

УДК 612.17

Т.М. Нікітчук, аспір.  
Ю.А. Поліщук, магістрант

Житомирський державний технологічний університет

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ФАЗОВОЇ ПЛОЩИНИ  
ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПУЛЬСОВОЇ ХВИЛІ

(Представлено д.т.н., проф. Манойловим В.П.)

*Розглянуто методику обробки пульсових сигналів на основі представлення серцевих скорочень у фазовій площині, принципи побудови фазового портрета пульсової хвилі.*

**Вступ.** Останнім часом істотно зріс інтерес до розвитку методів діагностики з використанням пульсових сигналів. Діагностична значущість характеристик пульсового сигналу променевої артерії, що підтверджена багатовіковим досвідом східної медицини, створює передумови для виявлення інформативних ознак цього сигналу методами сучасних інструментальних та інформаційних технологій. Однак отримання інформації з пульсового сигналу сучасними технічними засобами не тривіально і пов'язане з чималими труднощами – створенням датчиків пульсу, розробкою адекватних методів аналізу сигналу та інтерпретацією отриманих даних. Ці труднощі обумовлюють істотні обмеження у використанні характеристик пульсового сигналу в діагностичних цілях.

Можливості пульсової діагностики обумовлені тим, що сигнал периферичного пульсу, зокрема променевої артерії, містить інформацію про багато фізіологічних процесів, що протікають в організмі і, в першу чергу, в серцево-судинній системі. У пульсовому сигналі променевої артерії знаходять своє віддзеркалення як процеси вищих рівнів регуляції, так і багато гемодинамічних показників серцево-судинної системи, зокрема внутрішньосудинний тиск, напруга артеріальної стінки, хвильові процеси в артеріальній системі, переміщення мас крові, її в'язкість, інтерференція хвиль в судинах та ін. [1]. Всі ці процеси тією чи іншою мірою впливають на форму пульсової хвилі та її ритмічну структуру. Зміна ритмів, що виходить за межі норми, або поява їх там, де вони раніше не виявлялися, пов'язана з хворобою [2].

Розуміння механізмів фізіологічних ритмів вимагає об'єднання математичного і фізіологічного підходів. Найкращим способом вивчення ритміки фізіологічних процесів є математичне комп'ютерне моделювання. За допомогою такого моделювання можна досліджувати різні стани організму як в нормі, так і в патології, не вдаючись в кожному випадку до складної організації клінічних досліджень.

**Аналіз проблеми та постановка проблеми. Викладення основного матеріалу.** Розповсюджену по аорті та артеріях хвилю підвищеного тиску, викликану викидом крові з лівого шлуночка в період систоли, називають пульсовою хвилею. Пульсова хвиля розповсюджується зі швидкістю 5–10 м/с і навіть більше [3]. Відповідно, за час систоли (біля 0,3 с) вона має розповсюджуватись на відстань 1,5–3 м, яка більша за відстань від серця до кінцівок. Це означає, що фронт пульсової хвилі досягне кінцівок раніше, ніж почнеться спад тиску в аорті. Пульсовій хвилі буде відповідати пульсація швидкості кровотоку у великих артеріях, однак швидкість крові (максимальне значення 0,3–0,5 м/с) значно менша швидкості розповсюдження пульсової хвилі. Як зрозуміло з практичних результатів та із загальних уявлень про роботу серця, пульсова хвиля не є синусоїдальною (гармонічною). Як будь-який періодичний процес, пульсова хвиля може бути представлена сумою гармонічних хвиль [1]. Тому приділимо увагу, як деякій моделі, гармонічній пульсовій хвилі. Будемо вважати, що гармонічна хвиля розповсюджується по судині вздовж осі  $X$  зі швидкістю  $v$ . В'язкість крові та в'язко-еластичні властивості стінок судин зменшують амплітуду хвилі. Можна вважати, що затухання буде експоненціальним. На основі цього можна записати такий вираз для гармонічної пульсової хвилі:

$$p = P_0 \exp[-X^x] \cos \omega \left[ t - \frac{x}{v} \right], \quad (1)$$

де  $P_0$  – амплітуда тиску в пульсовій хвилі;  $x$  – відстань до довільної точки від джерела коливань (серця);  $t$  – час;  $\omega$  – кругова частота коливань;  $X$  – деяка константа, що визначає згасання хвилі.

