

ПРОГРАМНА СИСТЕМА ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ ТЕПЛОВИДІЛЯЮЧИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІНТЕГРАЛЬНИХ СХЕМ

Ряд технічних систем містять дискретні джерела теплоти. Прикладами таких систем можуть бути однокристалні системи (system on a chip, SoC), радіаційні печі без конвекційної секції (radiant furnace) тощо. Інші приклади подібних систем можна знайти у відповідних джерелах. Їх функціонування значною мірою залежить від положення джерел теплоти, які вони містять. Як зазначено у наукових роботах, сучасні технології електронних приладів оперують з мільйонами транзисторів, що працюють на гігагерцових частотах. Оборотною стороною цієї ситуації є те, що в результаті виділяється значна кількість енергії, виявом чого є підвищення температури. Ці термічні ефекти мають небажані наслідки на функціонування однокристалних систем. Наприклад, великі градієнти температури можуть приводити до виникнення значних термонапружень, які можуть навіть зруйнувати мікросхему, або просто привести до появи помилок при функціонуванні. Тому на етапі проектування таких однокристалних систем виникає задача розміщення тепловиділяючих елементів таким чином, щоб мінімізувати негативний вплив значних перепадів температури. Оскільки проектування у теперішній час здійснюється за допомогою відповідного програмного забезпечення (CAD/CAE системи), то оцінки альтернативних проектних рішень та вибір оптимального, за певним критерієм, рішення є перспективним напрямком удосконалення та розвитку CAD/CAE систем.

Детальніше розглянемо ще один приклад. Мова йде про радіаційну піч, в якій для деталі, яка обробляється, слід отримати рівномірний розподіл температури. Тепловиділяючі елементи знаходяться на стінках робочої зони печі. Технологічно вони розміщуються у вигляді матриці. За рахунок зміни їх тепловиділення і формується бажане температурне поле. З точки зору оптимізації слід розмістити джерело заданої інтенсивності в ту чи іншу комірку матриці. І знову ж таки, на етапі підготовки виробництва визначення розміщення джерел у матриці здійснюється шляхом перевірки проектних рішень за допомогою CAD/CAE систем.

Одним з перспективних напрямків розробки методів розв'язання задача даного класу є використання мінімаксних методів математичного програмування. Оскільки критерій якості розміщення джерел залежить від розв'язку крайової задачі, то виникає необхідність дослідження залежності розв'язку крайової задачі від параметрів розміщення джерел. Для одного класу крайових задач диференційованість їх розв'язку за параметрами розміщення було доведено. Однак крайові задачі у переважній більшості випадків можна розв'язувати лише чисельними методами, зокрема методом скінченних елементів. Тому подальші дослідження були спрямовані на пошук алгоритмів чисельного диференціювання розв'язків крайових задач за параметрами розміщення. В даній роботі розглядається мінімаксна задача оптимального розміщення джерел у випадку, коли розподіл температури описується змішаною крайовою задачею для еліптичного рівняння.

Математична постановка. Нехай $A(x, y)$ фінітна функція в R^2 , носієм якої є довільний φ -об'єкт. Тоді цей φ -об'єкт будемо називати носієм джерела D фізичного поля і позначати $\text{supp } D$. Функція $A(x, y)$ в цьому випадку називається інтенсивністю джерела D . Розглянемо в двовимірному евклідовому просторі область Ω , яка містить носії джерел фізичного поля $\text{supp } D_i$, $i = 1, \dots, m$. Пов'яжемо з кожним носієм джерела власну локальну систему координат $O_i x_i y_i$, $i = 1, \dots, m$, а з областю Ω глобальну систему координат $O x y$. Можливість повороту локальних систем координат відносно глобальної не припускається. В результаті положення кожного носія в глобальній системі координат визначається положенням точки відліку O_i власної системи координат. Позначимо координати O_i через $z_i = (\xi_i, \eta_i)$, $i = 1, \dots, m$, в глобальній системі координат. Отже, положення усіх носіїв в глобальній системі координат задається вектором $Z = (z_1, z_2, \dots, z_m)$.

Фізичне поле, що індукується джерелами та навколишнім середовищем, описується наступною крайовою задачею для рівняння еліптичного типу:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -f(x, y, Z). \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega_1} = \varphi, k \frac{\partial u}{\partial n}|_{\partial\Omega_2} = -q. \quad (2)$$

$$f(x, y, Z) = \begin{cases} A_i(x, y, z_i), & \text{if } (x, y) \in \text{supp}D_i \\ 0, & \text{if } (x, y) \notin \bigcup_{i=1}^m \text{supp}D_i \end{cases}. \quad (3)$$

де $\partial\Omega_1, \partial\Omega_2$ – ділянки границі області Ω , n – нормаль до $\partial\Omega_2$, φ, q – функції, задані на $\partial\Omega_1$ та на $\partial\Omega_2$ відповідно, k – функція, задана в Ω .

Функція цілі, яка залежить від розміщення носіїв джерел фізичного поля:

$$F(Z) = \max_j u(x_j, y_j, Z), \quad j \in \{1, 2, \dots, p\}. \quad (4)$$

де $P_j(x_j, y_j), j = 1, 2, \dots, p$ фіксовані точки області Ω .

Змістовно постановка оптимізаційної задачі означає, що необхідно розмістити джерела фізичного поля в області так, щоб задана функція максимуму набула мінімального значення при умові, що носії джерел не перетинаються між собою та не виходять за межі області:

$$\text{supp} D_i \cap \text{supp} D_j = \emptyset, i < j = 1, 2, \dots, m - \text{ умова неперетину носіїв джерел}, \quad (5)$$

$$\bigcup_{i=1}^m \text{supp} D_i \subset \Omega - \text{ умова невиходу джерела за межі області}. \quad (6)$$

Умови (5) – (6) визначають припустиму множину G значень Z . Запишемо задачу оптимізації в наступному вигляді:

$$F(Z) \rightarrow \min, Z \in G. \quad (9)$$

Отримана задача оптимізації класифікується як неперервна мінімаксна задача. Використання відповідних методів для відшукування стаціонарних точок функції $F(Z)$ на G вимагає обчислення часткових похідних функції $u(x, y, Z)$ за параметрами розміщення джерел.

Оскільки дана задача є багатоекстремальною, то пошук глобального оптимуму є надзвичайно складною задачею. Тому скористаємось стандартним підходом до задач такого типу: знаходимо стаціонарні точки, починаючи з багатьох початкових точок (вони обираються випадково), і потім обираємо найкраще з отриманих рішень.

Наукова новизна представленої роботи полягає у розробці алгоритму для розв'язання одного виду задач оптимального розміщення дискретних джерел фізичного поля. Особливістю даного класу задач є те, що фізичне поле описується змішаною крайовою задачею для диференціального рівняння з частинними похідними. Запропонований чисельний спосіб отримання частинних похідних розв'язку крайової задачі за параметрами розміщення джерел. Викладена ідея диференціювання за параметрами розміщення може бути просто адаптована і до інших крайових задач, які виникають при оптимізації технічних систем з дискретними джерелами фізичних полів.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ:

КРИЖАНІВСЬКИЙ Вячеслав Борисович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри програмного забезпечення систем Житомирського державного технологічного університету. Наукові інтереси: математичне моделювання, геометричне проектування.

ТКАЧЕНКО Юлія Юріївна, магістрант групи П-41м кафедри програмного забезпечення систем Житомирського державного технологічного університету. Наукові інтереси: геометричне проектування.