

С.П. Фриз, к.т.н., доц.

Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова
Національного авіаційного університету

ФОРМАЛІЗОВАНИЙ ОПИС ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОГО ПОЛОЖЕННЯ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ У ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ

У статті запропоновано математичний апарат для формалізованого опису просторово-часового положення (ПЧП) космічних апаратів (КА), які функціонують в орбітальному польоті, з метою їх автоматизованого вибору для оперативного і достовірного вирішення певних цільових завдань. В основу опису покладено окремі поняття теорії орбітального руху КА, математичний апарат теорії множин та алгебри логіки, а також статистичні дані щодо щільності розподілу КА у навіолоземному космічному просторі за окремими орбітальними параметрами.

Постановка проблеми. Загальновідомо, що на сучасному етапі у багатьох сферах людської діяльності знаходять широке застосування космічні системи (КС) різного призначення – дистанційного зондування Землі, розвідувальні, екологічного контролю, навігаційні, метеорологічні, топогеодезичні, зв'язку, телевізійні та ін. [1, 2].

При цьому як на етапах створення та випробувань таких систем, так і на етапах їх цільового застосування виникають ряд задач, які потребують *формалізації* процесів, що протікають в цих системах та їх складових елементах, особливо в орбітальних засобах.

Зокрема, такі задачі виникають при виборі та формуванні орбіт КА на етапі створення КС, при керуванні просторово-часовим положенням КА відносно інерціального простору, а також відносно наземних об'єктів та засобів – на етапі цільового застосування КС.

Особливого значення формалізований опис набуває в задачах вибору придатних КА з доступних у космічному просторі для оперативного вирішення певних цільових завдань. При цьому наявність відповідного алфавіту, аналітичних, логічних або інших математичних залежностей, що адекватно відображають ПЧП КА, є безпосередньою передумовою для *моделювання* процесів функціонування КС, оцінювання їх ефективності та прийняття раціональних рішень на вибір КА або керування їх орбітальним рухом.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням формалізованого опису і моделювання процесів у КСС присвячено низку наукових робіт, зокрема монографії [3–5] та статтю [6]. Але в роботі [3] розглядаються питання лише балістичного проектування КСС, а в монографіях [4] та [5] досліджено в основному моделювання процесів спостереження Землі, причому здебільшого у загальному вигляді, що не дозволяє скористатись отриманими залежностями для практичного застосування. Найближчою за змістом і отриманими результатами до проблем, що підняті в запропонованій статті, є робота [6]. Але вона присвячена формалізації процесів тільки раціонального планування роботи вітчизняних КА в умовах обмежених бортових ресурсів. Виходячи з цього, **метою статті** є розробка математичного апарата, придатного для формалізованого опису орбіт КА з використанням каталогу NORAD/NASA з метою їх автоматизованого вибору для оперативного і достовірного вирішення цільових завдань вітчизняними користувачами.

Викладення основного матеріалу. У загальному випадку для опису *положення* КА використовують вектор (множину) орбітальних параметрів або *вектор кеплерових елементів* еліптичної орбіти вигляду [7]:

$$\tilde{R}_0 = \{a, e, \omega, i, \Omega, t_{\Pi}\}, \quad (1)$$

де a, e – велика піввісь і ексцентриситет орбіти; ω, i, Ω – аргумент перигею, нахилення та інерціальна довгота висхідного вузла (ВВ) орбіти; t_{Π} або t_{Ω} – момент знаходження КА в перигеї або у ВВ орбіти (елементи, що задають положення КА на орбіті).

Поряд з вектором орбітальних параметрів (1) використовують й інші вектори, які комплексно характеризують параметри орбіти і руху КА. Одним із таких векторів служить, наприклад, вектор [8]:

$$\tilde{R}(t) = \{r(t), V(t), \theta(t), u(t), \Omega, i\}, \quad (2)$$

де $r(t)$ і $V(t)$ – поточний модуль радіуса-вектора КА та його лінійна швидкість; $\theta(t)$ і $u(t)$ – кут місцевого горизонту та аргумент широти КА; t – польотний час КА, відлік якого ведеться від точки перигею або ВВ орбіти.

