0;$$

$$P_1 = (a_2 T - a_4 v_{f0}^2 - a_5 v_c^2 \sin^2 \phi) / \cos \phi > 0;$$

$$q(z) = \{k, \psi(k)N\}^* ; \quad r = \{r_1, r_2\}^* ;$$

$$r_1 = -a_3 tg \phi + a_6 v_c |v_c \cos \phi| ; \quad r_2 = -\mu (\partial \Phi / \partial J) J' \psi(k) / \cos \phi.$$

Проведемо асимптотичний аналіз крайової задачі. Для глибоководних трубопроводів (2) є сингулярно збуреною за параметром μ . Асимптотичне розкладання розв'язування задачі (2) будемо шукати у вигляді:

$$Y = \bar{Y} + \tilde{Y} + \tilde{\tilde{Y}}, \quad (3)$$

де $\bar{Y} = \bar{Y}_0(x) + \mu \bar{Y}_1(x) + \dots$, $\tilde{Y} = \tilde{Y}_0(\tau_0) + \mu \tilde{Y}_1(\tau_0) + \dots$, $\tilde{\tilde{Y}} = \tilde{\tilde{Y}}_0(\tau_1) + \mu \tilde{\tilde{Y}}_1(\tau_1) + \dots$
 $(\tau_i = (x-i)/\mu, \quad i=0,1)$.

Проведемо підстановку даних виразів в модельні рівняння, виконаємо чисельне інтегрування вироджених рівнянь. Далі визначаємо приграничні функції в околі $x = 0$. В остаточному вигляді асимптотичне подання розв'язування задачі (2):

$$T(x) = \bar{T}_0(x) + O(\mu); \quad \phi(x) = \bar{\phi}_0(x) + O(\mu);$$

$$u(x) = \bar{u}_0(x) + O(\mu).$$

$$N(x) = -\bar{k}_0(0) \sqrt{P_1(0, \bar{y}_0(0)) / \psi(\bar{k}_0(0))} \exp(-\lambda_0 x / \mu) +$$

$$+\bar{k}_0(1) \sqrt{P_1(1, \bar{y}_0(1)) / \psi(\bar{k}_0(1))} \exp(-\lambda_1(x-1) / \mu);$$

$$K(x) = \bar{k}_0(x) - \bar{k}_0(0) \exp(-\lambda_0 x / \mu) - \bar{k}_0(1) \exp(\lambda_1(x-1) / \mu) + O(\mu),$$

де $\lambda_i = \sqrt{P_1(1, \bar{y}_0(i)) \psi(\bar{k}_0(i))}$; $P_1(i, y_0(i)) = a_2(i) \bar{T}_0(i) - a_4(i) v_{f0}^2 - a_5(i) v_c^2 \sin^2 \phi_0(i) / \cos \phi_0(i)$ ($i=0,1$).

Чисельно інтегруємо задачу Коші, застосовуючи на кожному часовому кроці асимптотичні формули,

визначаємо час «життя» райзера з умов порушення критерію міцності $\sigma_i^* = \max_{0 \leq X \leq 1} \sigma_i \leq \sigma_R$ (σ_R –

розрахунковий опір) або суцільності $\sigma_1 c + \sigma_2 \leq 0,5(c-1)$.