

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ, ЯКІ ОПИСУЮТЬСЯ ЗМІШАНОЮ КРАЙОВОЮ ЗАДАЧЕЮ

Ряд технічних систем містять дискретні джерела теплоти. Прикладами таких систем можуть бути однокристальні системи (system on a chip, SoC), радіаційні печі без конвекційної секції (radiant furnace) тощо. Їх функціонування значною мірою залежить від положення джерел теплоти, які вони містять.

Відомо, що сучасні технології електронних приладів оперують з мільйонами транзисторів, що працюють на гігагерцових частотах. Оборотною стороною цієї ситуації є те, що в результаті виділяється значна кількість енергії, виявом чого є підвищення температури. Ці термічні ефекти мають небажані наслідки на функціонування однокристальних систем. Наприклад, великі градієнти температури можуть приводити до виникнення значних термонапружень, які можуть навіть зруйнувати мікросхему, або просто привести до появи помилок при функціонуванні. Тому на етапі проектування таких однокристальних систем виникає задача розміщення тепловиділяючих елементів таким чином, щоб мінімізувати негативний вплив значних перепадів температури. Оскільки проектування у теперішній час здійснюється за допомогою відповідного програмного забезпечення (CAD/CAE системи), то оцінки альтернативних проектних рішень та вибір оптимального, за певним критерієм, рішення є перспективним напрямком удосконалення та розвитку CAD/CAE систем.

Для того щоб розрахувати температурне поле у заданій області слід розв'язати крайову задачу для рівняння теплопровідності. Де-факто стандартним методом розв'язання таких крайових задач в CAD/CAE системах є метод скінченних елементів.

З одного боку, розглянуті задачі стосуються оптимізації систем з розподіленими параметрами, з іншого, необхідно врахувати геометричні обмеження на взаємне розміщення джерел. Тому подібні задачі відносяться до задач геометричного проектування, якими тривалий час займаються в науковій школі чл.-кор. НАН України Стояна Ю.Г. в Інституті проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного. Оскільки критерій якості розміщення джерел залежить від розв'язку крайової задачі, то виникає необхідність дослідження залежності розв'язку крайової задачі від параметрів розміщення джерел. Для одного класу крайових задач було доведено диференційованість їх розв'язку за параметрами розміщення. Однак крайові задачі у переважній більшості випадків можна розв'язувати лише чисельними методами, зокрема методом скінченних елементів. Тому подальші дослідження були спрямовані на пошук алгоритмів чисельного диференціювання розв'язків крайових задач за параметрами розміщення.

В даній роботі розглядається мінімаксна задача оптимального розміщення джерел у випадку, коли розподіл температури описується змішаною крайовою задачею для еліптичного рівняння:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -f(x, y, Z), \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega_1} = \varphi, \quad k \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_2} = -q, \quad (2)$$

$$f(x, y, Z) = \begin{cases} A_i(x, y, z_i), & \text{if } (x, y) \in \text{supp}D_i \\ 0, & \text{if } (x, y) \notin \bigcup_{i=1}^m \text{supp}D_i \end{cases}, \quad (3)$$

де $\partial\Omega_1, \partial\Omega_2$ – ділянки границі області Ω , n – нормаль до $\partial\Omega_2$, φ, q – функції, задані на $\partial\Omega_1$ та на $\partial\Omega_2$ відповідно, k – функція, задана в Ω .

Функція цілі, яка залежить від розміщення носіїв джерел фізичного поля:

$$F(Z) = \max_j u(x_j, y_j, Z), \quad j \in \{1, 2, \dots, p\}, \quad (4)$$

де $P_j(x_j, y_j), j = 1, 2, \dots, p$ фіксовані точки області Ω .

Змістовно постановка оптимізаційної задачі означає, що необхідно розмістити джерела фізичного поля в області так, щоб задана функція максимуму набула мінімального значення при умові, що носії джерел не перетинаються між собою та не виходять за межі області.

Наукова новизна представленої роботи полягає у розробці алгоритму для розв'язання одного виду задач оптимального розміщення дискретних джерел фізичного поля. Особливістю даного класу задач є те, що фізичне поле описується змішаною крайовою задачею для диференціального рівняння з частинними похідними. Запропонований чисельний спосіб отримання частинних похідних розв'язку крайової задачі за параметрами розміщення джерел. Викладена ідея диференціювання за параметрами розміщення може бути просто адаптована і до інших крайових задач, які виникають на практиці.