Крім того, як показує аналіз структури і складу *TLE-файлів*, на основі інформації в них просторово-часове положення будь-якого КА можна описати ще одним вектором [8]:

$$\tilde{R}_{TLE} = \{i, \Omega, e, \omega, M, N, D.d, \Delta\}, \quad (3)$$

де M – середня аномалія КА на момент t_Ω ; N – середньодобовий рух КА (кількість витків орбіти за добу); $D.d$ – епохальний час для конкретного КА (рік, місяць, число, години, хвилини, секунди і долі секунди на момент t_Ω); Δ – решта даних (значення першої $G = dN/dt$ та другої $P = d^2N/dt^2$ похідних від середньодобового руху, величина деяких збурювальних факторів Q тощо).

Аналіз векторів (1)...(3) показує, що між ними існує певний взаємозв'язок, що дозволяє однозначно переходити від відомих компонентів вектора (3) до шуканих компонентів векторів (1) або (2): $\tilde{R}_{TLE} \rightarrow \tilde{R}_0$; $\tilde{R}_{TLE} \rightarrow \tilde{R}(t)$, – а далі вирішувати завдання вибору необхідних КА за класичними параметрами їх орбіт.

Аналіз теоретичних основ орбітального руху КА [7, 8] та статистичних даних щодо параметрів реальних орбіт КА показав, що існує велика кількість (рис. 1) їх видів (типів, класів), які відрізняються між собою хоча б одним із елементів векторів (1) або (2).