Хвиля тиску являє собою деякий “надлишковий” тиск. Тому з урахуванням “основного” тиску  $P_a$  (атмосферний тиск чи тиск в середовищі навколо судини) можна зміну тиску записати таким чином:

$$p = P_a + P_0 \exp(-X^x) \cos \omega \left[ t - \frac{x}{v} \right]. \quad (2)$$

У загальному вигляді форма пульсової хвилі представлена на рисунку 1.

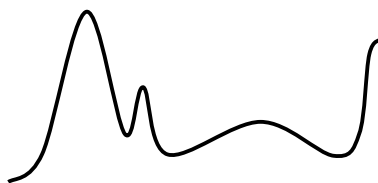


Рис. 1. Форма пульсового сигналу в загальному вигляді

У даній роботі розглянуто метод фазової площини для дослідження пульсової хвилі. У таких роботах як [4] та [5] вже розглядався спосіб експрес-діагностики патологій серцево-судинної системи (ССС), оснований на аналізі в двовимірному фазовому середовищі сигналів, що реєструються у сфінгографії. Ще в роботі [4] Н.А. Амосов та його колеги вказували на можливість дослідження скорочувальної функції міокарда у фазовій площині, координатами якого є амплітуда та швидкість зміни амплітуди. Діагностична цінність таких досліджень обумовлена тим, що при різних поразках ССС змінюється не тільки сам сигнал, але і його похідні по часу.

Дана робота має за мету показати можливість дослідження пульсових хвиль за допомогою методу фазової площини та побудови фазових портретів, що дозволить не тільки встановити наявність чи відсутність патологій ССС, а й дозволить якісно і кількісно оцінювати ступінь відхилення судинної системи від норми *in vivo* в динаміці цих змін. Для даного випадку одним параметром у фазовій площині є сам сигнал – тиск в пульсовій хвилі  $P$ , а іншим – похідна по часу від цієї величини  $dP/dt$ .

**Методологія.** Як відомо з теорії коливань, динаміку системи відображають або в площині, або в просторі станів, які ще називають фазовими [6]. Їх координати вибираються, виходячи з природи спостережуваного процесу. Наприклад, можна досліджувати фазовий портрет якого-небудь фізіологічного параметра.

Аналіз фазового портрета (аттрактора) дозволяє визначити тип або характерні особливості динаміки системи, пов'язані з фізіологічними особливостями пацієнта. Методи теорії нелінійної динаміки дають можливість отримати і кількісні параметри, що описують досліджувану систему. Однією з характеристик хаотичної системи служить “розмірність” фазового портрета або фрактальна розмірність  $dF$ .

Під фазовою площиною розуміють площину, кожна точка якої однозначно визначає стан (фазу) системи. Так як площина має два виміри, то впливає, що метод фазової площини застосовується до аналізу руху систем, що описуються диференційними рівняннями другого порядку. Для електричної системи повинні бути задані дві аналогічні змінні, наприклад, заряд ємності (чи напруга) та струм. У випадку механічної системи стан повністю визначається завданням координати (переміщення) і швидкості руху. Основною перевагою методу фазової площини є його придатність для аналізу як лінійних, так і нелінійних систем. Деякі важливі властивості нелінійних систем, які неможливо або важко досліджувати аналітично, піддаються наочному тлумаченню і якісному дослідженню за допомогою графоаналітичної побудови у фазовій площині.

**Зображення фазових портретів систем методом ізоклін.** Суть цього методу можна зрозуміти на прикладі лінійної системи (звичайного коливального контуру), що описується рівнянням:

$$\ddot{x} + 2\alpha \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (3)$$

в якому  $x$  можна мати на увазі, наприклад, як заряд конденсатора.

Рівняння (3) може бути записано у вигляді системи двох рівнянь першого порядку:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{dx}{dt} = y, \\ \dot{y} &= \frac{dy}{dt} = -(2\alpha y + \omega_0^2 x). \end{aligned} \quad (4)$$

Таким чином, якщо  $x$  – заряд, то  $y$  – струм у контурі.

