

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НАБЛИЖЕНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА

Проведено експериментальне дослідження властивостей наближеного методу розв'язання загальної задачі комівояжера (ЗК) на вхідних даних великого розміру та його порівняння із відомими евристичними й наближеними алгоритмами. Наближений метод виконується у дві стадії. На першій стадії ЗК поліноміально зводиться до симетричної задачі комівояжера (СЗК). На другій стадії виконується поліноміальний наближений алгоритм СЗК, результат роботи якого перетворюється у наближений розв'язок ЗК. Експериментальна оцінка вартості наближених розв'язків досить складна у зв'язку з експоненціальною природою задачі комівояжера: важко знайти оптимум для вхідних даних великого розміру. За еталонні розв'язки використовувались деякі екземпляри з бібліотеки TSPLIB. На всій множині використаних вхідних даних відхилення вартості від оптимуму наближеного методу ЗК краща, ніж доведена аналітична оцінка. Можлива оптимізація реалізації наближеного методу ЗК з використанням пам'яті, що дозволить розв'язувати задачі більшої розмірності в умовах обмежених обчислювальних ресурсів.

**Ключові слова:** загальна задача комівояжера; наближений метод.

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Проблема маршрутизації енергоресурсів, інформації, транспортних потоків є важливою для сучасного державного управління, промисловості, транспорту. Низка задач, пов'язаних з маршрутизацією, формально зводиться до задачі комівояжера (ЗК).

Загальна задача комівояжера (ЗК) є узагальненням ЗК і формулюється так: заданий неорієнтований граф  $H = (V, U)$  з  $n$  вершинами та функція ваг його ребер  $d: U \rightarrow Z_0^+$ , де  $Z_0^+$  – множина цілих невід'ємних чисел. Потрібно знайти найкоротший замкнений маршрут, який пов'яже всі вершини  $V$ . У будь-якому зв'язному графі ЗК завжди має розв'язок [1, 2].

Існує наближений алгоритм розв'язання ЗК, що виконується у дві стадії. На першій стадії ЗК поліноміально зводиться до симетричної задачі комівояжера (СЗК). На другій стадії виконується поліноміальний наближений алгоритм СЗК, результат роботи якого перетворюється у наближений розв'язок ЗК. Вартість  $D(t)$  побудованих розв'язків ЗК обмежена величиною

$$2D(T^*) - 3d_{\min}, \quad (1)$$

де  $D(T^*)$  – вартість оптимального розв'язку;  $d_{\min}$  – мінімальна вага ребра в графі  $H$  [3].

Очевидно, що якщо граф  $H$  метричний, то розв'язки СЗК та ЗК збігаються [4, 5, 6].

Експериментальна оцінка вартості наближених розв'язків досить складна у зв'язку з експоненціальною природою задачі комівояжера (ЗК): важко знайти оптимум для вхідних даних великого розміру. Бібліотека TSPLIB [7] містить велику колекцію екземплярів ЗК та її різновидів, включаючи оптимальні тури, нижні границі та найкращі наближені розв'язки, якщо вони відомі. Графи з цієї бібліотеки, які відповідають вимогам СЗК, були використані для експериментального дослідження властивостей наближеного алгоритму розв'язання ЗК.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженням ЗК, зокрема таких її різновидів, як симетрична ЗК та гамільтонова ЗК, в Україні займаються д.ф.-м.н., проф. Ємець О.М., д.т.н., проф. Гребеннік І.В., д.т.н., проф. Панішев А.В. та інші. Публікації як вітчизняних, так закордонних вчених щодо наближених методів розв'язання ЗК автору на даний момент не відомі.

**Постановка завдання. Метою** даної статті є експериментальне дослідження наближеного методу ЗК: порівняння вартості наближених розв'язків із відомими оптимальними для задач великої розмірності, а також порівняння із аналітично вираженою верхньою межею відхилення від оптимуму для цих задач. Крім того, проведення порівняння вартостей розв'язків методу ЗК та відомих евристичних та наближених алгоритмів.

**Викладення основного матеріалу.** Експериментальне дослідження виконувалось на комп'ютері з процесором Intel Core Q9000 2 GHz та 4 ГБ оперативної пам'яті. Як вхідні

дані використовувались графи СЗК з бібліотеки TSPLIB. Шляхом послідовного запуску програмного забезпечення для графів різної розмірності було з'ясовано, що ресурси ЕОМ дозволяють розв'язувати задачі розмірністю  $n < 4000$ . Задачі більшої розмірності викликали підвищене використання віртуальної пам'яті, що негативно впливало на швидкодію та знижало ресурс апаратних засобів.