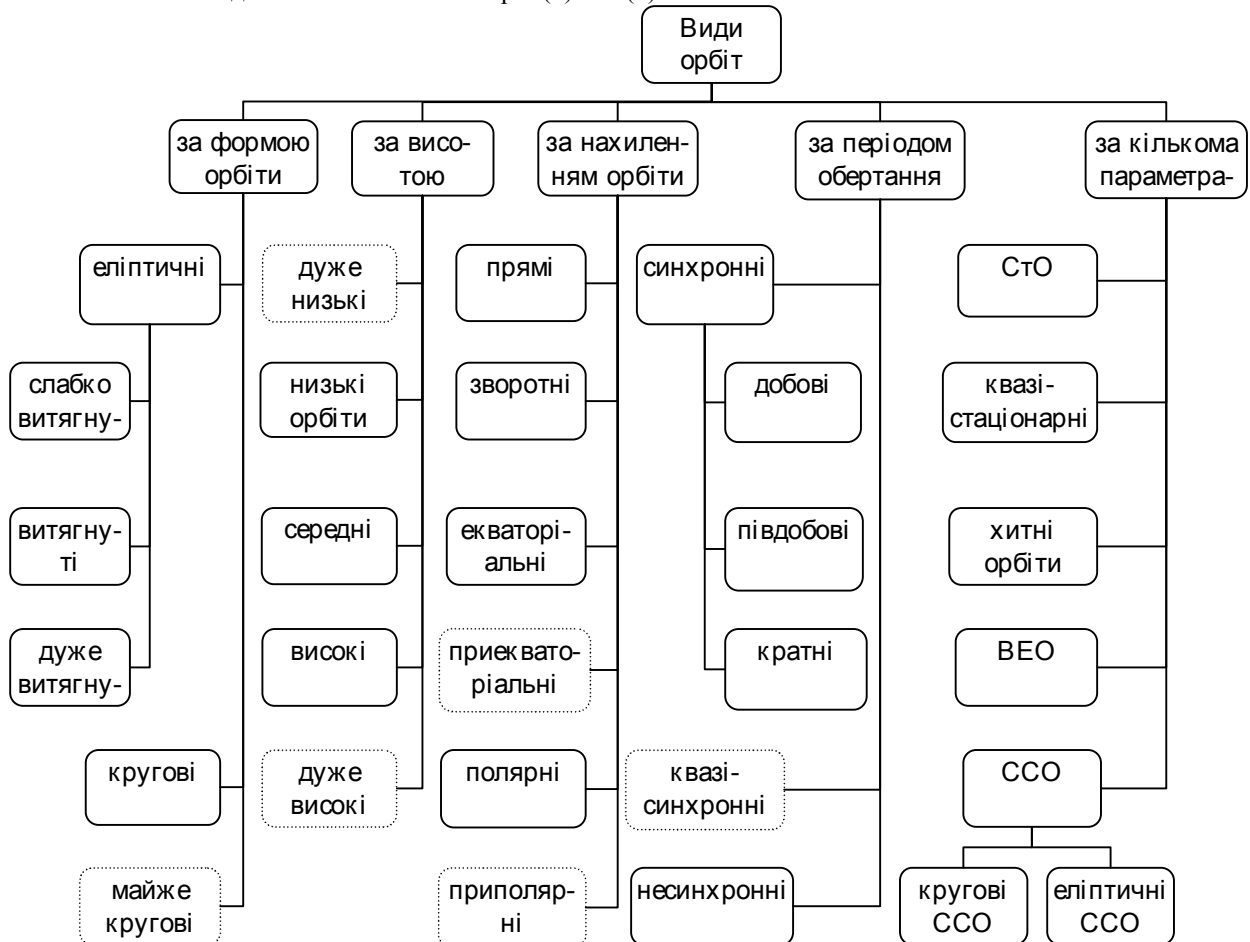


Рис. 1. Варіант класифікації орбіт КА

Тому для раціонального вибору того або іншого виду орбіти КА, призначеного для вирішення конкретних цільових завдань, необхідно сформулювати певні *вимоги* до КСС, а також ввести обґрунтовані обмеження.

Це можна подати як *завдання вибору* оптимального вектора орбітальних параметрів, наприклад, \tilde{R}_0^* із множини припустимих векторів $\{\tilde{R}_{0j}\}$ з урахуванням [8]:

- множини *цільових завдань* КСС $\{\Pi_i\}$;
- множини тактико-технічних *вимог* до КСС та її засобів $\{\Theta_k\}$;
- множини різних *обмежень* $\{O_l\}$.

Формально таке завдання можна записати як оптимізаційну задачу у вигляді:

$$\tilde{R}_0^* = \text{opt} \left[\left\{ \tilde{R}_{0j}, \{\Pi_i\}, \{\Theta_k\}, \{O_l\} \right\}, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, I}, k = \overline{1, K}, l = \overline{1, L} \right].$$

Аналіз вектора орбітальних параметрів (1) і практика застосування КСС різного призначення показали, що орбіти КА найчастіше розрізняють за ознаками, наведеними на рисунку 1 суцільними лініями. В той же час, у рамках запропонованого далі підходу доцільно деталізувати види орбіт за окремими показниками (пунктирні лінії).

Таким чином, якщо відомі компоненти векторів (1) або (2), то на їх основі принципово можна розв'язувати задачі вибору потрібних КА за їх ПЧП.

Однак у цьому разі виникають труднощі в пошуку і виборі самих компонентів вектора (3) із каталогу *NORAD/NASA* [9] через його велику розмірність. Щоправда, розробники цього каталогу дещо полегшили задачу пошуку, заздалегідь поділивши всю множину КО на тематичні рубрики. Але аналіз цих рубрик показує, що в їх основу покладено різні критерії класифікації КА, серед яких:

- цільове призначення (метеорологічні КА, КА зв'язку, вивчення ресурсів Землі тощо);
- тип орбіти (геостационарні КА, низькоорбітальні КА Росії);
- масо-габаритні характеристики (міні-, мікро-, наносупутники) тощо.