Розділивши друге з цих рівнянь на перше, отримаємо рівняння, що не має в явній формі часу  $t$ :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2\alpha x + \omega_0^2 x}{y}. \quad (5)$$

Дві змінні  $x$  та  $y$ , що входять до рівняння (5), можна розглядати як координати зображуючої (або представлені) точки на площині  $x, y$ . Тоді рівняння (5)  $y = f(x, A)$ , де  $A$  – довільна постійна, що визначається початковими умовами  $x_0, y_0$ , отримаємо сімейство кривих, що є інтегральними відповідно до початкового рівняння (3). Функцію  $y = f(x, A)$  іноді називають першим інтегралом рівняння (3), так як  $y = \dot{x}$ .

У фазовій площині рішення  $y = f(x, A)$  утворює сімейство фазових траєкторій зображуючої точки, що відповідають різним фіксованим значенням  $A$ , тобто різним початковим умовам  $x_0, y_0$ . Так як при заданих початкових умовах рівняння (3) і відповідно рівняння (5) мають єдине рішення, то кожній парі координат  $x, y$  відповідає одна, і тільки одна, інтегральна крива. Іншими словами, вся фазова площина покрита сімейством інтегральних кривих (фазових траєкторій), що не перетинаються. Виключення з цього правила становлять точки, що відповідають стану рівноваги (спокою) системи. У випадку лінійного рівняння фазова траєкторія легко визначається за допомогою рівняння виду (5). У більш складному випадку нелінійного рівняння ця побудова виконується методом ізоклін. Термін “ізоклін” еквівалентний поняттю “крива рівного нахилу”. Ізокліна являє собою геометричне місце точок фазової площини, у якій фазові траєкторії мають дотичні із заданим (фіксованим) кутовим коефіцієнтом  $k$ .

Зокрема, у рівнянні (5) ліва частина є кутовим коефіцієнтом  $k$ . Прирівнюючи цю частину заданому значенню  $k$ , отримуємо:

$$k = -\frac{2\alpha x + \omega_0^2 x}{y}.$$

Звідси приходимо до такого рівняння ізоклін:

$$y = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha + k} x. \quad (6)$$

При постійних значеннях  $k$  це рівняння визначає пучок прямих, що проходять через початок координат.

Після того як на фазову площину нанесено сімейство ізоклін (для різних значень  $k$ ), неважко відтворити наближену побудову фазового портрета системи, що вивчається. Для цього в кожній точці фазової площини проводиться прямолінійний відрізок із нахилом, рівним відповідному значенню  $k$  найближчої ізокліни. Чим менші інтервали  $k$  окремих ізоклін, тим вища точність побудови фазового портрета. Початкова точка  $x_0, y_0$ , з якої починається побудова, може бути вибрана довільно, однак подальший хід фазової траєкторії однозначно визначається вибраними значеннями  $x_0, y_0$ .

Для виявлення структури фазового портрета системи корисно також встановити чи нема серед сімейства ізоклін такої прямої, яка є одночасно й інтегральною кривою для початкового рівняння системи. Така пряма, якщо вона існує, повинна задовольняти рівнянню ізоклін (6) і, крім того, повинна бути першим інтегралом рівняння (3). Іншими словами, необхідно знайти значення  $k$ , при якому виконуються одночасно дві такі умови:

$$\begin{aligned} y &= -\frac{\omega_0^2}{2\alpha + k} x, \\ k &= \frac{dy}{dx}, \\ y &= kx + C. \end{aligned}$$

Підставляючи в першу з цих умов  $y = kx$  (постійну  $C$  відкидаємо), отримуємо рівняння:

$$k = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha + k}, k = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}. \quad (7)$$

Але  $k$  не може бути комплексною чи уявною величиною. Отже, шукана ізокліна, що одночасно є інтегральною кривою, існує тільки у випадку  $\alpha > \omega_0$ , тобто як у випадку аперіодичного контуру. Залишається знайти ще ізокліну горизонтальних дотичних (тобто при  $k = 0$ ) та ізокліну горизонтальних дотичних (при  $k = \infty$ ).