Результати роботи наближеного методу ЗЗК для графів із відомим оптимальним розв'язком показано в таблиці 1.

Таблиця 1

*Результати роботи наближеного методу ЗЗК, порівняно з оптимальними розв'язками*

Ім'я графа у TSPLIB	Розмірність графа	Вартість наближеного розв'язку ЗЗК	$d_{\min}$	Вартість оптимального розв'язку	Фактичне відхилення від оптимуму, %	Відхилення значення (1) від оптимуму, %
wi29	29	30983	75	27603	12,25	123,67
dj38	38	6777	5	6656	1,82	103,41
xqf131	131	663	1	564	17,55	134,57
qa194	194	11733	1	9352	25,46	150,89
xqg237	237	1209	1	1019	18,65	137,00
pma343	343	1683	1	1368	23,03	145,83
pka379	379	1692	1	1332	27,03	153,83
bcl380	380	1879	1	1621	15,92	131,65
pbl395	395	1716	1	1281	33,96	167,68
pbk411	411	1742	1	1343	29,71	159,20
pbn423	423	1785	1	1365	30,77	161,32
pbm436	436	1920	1	1443	33,06	165,90
xql662	662	3353	1	2513	33,43	166,73
rbx711	711	3911	1	3115	25,55	151,01
uy734	734	104744	6	79114	32,40	164,77
rbu737	737	4308	1	3314	29,99	159,90
dkg813	813	4196	1	3199	31,17	162,24
zi929	929	119480	3	95345	25,31	150,62
lim963	963	3611	1	2789	29,47	158,84
lu980	980	15697	1	11340	38,42	176,82
pbd984	984	3789	1	2797	35,47	170,83
xit1083	1083	4650	1	3558	30,69	161,30
dka1376	1376	6193	1	4666	32,73	165,39
dca1389	1389	6761	1	5085	32,96	165,86
dja1436	1436	6989	1	5257	32,95	165,84
icw1483	1483	6064	1	4416	37,32	174,57
fra1488	1488	5911	1	4264	38,63	177,18
rbv1583	1583	7517	1	5387	39,54	179,02
rby1599	1599	7434	1	5533	34,36	168,66
fnb1615	1615	6691	1	4956	35,01	169,96
rw1621	1621	39887	1	26051	53,11	206,21
djc1785	1785	8419	1	6115	37,68	175,31
dcc1911	1911	8710	1	6396	36,18	172,31
dkd1973	1973	8899	1	6421	38,59	177,14
mu1979	1979	116644	1	86891	34,24	168,48
djb2036	2036	8607	1	6197	38,89	177,73
dcb2086	2086	8680	1	6600	31,52	162,98
bva2144	2144	8720	1	6304	38,32	176,60
xqc2175	2175	9131	1	6830	33,69	167,34
xpr2308	2308	9575	1	7219	32,64	165,23
ley2323	2323	11418	1	8352	36,71	173,38
rbw2481	2481	10511	1	7724	36,08	172,13
pds2566	2566	10448	1	7643	36,70	173,36
mlt2597	2597	11152	1	8071	38,17	176,31
bck2217	2217	9449	1	6764	39,70%	179,35%
irw2802	2802	11517	1	8423	36,73%	173,43%
dbj2924	2924	13414	1	10128	32,44	164,86
nu3496	3496	138527	1	96132	44,10	188,20
dlb3694	3694	15407	1	10959	40,59	181,15