Через такий підхід існуючі рубрики каталогу *NORAD/NASA* виявились *малоприматними* для вибору із них множини специфічних орбіт. Враховуючи це, “відмовимось” від зазначених рубрик, об'єднаємо всі КО в одну загальну сукупність O_{Σ} та переформатуємо її за іншими, придатними для нас, рубриками.

Зокрема, всю сукупність КО O_{Σ} у каталозі *NORAD/NASA* за їх ПЧП поділимо на три множини (категорії):

- а) множину КО на специфічних орбітах O_{cn} ;
- б) множину КО на інших (неспецифічних) орбітах O_{in} ;
- в) множину КО на невідомих орбітах O_{nv} .

При цьому до невідомих віднесемо ті орбіти, стосовно яких у каталозі на даний момент відсутня інформація щодо орбітальних параметрів КО або відсутні самі *TLE-файли*. У зв'язку з цим для зручності введемо бінарну ознаку наявності або відсутності *TLE-файлів* для конкретного КО у загальній їх сукупності у вигляді:

$$TLE = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \text{існують } TLE\text{-файли}; \\ 0, & \text{якщо } TLE\text{-файлів немає}. \end{cases} \quad (4)$$

У такому разі незалежно від значення ознаки *TLE* має виконуватися умова:

$$O_{cn} \cup O_{in} \cup O_{nv} = O_{\Sigma} \text{ при } TLE = 0 \vee 1, \quad (5)$$

де \cup – символ операції *об'єднання* множин.

При цьому з урахуванням ознаки (4) множину специфічних орбіт представимо як:

$$O_{cn} = \{СтО, ВЕО, ССО\} \text{ при } TLE = 1, \quad (6)$$

а множина інших (неспецифічних) орбіт буде доповненням до множини (6):

$$O_{in} = \overline{O_{cn}} \text{ при } TLE = 1. \quad (7)$$

Множина невідомих орбіт визначиться як доповнення до множин специфічних і неспецифічних орбіт:

$$O_{nv} = \overline{O_{cn} \cup O_{in}} = \overline{O_{cn}} \cap \overline{O_{in}} \text{ при } TLE = 0, \quad (8)$$

де \cap – символ операції *перетинання* множин.

Далі для конкретності основну увагу приділимо специфічним орбітам.

У загальному випадку будь-який вид орбіт, виходячи із їх визначення, можна описати через сукупність поодиноких орбітальних параметрів.

Наприклад, виходячи із визначення [3, 5, 7, 8], що СтО – це кругова ($e = 0$) екваторіальна ($i = 0$) орбіта, на якій період обертання КА дорівнює зоряній добі ($T = T_{zd} \approx 23^h 56^m 04^s$), можна формально це визначення записати через операцію кон'юнкції [10] як:

$$СтО = (e = 0) \wedge (i = 0) \wedge (T = T_{zd}) = 1. \quad (9)$$

У реальних ситуаціях умову (9) виконати практично неможливо, тому при роботі з будь-яким каталогом КО слід задавати менш жорсткі (наближені) вимоги.

Наприклад, як показав аналіз каталогу *NORAD/NASA*, множину СтО у загальній множині орбіт існуючих КО зручно описувати через *підмножини* орбітальних параметрів:

$$СтО = (e_k \cup e_{mk} \cup e_{cv}) \cap (i_{zpr} \cup i_{zpl}) \cap (T_d \cup T_{kd}), \quad (10)$$

де $e_k = \{0 \leq e \leq 0,001\}$, $e_{mk} = \{0,001 < e \leq 0,01\}$, $e_{cv} = \{0,01 < e \leq 0,1\}$ – підмножини *кругових, майже кругових* та *еліптичних слабо витягнутих* орбіт; $i_{zpr} \subset i_{zpl} = \{0^\circ \leq i \leq 3^\circ\}$, $i_{zpl} \subset i_{zp} = \{3^\circ < i \leq 6^\circ\}$ – підмножини *екваторіальних прямих та приекваторіальних прямих* орбіт; \subset – символ, що означає “є

підмножиною”; $\mathbf{T}_d = \mathbf{T}_{z0} \pm \Delta T$, $\mathbf{T}_{kd} = \mathbf{T}_{z0} \pm 2\Delta T$ – підмножини *добових* та *квазидобових* орбіт; ΔT – допустимі (наприклад, $\Delta T \approx 0,01 T_{z0}$) еволюції періоду обертання КА на СтО.