Підставляючи в рівняння (6)  $k = 0$ , знаходимо рівняння ізокліни горизонтальних дотичних:

$$y = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha} x. \quad (8)$$

Ізокліною вертикальних дотичних ( $k = \infty$ ) є пряма  $y = 0, x = 0$ , тобто вісь  $x$ . Цей результат співпадає з обумовленим вище.

На отриманих результатах можна побачити різні фазові портрети для системи, що описується рівнянням (3) при різних співвідношеннях  $\alpha$  і  $\omega_0$ .

**Обробка біомедичних сигналів.** Найбільш поширеним є спосіб зображення, при якому використовують дві фазові змінні: основну (наприклад,  $x$ ) і швидкість її зміни  $y$ :

$$\frac{dx}{dt} = V_x = P(x, y), \tag{9}$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y = Q(x, y). \tag{10}$$

Швидкості  $V_x$  і  $V_y$  є функціями  $x$  і  $y$ .

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{P^2 + Q^2}. \tag{11}$$

Спільне розв'язання рівнянь (9) і (10) дозволяє одержати рівняння фазових траєкторій пульсового сигналу.

Для отримання фазового портрета необхідно побудувати фазові траєкторії системи, тобто виключити із рівнянь (9) і (10) час. Поділивши (10) на (9), отримаємо рівняння фазових траєкторій у диференціальній формі:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x, y)}{P(x, y)}. \tag{12}$$

Рівняння (12) проінтегрували. При цьому отримаємо аналітичний вираз для фазових траєкторій:

$$F(x, y, C) = 0,$$

де  $C$  – постійна інтегрування, яка визначається початковими умовами.

Для більшості систем у рівнянні (12) змінні не розділяються і воно не інтегрується. Тоді фазовий портрет системи може бути побудований одним із графоаналітичних методів, наприклад, методом ізоклін. Рівняння ізокліни:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{Q(x, y)}{P(x, y)} = h,$$

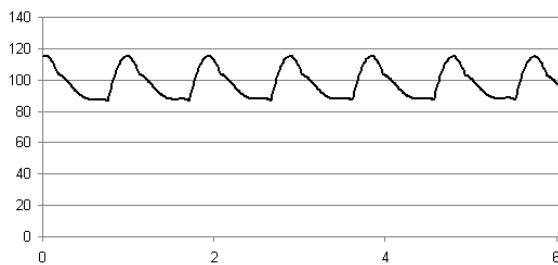
де  $h$  – постійна величина, яка визначає кут нахилу дотичних до фазових траєкторій, що проходять через дану ізокліну.

Задаючи послідовний ряд значень  $h$ , будуємо на фазовій площині для кожного значення  $h$  свою ізокліну. Отримавши, таким чином сітку ізоклін, будуємо фазові траєкторії, переходячи з однієї ізокліни на іншу.

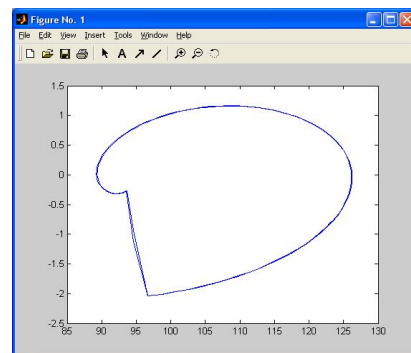
У даній статті розглянуто пульсові хвилі та їх фазові портрети в нормі та при різних патологіях. Результати наведено для найпоширеніших захворювань серцево-судинної системи.

1) Норма.

Якщо людина здорова, то в ідеалі ми маємо (рис. 2):  $P_c = 119$ ;  $P_d = 86$ .