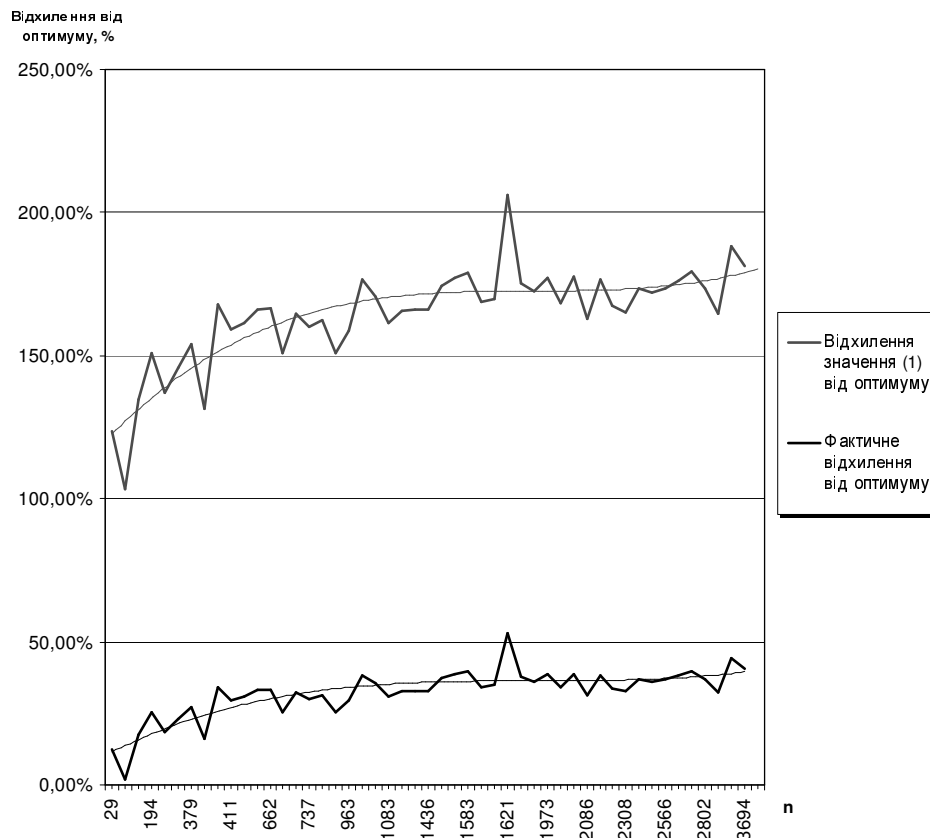


Рис. 1. Результати роботи наближеного методу ЗЗК, порівняно з оптимальними розв'язками

Для деяких екземплярів ЗК з TSPLIB оптимум ще невідомий, тому був проведений порівняльний аналіз щодо найкращого відомого розв'язку. Результати експериментального дослідження представлено в таблиці 2.

Таблиця 2

Відхилення вартості розв'язку ЗЗК щодо найкращого відомого розв'язку

Ім'я графа у TSPLIB	Розмірність графа	Вартість наближеного розв'язку ЗЗК	Вартість найкращого відомого розв'язку	Відхилення від найкращого відомого розв'язку, %
dea2382	2382	10570	8017	31,84
bch2762	2762	11261	8234	36,76
lsm2854	2854	10914	8014	36,19
xva2993	2993	11540	8492	35,89
pia3056	3056	11511	8258	39,39
dke3097	3097	14160	10539	34,36
lsn3119	3119	12835	9114	40,83
lta3140	3140	13191	9517	38,60
fdp3256	3256	13980	10008	39,69
beg3293	3293	13423	9772	37,36
dhb3386	3386	15188	11137	36,37
fjs3649	3649	12901	9272	39,14
fjr3672	3672	13088	9601	36,32
lth3729	3729	16006	11821	35,40
xqe3891	3891	15910	11995	32,64
xua3937	3937	15379	11239	36,84
dkc3938	3938	17234	12503	37,84
dkf3954	3954	17313	12538	38,08