Зауважимо, що конкретні числові значення підмножин у виразі (10) можна змінювати залежно від реальних ситуацій та практичних потреб. Наприклад, вибір граничних значень підмножин можна здійснювати на підставі аналізу фактичної щільності розподілу КО за формою, нахиленням та періодом обертання (висотою) орбіти методом побудови відповідних гістограм.

Із виразу (10) можна виділити ряд використовуваних на практиці підмножин СтО:

$$\mathbf{СтО}_* = \begin{cases} \mathbf{СтО}_0 = \mathbf{e}_k \cap \mathbf{i}_z \cap \mathbf{T}_d; \\ \mathbf{СтО}_1 = \mathbf{e}_{mk} \cap \mathbf{i}_{nz} \cap \mathbf{T}_{kd}; \\ \mathbf{СтО}_2 = \mathbf{e}_{sv} \cap \mathbf{i}_{nz} \cap \mathbf{T}_{kd}, \end{cases} \quad (11)$$

де $\mathbf{СтО}_0$ – підмножина практично стаціонарних орбіт; $\mathbf{СтО}_1$ – підмножина квазістаціонарних орбіт; $\mathbf{СтО}_2$ – підмножина хитних орбіт.

Оскільки формула (11) охоплює не всі можливі типи СтО, то справедливе кількісне співвідношення [10]:

$$m(\mathbf{СтО}) > m(\mathbf{СтО}_*) = m(\mathbf{СтО}_0) + m(\mathbf{СтО}_1) + m(\mathbf{СтО}_2),$$

де $m(*) \geq 0$ – кількість елементів підмножини (*).

За таким же принципом можна описати множину **ВЕО** у загальній сукупності орбіт існуючих КО. Для цього слід скористатись поняттям ВЕО [3, 8, 11] як півдобової за періодом обертання КА ($T \approx 0,5 T_{z0}$) з висотою апогею $H_A \approx 40000$ км, висотою перигею $H_P \approx 700$ км, витягнутої еліптичної за формою орбіти з ексцентриситетом $e \approx 0,7$ та нахиленням $i \approx 63^\circ$. З урахуванням цього для практичних потреб доцільно описати множину ВЕО як:

$$\mathbf{ВЕО} = (\mathbf{e}_v \cup \mathbf{e}_{dv}) \cap \mathbf{i}_{rp} \cap (\mathbf{T}_{nd} \cup \mathbf{T}_{knd}), \quad (12)$$

де $\mathbf{e}_v = \{0,1 < e \leq 0,7\}$, $\mathbf{e}_{dv} = \{0,7 < e \leq 1\}$ – підмножини еліптичних *витягнутих* та *дуже витягнутих* орбіт;

$\mathbf{i}_{rpp} \subset \mathbf{i}_{rp} = \{60^\circ \leq i \leq 65^\circ\}$ – підмножина *раціональних прямих* орбіт;

$\mathbf{T}_{nd} = \{0,5(T_{z0} - \Delta T) \leq T \leq 0,5(T_{z0} + \Delta T)\}$ – підмножина *півдобових* орбіт;

$\mathbf{T}_{knd} = [0,5(T_{z0} - 2\Delta T) \leq T < 0,5(T_{z0} - \Delta T)] \cup [0,5(T_{z0} + \Delta T) < T \leq 0,5(T_{z0} + 2\Delta T)]$ – підмножина *квазіпівдобових* орбіт.