а)



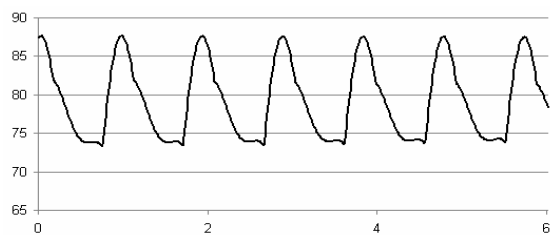
б)

Рис. 2. Форма пульсового сигналу (а) та його фазовий портрет (б)

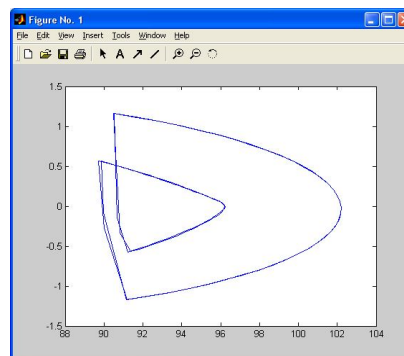
2) Артеріальний тиск нижчий за норму.

Знижений артеріальний тиск може свідчити про такі хвороби серцево-судинної системи, як синусова та пароксизмальна тахікардія та ін. [8].

➤ Пароксизмальна тахікардія:  $P_c = 87$ ;  $P_d = 74$ .



a)



б)

Рис. 3. Форма пульсового сигналу (а) та його фазовий портрет (б) при пароксизмальній тахікардії

На рисунку 3, б зображено фазовий портрет пульсової хвилі хворого при пароксизмальній тахікардії.

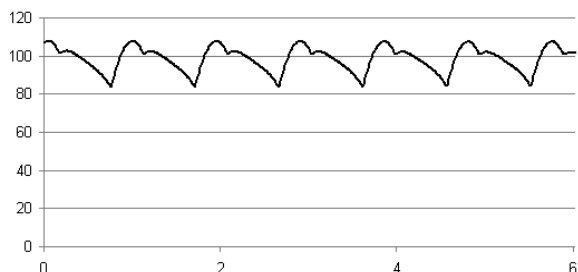
Пароксизмальна тахікардія – це приступ збільшення ЧСС до 140–250 уд./хв., який раптово починається і так само раптово закінчується при збереженні в більшості випадків правильного регулярного ритму. Він обумовлений частими імпульсами, що виникають з передсердь або шлуночків.

Приступ продовжується звичайно від декількох секунд до декількох годин, лише іноді довше. Хворі, в більшості випадків, відчувають початок і кінець приступу.

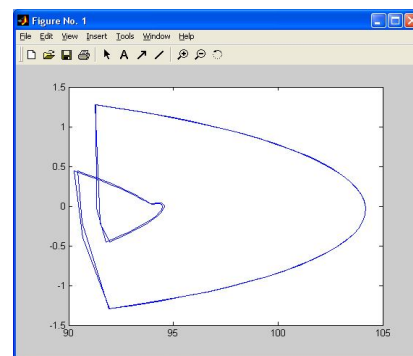
➤ Синусова тахікардія (рис. 3):  $P_c = 110$ ;  $P_d = 82$ .

Синусовою тахікардією називається збільшення частоти серцевих скорочень (ЧСС) від 90 до 150–180 уд./хв. при збереженні правильного синусового ритму.

У абсолютно здорових людей вона виникає при фізичних навантаженнях або емоційних напруженнях. Вона може розвиватися в результаті ішемії чи дистрофічних змін в синоатріальному вузлі (СА-вузлі), а також при різноманітних інфекціях, токсичній дії на СА-вузол, при підвищеній температурі, при зниженому артеріальному тиску, у хворих з серцевою недостатністю [8].



a)



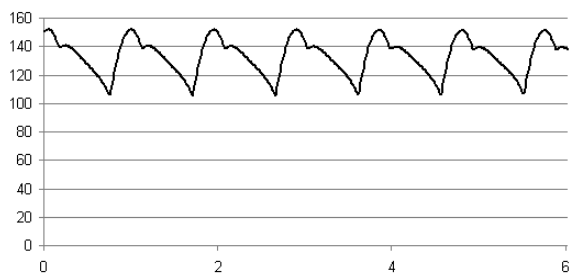
б)

Рис. 4. Форма пульсового сигналу (а) та його фазовий портрет (б) при синусній тахікардії

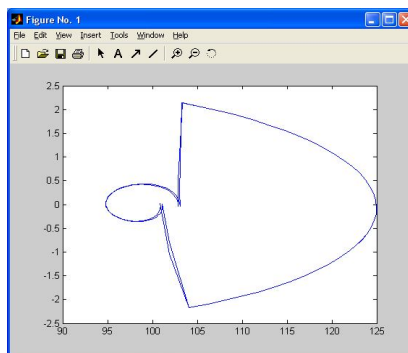
3) Підвищений артеріальний тиск.