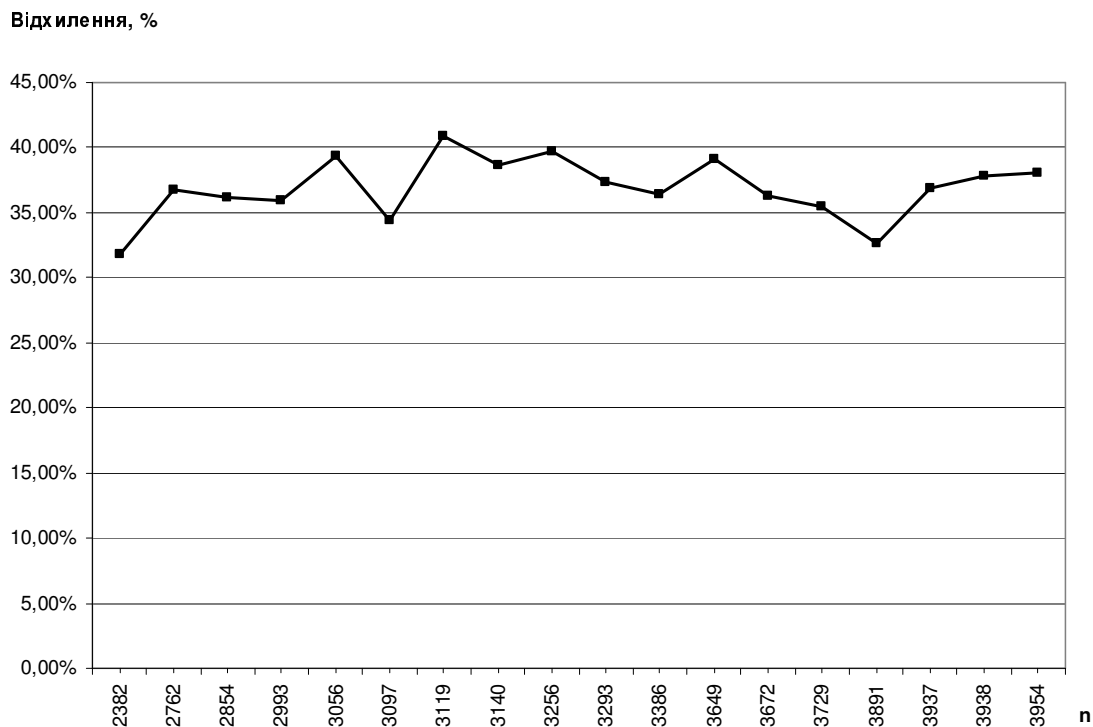


Рис. 2. Відхилення вартості розв'язку 3ЗК щодо найкращого відомого розв'язку

#### Висновки:

1. На всій множині використаних вхідних даних відхилення вартості розв'язку від оптимуму наближеного методу 3ЗК краще, ніж доведена аналітична оцінка.
2. У межах обчислювального експерименту відхилення вартості розв'язку 3ЗК від оптимуму не перевищує 44 %, тоді як середнє значення відхилення становить 32,26 %.
3. Еталонні розв'язки (табл. 2) було отримано за допомогою всесвітньо відомих та визнаних евристик, таких як Concorde [9], LKH [10], тому відхилення розв'язку 3ЗК, що не перевищує 42 % вартості кращого відомого розв'язку, разом зі складністю виконання  $O(n^3)$ , є значним результатом.
4. Можлива оптимізація реалізації наближеного методу 3ЗК з використання пам'яті, що дозволить розв'язувати задачі більшої розмірності в умовах обмежених обчислювальних ресурсів.

#### Список використаної літератури:

1. Бондаренко М.Ф. Компьютерная дискретная математика / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Белоус, А.Г. Руткас. – Харьков : Компания СМІТ, 2004. – 476 с.
2. Панишев А.В. Модели и методы оптимизации замкнутых маршрутов на транспортной сети / А.В. Панишев, А.В. Морозов. – Житомир : ЖДТУ, 2014. – 315 с.
3. Левченко А.Ю. Приближенное решение общей задачи коммивояжера / А.Ю. Левченко // Информатика та системні науки (ІСН-2011) : матер. Всеукр. науково-практ. конф. (м. Полтава, 17–19 берез. 2011 р.). – Полтава, 2011. – С. 160–163.
4. Information Models of Knowledge, ITNEA, Kiev-Sofia 2010(KDS 2010). Anatoliy Panishev, Anton Levchenko. Cycle routes optimization for not full graph. Рр. 435–441.
5. Левченко А.Ю. Декомпозиція загальної задачі комівояжера та наближений метод її розв'язку / А.Ю. Левченко // Вісник ЖДТУ. – Житомир, 2011. – С. 134–142.
6. Левченко А.Ю. Декомпозиция общей задачи коммивояжера для транспортных сетей / А.Ю. Левченко, И.В. Гаращенко // Труды XI междунар. научно-практ. конф. «Современные информационные и электронные технологии» (г. Одесса, 24–28 мая 2010 г.). – Т. 1. – Одесса, 2010. – С. 31.
7. Електронний ресурс. – Режим доступу : <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>
8. Електронний ресурс. – Режим доступу : <http://elib.zib.de/pub/mp-testdata/tsp/>

- tsplib/tsplib.html
9. Електронний ресурс. – Режим доступу : <http://neos.mcs.anl.gov/neos/solvers/co:concorde/TSP.html>
10. Електронний ресурс. – Режим доступу : <http://www.akira.ruc.dk/~keld/research/LKH/>

ЛЕВЧЕНКО Антон Юрійович – кандидат технічних наук, асистент кафедри ПЗС Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- комп'ютерно-інформаційні технології;
- комбінаторна оптимізація.

Стаття надійшла до редакції 10.11.2015