За необхідності множину (12) можна розбити на ряд підмножин у вигляді:

$$\mathbf{ВЕО} = \mathbf{ВЕО}_1 \cup \mathbf{ВЕО}_2 \cup \mathbf{ВЕО}_3 \cup \mathbf{ВЕО}_4, \quad (13)$$

де $\mathbf{ВЕО}_1 = \mathbf{e}_v \cap \mathbf{i}_{rp} \cap \mathbf{T}_{nd}$ – підмножина *витягнутих півдобових* орбіт; $\mathbf{ВЕО}_2 = \mathbf{e}_{dv} \cap \mathbf{i}_{rp} \cap \mathbf{T}_{nd}$ – підмножина *дуже витягнутих півдобових* орбіт; $\mathbf{ВЕО}_3 = \mathbf{e}_v \cap \mathbf{i}_{rpp} \cap \mathbf{T}_{knd}$ – підмножина *витягнутих квазіпівдобових* орбіт; $\mathbf{ВЕО}_4 = \mathbf{e}_{dv} \cap \mathbf{i}_{rpp} \cap \mathbf{T}_{knd}$ – підмножина *дуже витягнутих квазіпівдобових* орбіт.

При цьому формула (13) враховує всі можливі типи ВЕО. Тому для кількісних розрахунків слід використовувати рівність:

$$m(\mathbf{ВЕО}) = m(\mathbf{ВЕО}_1) + m(\mathbf{ВЕО}_2) + m(\mathbf{ВЕО}_3) + m(\mathbf{ВЕО}_4).$$

Для формалізованого опису **ССО** скористаємось їх визначенням із [3, 8, 11] як орбіт, площина яких “відслідковує” річний рух Сонця, а їх параметри забезпечують проходження КА над заданим районом Землі в один і той же місцевий час.

Виходячи з цього, множину **ССО** у загальній сукупності орбіт існуючих КО можна задати у вигляді:

$$\mathbf{ССО} = \mathbf{e}_{cco} \cap \mathbf{i}_{cco} \cap \mathbf{T}_{cco}, \quad (14)$$

де $\mathbf{e}_{cco} = \mathbf{e}_{cce} \cup \mathbf{e}_{cck} = \{0 \leq e \leq 0,55\}$ – множина **ССО** *будь-якої форми*; $\mathbf{e}_{cce} = \{0,01 < e \leq 0,55\}$ – множина *еліптичних* **ССО**; $\mathbf{e}_{cck} = \mathbf{e}_k \cup \mathbf{e}_{mk} = \{0 \leq e \leq 0,01\}$ – множина *кругових* **ССО**;

$\mathbf{i}_{cco} \subset \mathbf{i}_{zv} = \mathbf{i}_{cce} \cup \mathbf{i}_{cck} = \{95^\circ \leq i \leq 155^\circ\}$ – множина *будь-яких за нахиленням* **ССО**; $\mathbf{i}_{cce} \subset \mathbf{i}_{zv} = \{95^\circ \leq i \leq 155^\circ\}$

– множина *еліптичних* **ССО**; $\mathbf{i}_{cck} \subset \mathbf{i}_{zv} = \{95^\circ \leq i \leq 145^\circ\}$ – множина *кругових* **ССО**; $\mathbf{i}_{ca} = \{90^\circ < i \leq 180^\circ\}$ –

множина *зворотних* орбіт; $\mathbf{T}_{cco} = \mathbf{T}_{cce} \cup \mathbf{T}_{cck} = \{5700^\circ \leq T \leq 17300^\circ\}$ – множина періодів обертання КА на

ССО *будь-якої форми*; $T_{\text{сее}} = \{5700^s \leq T \leq 17300^s\}$ – множина періодів обертання КА на *еліптичних* ССО; $T_{\text{сск}} = \{5700^s \leq T \leq 12400^s\}$ – множина періодів обертання КА на *кругових* ССО.