Підвищений артеріальний тиск супроводжує такі серцеві хвороби, як синусова брадикардія, синусова аритмія, екстра систоля та ін. [8].

➤ Синусова брадикардія (рис. 5):  $P_c = 150$ ;  $P_d = 110$



a)



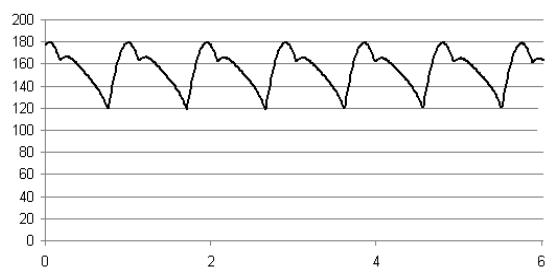
б)

Рис. 5. Форма пульсового сигналу (а) та його фазовий портрет (б) при синусній брадікардії

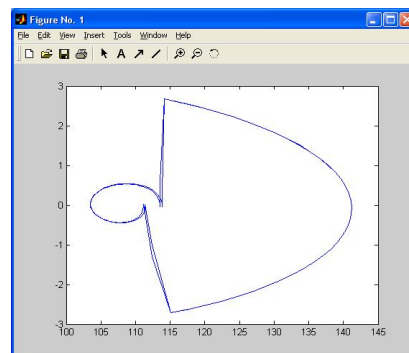
Синусовою брадікардією називається зменшення ЧСС до 59–40 уд./хв. при збереженні правильного синусового ритму [8].

Синусова брадікардія обумовлена зменшенням автоматизму СА-вузла. Часто основною причиною синусової брадікардії є підвищення тону блукаючого нерва. Серед здорових людей синусова брадікардія зустрічається особливо часто у спортсменів. У патології вона зустрічається при деяких інфекціях (грип, черевний тиф), при інфаркті міокарда, при підвищеному артеріальному тиску тощо.

➤ Синусова дихальна аритмія (рис. 6):  $P_c = 180$ ;  $P_d = 120$ .



a)



б)

Рис. 6. Форма пульсового сигналу (а) та його фазовий портрет (б) при синусній аритмії

Синусовою аритмією називається неправильний синусовий ритм, який характеризується періодами поступового збільшення і зменшення ритму.

Частіше всього зустрічається синусова дихальна аритмія, при якій ЧСС збільшується на вході і зменшується на виході. Вона обумовлена нерівномірним і нерегулярним утворенням імпульсів в СА-вузлі, що, в свою чергу, може бути пов'язане з коливанням тону блукаючого нерва і (або) змінами кровонаповнення серця під час дихання [9].

Синусова дихальна аритмія часто зустрічається у здорових людей молодого віку, а також у період одужання при різних інфекційних захворюваннях. Дуже часто вона реєструється у молодих хворих вегетативно-судинною дистонією.

Як видно з рисунків, метод є дуже чутливим до зміни тиску. Уже при зміні на 2 мм. рт. ст. фазовий портрет кривої пульсу буде помітно змінюватись.

