Ємець О. О., д.ф.-м.н., професор
Полтавський університет економіки і торгівлі
Барболіна Т. М., к.ф.-м.н., доцент
Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка

МОДЕЛЮВАННЯ ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМОКУТНИКІВ В УМОВАХ ІМОВІРНІСНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Розробка програмного забезпечення для розв'язування різних наукових і практичних задач починається, як правило, з побудови моделі, що часто є досить складною проблемою. Наведемо приклад такої задачі. Нехай є деяка напівнескінченна смуга, розділена на m смужок однакової ширини h_0. Задано також p прямокутників ширини h_0 з довжинами $a_1,...,a_p$. Задача полягає у розташуванні прямокутників без накладань у смузі таким чином, щоб довжина зайнятої частини смуги була мінімальною (під довжиною зайнятої частини смуги розуміють максимальну з довжин зайнятих частин окремих смужок).

Для формалізації обмежень на можливі довжини прямокутників доцільно використовувати апарат евклідової комбінаторної оптимізації (відповідну термінологію використовуватимемо з [1]). Кожному розташуванню прямокутників у смузі взаємно однозначно відповідає елемент $x = \ x_{11},...,x_{1n},...,x_{mn}$ множини перестановок $E_k \ G$ з мультимножини $G = \{\underbrace{a_0,...,a_0}_{mn-p \text{ раз}}, a_1,...,a_p\}$ $(k = |G| = mn)$. Тоді задача полягає у знаходженні мінімуму функції $L \ x \ = \max\limits_{1 \le i \le m} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij}$ на множині $E_k \ G$.

Слід зазначити, що у випадку наявності тієї чи іншої невизначеності вхідних даних (довжин прямокутників) виникає питання про формалізацію понять взаємного розташування прямокутників у смузі. У доповіді розглянуто підходи до вирішення цього питання у випадку, коли довжини прямокутників є дискретними випадковими величинами. У подальшому дискретні випадкові величини, на відміну від дійсних чисел, позначатимемо літерами напівжирного накреслення.

Перший підхід ґрунтується на упорядкуванні випадкових величин. У [2] на множині дискретних випадкових величин введено строгий порядок (далі — позначка $\prec$). Для прямокутників Π і Π', що задаються координатами [3] лівого нижнього кута $\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\nu}$ $\ \boldsymbol{\xi}', \boldsymbol{\nu}$, шириною $\mathbf{h}$ і довжиною $\mathbf{d}$ $(\mathbf{d}')$ говоритимемо, що Π' стоїть правіше Π при $\boldsymbol{\xi} + \mathbf{d} \prec \boldsymbol{\xi}'$, дотикається Π справа при $\boldsymbol{\xi} + \mathbf{d} = \boldsymbol{\xi}'$, а при $\boldsymbol{\xi} \preceq \boldsymbol{\xi}' \prec \boldsymbol{\xi} + \mathbf{d}$ прямокутники перетинаються. Тоді задача полягає у знаходженні мінімуму функції $C \ \mathbf{x} \ = \max\limits_{1 \le i \le m} \sum\limits_{j=1}^{n} \mathbf{x}_{ij}$ на множині $E_k \ \mathbf{G}$, де $\mathbf{G} = \{\underbrace{\mathbf{a}_0,...,\mathbf{a}_0}_{mn-p \text{ раз}}, \mathbf{a}_1,...,\mathbf{a}_t\}$, $\mathbf{a}_0$ — має значення 0, з імовірністю 1.

Другий підхід ідейно близький до жорстких постановок у задачах стохастичного програмування. У застосуванні до задачі упакування прямокутників жорстка постановка означає, що при жодних значеннях випадкових величин не може відбутися накладання прямокутників, однак можуть утворюватися зазори. Взаємне розташування прямокутників встановлюватимемо на основі визначення взаємного розташування їх проекцій на вісі координат, яке, у свою чергу, ґрунтується на наявності (чи відсутності) спільних точок при різних можливих значеннях дискретних випадкових величин. У такій постановці задача полягає у пошуку $\min\limits_{x \in E_k \ \bar{G}} L \ x$, де елементами мультимножини $\bar{G}$ є максимальні можливі значення випадкових величин $\mathbf{a}_i$ $(i = \overline{1,k})$.

Ще один підхід до визначення допустимого розташування прямокутників полягає в обмеженні знизу ймовірності неперекриття сусідніх прямокутників. Таке ж обмеження ймовірності накладається при з'ясуванні довжини зайнятої частини смуги. При цьому координати лівих нижніх кутів прямокутників вважаємо детермінованими величинами. Відповідна математична модель може бути зведена до еквівалентної детермінованої задачі.

Подальше дослідження цих моделей передбачає розробку алгоритмів розв'язування оптимізаційних задач, у т.ч. методом гілок і меж.

Література

1. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г.Стоян, О.О.Ємець. – К. : Інститут системних досліджень освіти, 1993. – 188 с.

2. Емец О.А. Об оптимизационных задачах с вероятностной неопределенностью / О. А. Емец, Т. Н. Барболина // Доповіді Національної академії наук України. – 2014. – № 11. – С. 40-45.

3.Барболіна Т.М. Одна постановка задачі розміщення прямокутників зі стохастичними параметрами / Т.М. Барболіна. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/2385.