Якщо необхідно розрізняти ССО на еліптичних та кругових орбітах на будь-яких висотах із діапазону допустимих, то можна скористатись залежністю:

$$\text{ССО} = \begin{cases} \text{ССО}_e = e_{\text{сее}} \cap i_{\text{сее}} \cap T_{\text{сее}}; \\ \text{ССО}_k = e_{\text{сск}} \cap i_{\text{сск}} \cap T_{\text{сск}}, \end{cases} \quad (15)$$

де ССО_e – множина *еліптичних* ССО на *низьких* і *середніх* орбітах; ССО_k – множина *кругових* ССО на *низьких* і *середніх* орбітах.

У разі потреби додатково розрізняти ССО за висотою орбіт отримуємо:

$$\text{ССО}_e = \begin{cases} \text{ССО}_{\text{ен}} = \text{ССО}_e \cap H_{\text{н}}; \\ \text{ССО}_{\text{ес}} = \text{ССО}_e \cap H_{\text{с1}}, \end{cases} \quad (16)$$

де $\text{ССО}_{\text{ен}}$ – множина *еліптичних* ССО на *низьких* висотах; $\text{ССО}_{\text{ес}}$ – множина *еліптичних* ССО на *середніх* висотах; $I_i = \{300 < H \leq 1000 \text{ èi}\}$ – множина *низьких* орбіт; $I_{\text{н1}} \subset I_{\text{н}} = \{1000 < H \leq 10000 \text{ èi}\}$ – підмножина *середніх* орбіт I ; $I_{\text{н}} = \{1000 < H \leq 20000 \text{ èi}\}$ – множина *середніх* орбіт;

$$\text{ССО}_k = \begin{cases} \text{ССО}_{\text{кн}} = \text{ССО}_k \cap H_{\text{н}}; \\ \text{ССО}_{\text{кс}} = \text{ССО}_k \cap H_{\text{с1}}, \end{cases} \quad (17)$$

де $\text{ССО}_{\text{кн}}$ – множина *кругових* ССО на *низьких* висотах; $\text{ССО}_{\text{кс}}$ – множина *кругових* ССО на *середніх* висотах.

Висновок. Запропонований математичний апарат забезпечує формалізований опис різних видів орбіт КО, що дозволяє розробляти відповідне програмно-алгоритмічне забезпечення для автоматизованого вибору придатних для певного цільового застосування КА. Прикладом практичного використання запропонованого опису може бути розроблений авторами автоматизований класифікатор орбіт, основне робоче вікно якого надано на рисунку 2.