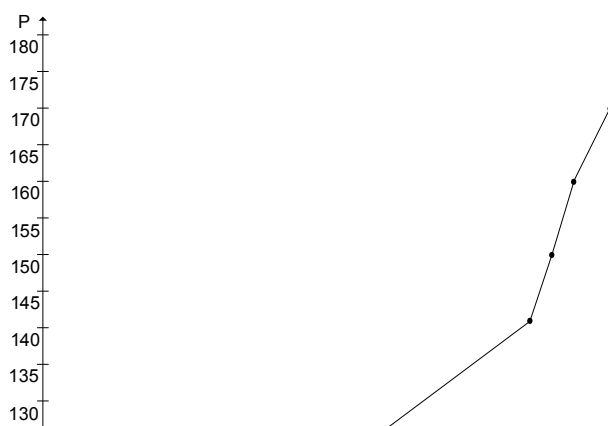


Рис. 7. Залежність тиску від площі фазового портрета сигналу

Якщо обрахувати площу фазових портретів, отримаємо залежність (рис. 7), з якої видно, що при зниженому тиску (менше 118–120) площа фазового портрета також буде меншою, при підвищеному – більша норма. Це пов'язано з утворенням додаткової петлі всередині фазового портрета.

**Висновки.** Аналіз ритму серця може показати важливі властивості серцево-судинного управління. Перехід ритму серця на іншу частоту (аритмія) в спокійному стані пацієнта пов'язаний з патологічними станами серцевої збудженої системи [6].

Складність динаміки інтервалів у ритмі серця відбиває кількість незалежно діючих компонентів у комплексній системі управління ритмом серця. Проте сьогодні є лише небагато експериментально підтверджених для успішного застосування в біологічних системах методів, заснованих на аналізі нелінійної динаміки фізіологічних параметрів таких, наприклад, як тривалість кардіоінтервалів (RR-інтервалів, пульсограм). Тому дослідження і розвиток нових методів аналізу ритму серця, заснованих на нелінійній динаміці є актуальним.

При вдосконаленні реєстраційної апаратури і методів обробки отриманих даних, подальше дослідження пульсових сигналів для збільшення вже існуючої бази, може дозволити встановити більш точнішу залежність зазначених показників. А даний метод обробки пульсових хвиль може дозволити робити якісну та кількісну характеристику стану ССС без проведення тривалих клінічних досліджень та інвазивного втручання.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. *Куришаков Н.А.* Кровообращение в норме и патологии / *Н.А. Куришаков, Л.П. Прессман.* – М. : Медтехника, 1969. – 336 с.
2. Выявление патологий сердечно-сосудистой системы с помощью анализа фазового пространства состояний пульсовой волны / *В.И. Волков, Д.Ю. Козлов, С.А. Останин и др.* // Медицинская техника. – 2009. – № 1 (253).
3. *Доброва В.С.* Біофізика та медична апаратура : навч. посіб. / *В.С. Доброва, В.О. Тіманюк.* – К. : ВД “Професіонал”, 2006. – 200 с.
4. *Амосов Н.М.* Исследование сократительной функции миокарда методом фазовых координат / *Н.М. Амосов, Б.Т. Агапов, Ю.В. Паничкин* // Доклады АН СССР. – 1972. – Т. 202, № 1.
5. Выявление патологий сердечно-сосудистой системы с помощью анализа фазового пространства состояний пульсовой волны / *В.И. Волков, Д.Ю. Козлов, С.А. Останин и др.* // Медицинская техника. – 2009. – № 1 (253).
6. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы : учебник / *И.С. Гоноровский.* – М. : Радио и связь, 1986.
7. *Прессман Л.П.* Клиническая сфигмография / *Л.П. Прессман.* – М. : Медицина, 1974.
8. *Мурашко В.В.* Электрокардиография / *В.В. Мурашко, А.В. Струтынский.* – М. : Медицина, 1987. – 257 с.
9. Физика и биофизика. Практикум : учеб. пособие / *В.Ф. Антонов, А.М. Черныш, Е.К. Козлова.* – М. : ГЕОТАР-Медиа, 2009. – 336 с.

НІКІТЧУК Тетяна Миколаївна – аспірант кафедри “Радіотехніка і телекомунікації” Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- біофізика серцево-судинної системи;
- моделювання та методи обробки пульсових хвиль.

E-mail: [tnikitchuk@mail.ru](mailto:tnikitchuk@mail.ru)

ПОЛЩУК Юлія Андріївна – магістрант кафедри “Радіотехніка і телекомунікації” Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- методи обробки біомедичних сигналів.

Подано 02.06.011