

### ВИВЕДЕННЯ РІВНЯНЬ НДС РАЙЗЕРА, ВИГОТОВЛЕНОГО З НЕЛІНІЙНО-ПРУЖНОГО МАТЕРІАЛУ

Метою даного дослідження є отримання рівнянь, що описують напружено-деформований стан (НДС) глибоководного нафтопідйомника, що знаходиться під дією внутрішнього потоку гідросуміші і зовнішнього потоку навколишньої рідини. При цьому матеріал стінок трубопроводу вважається нелінійно-пружним, а товщина стінки - змінна вздовж твірної.

При виведенні рівнянь будемо вважати матеріал стінок таким, що не стискається, тобто значення коефіцієнта Пуассона  $\nu = 0.5$ , діаграма його деформування описується нелінійною залежністю напружень від деформацій. Товщина стінки нафтопідйомника вздовж його твірної є в загальному випадку безперервною функцією осової координати, або кусочно-безперервною для багатосекційного нафтопідйомника. Введемо праву декартову систему координат  $Ox_1x_2$ , початок якої зафіксуємо на морському дні, глибиною  $H$  від поверхні моря. Вісь  $x_2$  направимо вертикально вгору, вісь  $x_1$  - вправо. Зв'яжемо з центром ваги довільного поперечного перерізу деформованого трубопроводу орти  $\{\bar{e}_i\}$ , направивши вектор  $\bar{e}_1 = \bar{\tau}$  по дотичній до осової лінії, а  $\bar{e}_2 = \bar{n}$  - по її нормалі (рис. 1). За початок відліку Ейлерової дугової координати ( $s$ ) виберемо нижній граничний перетин, що знаходиться в контакті з підводним технологічним обладнанням (рис. 2).

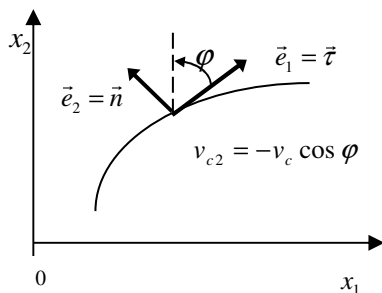


Рис. 1. Орти  $\{\bar{e}_i\}$  відносно перерізу трубопроводу

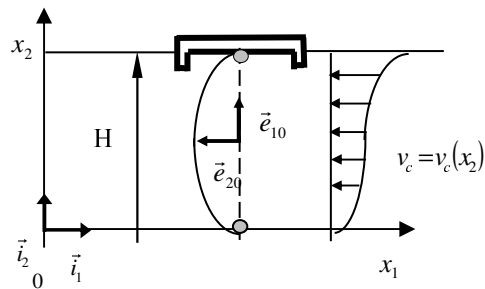


Рис. 2. Платформа зв'язана трубопроводом із підводним технологічним обладнанням

$$\text{Тут } \bar{e}_i = L \bar{e}_0, \quad L = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad \bar{e}_0 = \begin{pmatrix} \bar{i}_2 \\ -\bar{i}_1 \end{pmatrix}, \quad \text{причому } \frac{d\bar{\tau}}{ds} = k \bar{n} \quad \frac{d\bar{n}}{ds} = -k \bar{\tau}, \quad (1)$$

де  $k = k(s)$  - кривизна деформованої осової лінії нафтопідйомника.

Вектор розподілених навантажень, що діють на елемент трубопроводу ( $\bar{q}$ ), можна представити у вигляді:

$$\bar{q} = \bar{q}_f + \bar{q}_w - m g \bar{e}_{10} = \bar{q}_f + \bar{q}_w - m g \cos \varphi \bar{\tau} + m g \sin \varphi \bar{n}, \quad (2)$$

де  $\bar{q}_f, \bar{q}_w$  - вектори сил взаємодії з внутрішнім і зовнішнім потоками рідини;  $m$  - погонна маса трубопроводу в повітрі.

Швидкість елемента потоку гідросуміші:  $\bar{v}_f = v_f \bar{\tau}$ , де  $v_f = (d_0/d)^2 v_{f0}$ ,  $v_{f0}$  - швидкість гідросуміші в нижньому перетині. Запишемо рівняння Ейлера:

$$\frac{d}{dt} (m_f \bar{v}_f) = -\frac{\partial}{\partial s} (P_f \bar{\tau}) - \bar{q}_f - m_f g \bar{e}_{10}, \quad (3)$$

де  $m_f = 0.25 \rho_f \pi d^2$ ,  $P_f = p_f F_f$ ,  $p_f$  - тиск для кожної точки довільної лінії потоку гідросуміші,  $F_f = 0.25 \pi d^2$ ,  $\rho_f$  - щільність потоку гідросуміші,  $d$  - внутрішній діаметр нафтопідйомника. Використовуючи (3),  $\bar{q}_f$  можна представити за визначенням наступним чином:

$$\bar{q}_f = \bar{q}_{hf} + \bar{q}_{af}, \quad \bar{q}_{hf} = -k P_f \bar{n} - m_f g \bar{\tau} (\bar{e}_{10} \bar{\tau}) = -(k P_f - m_f g \sin \varphi) \bar{n}, \quad \bar{q}_{af} = -\tau (d/dt (m_f \bar{v}_{af})) \bar{\tau} = -k m_f v_f^2 \bar{n}, \quad (4)$$