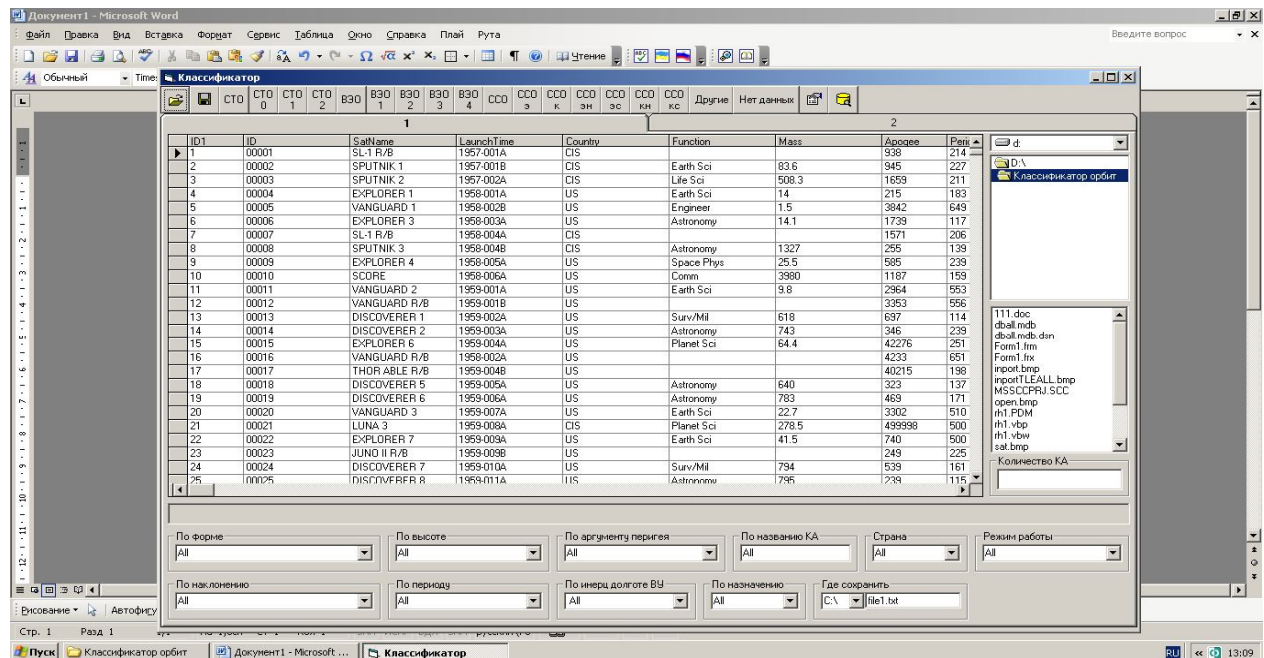


Рис. 2. Робоче вікно автоматизованого класифікатора орбіт

Як показав досвід застосування розробленого класифікатора забезпечує:
– скорочення у декілька разів часу на пошук та вибір потрібних КА із каталогу NORAD/NASA для забезпечення виконання певних цільових завдань;

– підвищення достовірності інформації щодо обраних КА на 15–20 % за рахунок виключення суб'єктивних помилок класифікації КО оператором.

Список використаної літератури:

1. Загальнодержавна цільова науково-технічна космічна програма України на 2008–2012 роки, затверджена Законом України від 30 вересня 2008 р. N 608-VI [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua>.
2. Концепція реалізації державної політики у сфері космічної діяльності на період до 2032 року. Схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 30 березня 2011 р. № 238-р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua>.
3. Попович П.Р. Баллистическое проектирование космических систем / П.Р. Попович, Б.С. Скребушевский. – М. : Машиностроение, 1987. – 240 с.
4. Ханцеверов Ф.Р. Моделирование космических систем изучения природных ресурсов Земли / Ф.Р. Ханцеверов, В.В. Остроухов. – М. : Машиностроение, 1989. – 264 с.
5. Лебедев А.А. Космические системы наблюдения. Синтез и моделирование / А.А. Лебедев, О.П. Нестеренко. – М. : Машиностроение, 1991. – 224 с.
6. Мироненко В.М. Можливий підхід до формалізації процесів у космічних системах спостереження / В.М. Мироненко, П.В. Фриз, С.П. Фриз // Проблеми створення, випробування, застосування та експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. пр. – Житомир : ЖВІРЕ, 2006. – Вип. 10. – С. 99–106.
7. Основы теории полета космических аппаратов / под ред. Г.С. Нариманова, М.К. Тихонравова. – М. : Машиностроение, 1972. – 608 с.
8. Фриз П.В. Основы орбитального ruchu космічних апаратів : підручник / П.В. Фриз. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – 348 с.
9. NORAD Two-Line Element Sets Current Data [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://celestrac.com/NORAD/documentation/tle-fmy.htm>.
10. Большой энциклопедический словарь. Математика / глав. ред. Ю.В. Прохоров. – 3-е изд. – М. : Большая Российская энциклопедия, 2000. – 848 с.
11. Скребушевский Б.С. Формирование орбит космических аппаратов / Б.С. Скребушевский. – М. : Машиностроение, 1990. – 256 с.

ФРИЗ Сергій Петрович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геоінформаційних і космічних систем Житомирського військового інституту ім. С.П. Корольова Національного авіаційного університету.

Наукові інтереси:

- проблеми планування в космічних системах;
- оптимізаційні моделі процесів у технічних системах.

Стаття надійшла до редакції 11.10.2012