де  $\vec{q}_{hf}$  – вектор нормальної сили гідродинамічного тиску на стінки нафто підйомник;  $\vec{q}_{af}$  – вектор нормальної сили інерції приєднаної маси гідросуміші. Аналогічно визначаються нормальні компоненти відповідних складових вектора розподіленого навантаження з боку зовнішнього потоку підводних течій  $\vec{q}_w = \vec{q}_{hw} + \vec{q}_{aw} + \vec{q}_n$ , де  $q_n = 0.5c_n \rho_w D v_{c2} |v_{c2}| \vec{n}$  – вектор сили нормального гідродинамічного опору;  $c_n$  – коефіцієнт нормального гідродинамічного опору;  $\rho_w$  – щільність потоку морської води;  $D$  – зовнішній діаметр. Отримуємо остаточне представлення вектора розподілених навантажень, що діють на елемент нафтопідйомника  $\vec{q} = \vec{q}_f + \vec{q}_w - m g \vec{e}_{10}$  :

$$\vec{q} = -m g \cos \varphi \vec{\tau} + (m g \sin \varphi) \vec{n} + ((m_f - m_w) g \sin \varphi) \vec{n} - (m_f v_f^2 + m_w v_{c1}^2) k \vec{n} + 0.5 c_n \rho_w D v_{c2} |v_{c2}| \vec{n}, \quad (5)$$

де  $m_w = \rho_w F_w$ ,  $F_w = 0.25 \pi D^2$ ,  $v_{c1} = -v_c \sin \varphi$ ,  $v_{c2} = -v_c \cos \varphi$ ,  $v_c = v_c(x_2)$  – профіль швидкості підводних течій. Сформулюємо рівняння рівноваги, геометричні та фізичні співвідношення для нелінійно-пружного нафтопідйомника, а також граничні умови. В осях зв'язаної системи координат скалярними рівняннями рівноваги елемента нелінійно пружного трубопроводу, а також додатковими геометричними і фізичними співвідношеннями є:

$$dT/ds - kN + (\vec{q}, \vec{\tau}) = 0, \quad dN/ds + kT + (\vec{q}, \vec{n}) = 0, \quad d\varphi/ds = k, \quad dx_2/ds = \cos \varphi, \quad dM/ds = -N, \quad M = E_0 I_0 \Phi(J, k), \quad (6)$$

де  $T$ ,  $N$  – поздовжнє і перерізаюче зусилля;  $M$  – згинальний момент, який є нелінійним функціоналом змінних  $k = k(s)$  и  $J = J(x) = I/I_0$ ;  $I = \pi(D^4 - d^4)/64$ ,  $I_0 = \pi(D_0^4 - d_0^4)/64$  – моменти інерції довільного і нижнього перерізів:

$$M = 2\pi \int_{0.5d}^{0.5D} \sigma_b \rho^2 d\rho = E_0 I_0 \Phi(J, k). \quad (7)$$

Після підстановки (7) в (6), враховуючи (5), отримуємо наступну скалярну систему відносно компонент вектора основних невідомих  $Y = \{T, N, \varphi, x_2, k\}$ :

$$\begin{cases} dT/ds = w \cos \varphi + kN, & dN/ds = -w_e \sin \varphi - kT + k m_f v_f^2 + k m_w v_c^2 \sin^2 \varphi + 0.5 c_n \rho_w D \cos \varphi v_c |v_c \cos \varphi| \\ d\varphi/ds = k, & dx_2/ds = \cos \varphi, & E_0 I_0 \frac{\partial k}{\partial s} = -N \Psi(k) - \frac{\partial \Phi}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial s} \Psi(k) E_0 I_0, \end{cases} \quad (8)$$

де  $w_e = m_e g$ ,  $m_e = m + m_f - m_w$ ,  $\Psi(k) = (\partial \Phi / \partial k)^{-1}$  в області  $G$ . Граничні умови сформулюємо у вигляді  $x_2(0) = k(0) = 0$ ,  $x_2(l) = H$ ,  $k(l) = 0$ ,  $T(l) = T_1$ , де  $T_1$  – коефіцієнт тягового зусилля на плавзасобі. Завдання конкретних конструкційних особливостей нафтопідйомника визначає формулювання основних прикладних задач таких, як рівняння нелінійно-пружного нафто-підйомника із змінною вздовж утвореною товщиною стінки та наслідки з них, рівняння лінійно-пружного нафто-підйомника із змінною і постійною товщиною стінки, рівняння нелінійно-пружного нафто-підйомника з кусково-безперервною товщиною стінки та наслідки з них.

Сформульовані модельні рівняння, що описують статичні характеристики глибоководного нафтопідйомника у вертикальній площині стаціонарного потоку підводних течій, відносяться до класу нелінійних сингулярно збурених диференціальних систем. Тому виникає необхідність в асимптотичному аналізі сформульованих рівнянь, який дозволить виявити особливості поведінки шуканого рішення.