УДК 621.317.07.089

Грибук О.А., спеціаліст, факультет ІКТ, гр.ПІ-42
Науковий керівник – к.ф.-м.н., проф.,Яремчук С.І.
Житомирський державний технологічний університет

ПРОГРАМНА СИСТЕМА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ. ПОРІВНЯЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕАЛІЗОВАНИХ МЕТОДІВ

Методи дослідження операцій широко використовуються в багатьох сферах людської діяльності. Вони сприяють розвитку не тільки економічних та технічних, а й в гуманітарних наук та різноманітних прикладних наук управління. Сьогодні з їхньою допомогою вирішуються задачі пов'язані з військовими операціями, прийняттям рішень у політиці, організацією управління на виробництві та сільському господарстві, з управлінням фінансовими справами, тощо. Мета дослідження операцій полягає у виявленні найкращого способу при вирішенні тих чи інших проблем.

Математичні моделі та методи займають в дослідженні операцій центральне місце. Однією з складових частин цього апарату є дискретне програмування. З використанням методів дискретного програмування розв'язується так звана задача про призначення.

Найпоширенішим є наступне формулювання її умови:

Нехай є n робіт та n виконавців. Кожен виконавець може бути призначений тільки на одну роботу, і кожна робота може бути виконана лише одним виконавцем. Відомі витрати на призначення кожного виконавця на кожну роботу (Cij – витрати на призначення i-го виконавця на j-ту роботу i,j=1,2…,n). Потрібно, призначити виконавців на роботи таким чином, щоб сумарні витрати були мінімальними.

Вона має широке застосування. Наприклад, при закріпленні машин за маршрутами, розподілі інструментів для обробки різних матеріалів, розподілення працівників по посадам, вибору найкращого варіанту розподілу обмеженої кількості ресурсів, розподілу ресурсів по об'єктах, визначення мінімальної енергетичної цінності продуктів і розміщення дискретних джерел фізичного поля на фіксовані місця т.д.

Математична модель має наступний вигляд.

Керовані змінні:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{якщо } i - \text{тий виконавець не призначений } j - \text{ту роботу}, \\ \qquad i = 1,..,n; j = 1,..,n. \\ 1, \text{якщо } i - \text{тий виконавець призначений на } j - \text{ту роботу}, \\ \qquad i = 1,..,n; j = 1,..,n. \end{cases} \qquad (1)$$

Тоді обмеження записуються:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \ i=1,\dots,n, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \ j=1,\dots,n. \end{cases} \qquad (2)$$

Функція цілі, виходячи з мети задачі, будується таким чином:

$$X(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}\, x_{ij} \to \min \qquad (3)$$

Цю задачу можна розв'язати різними методами: метод потенціалів, угорським методом, швидким алгоритмом розв'язання задач про призначення, методом Кана-Мункреса, методом динамічного програмування, тощо.

Угорський алгоритм оснований на двох ідеях:

– якщо з усіх елементів деякого рядка чи стовпця відняти одне і теж саме число y, загальна вартість зменшиться на теж саме число y, а оптимальне рішення не зміниться;
– якщо є рішення нульової вартості, воно є оптимальним.

Алгоритм шукає значення, яке потрібно відняти з усіх елементів кожного рядка і кожного стовпця (різні для різних стовпців і рядків), такі що всі елементи матриці залишаться невід'ємними, але з'явиться нульове рішення.

Метод потенціалів полягає в наступному: знаходимо деякий опорний план і перевіряємо його на оптимальність. Якщо план оптимальний - рішення знайдено. Якщо ні - покращуємо план стільки разів, скільки буде потрібно, поки не знайдеться оптимальний план.

Для знаходження опорного плану застосовують різні методи: метод північно-західного кута, метод мінімального елемента, апроксимація Фогеля, метод подвійної переваги. та інші.

На практиці часто зустрічають задачі дуже великої розмірності і відповідно, для розв'язання цих задач необхідно застосовувати алгоритми що були б достатньо ефективними, тобто розв'язували їх за прийнятний час.

Дане дослідження присвячене наступним методам розв'язання задачі про призначення:

- Метод потенціалів (опорний план знаходиться методом мінімального елемента);
- Метод потенціалів (опорний план знаходиться методом пн. - зх. кута);
- Угорський алгоритм (матрична реалізація);
- Угорський алгоритм (реалізація з використанням теорії графів).

Побудована програмна система включає в себе:

- навчаючий модуль розв'язання задач про призначення угорським алгоритмом (матрична інтерпретація), який надає можливість користувачу:
    - покроково розв'язувати задачу з перевіркою правильності виконання кожного кроку;
    - автоматично виконувати поточний крок;
    - користуватися допомогою по виконанню алгоритму;
    - користуватися допомогою по роботі з програмою;
    - вводити вихідну матрицю витрат самостійно або завантажувати з файлу або генерувати випадковим чином.

Максимальний розмір матриці витрат для навчання розв'язанню становить 15 на 15, оскільки навчатися краще сприймається на невеликих розмінностях прикладу.

- розв'язуючі модулі надають можливість отримувати розв'язок задачі про призначення угорським методом в матричній інтерпретації алгоритму або його реалізації з використанням теорії графів, та методом потенціалів, опорний план в якому можна знаходити методом північно-західного кута або методом мінімального елемента. В матричній реалізації угорського алгоритму користувач має можливість знайти мінімальні сумарні витрати, тоді як в реалізації з використанням теорії графів передбачено пошук як мінімальних так і максимальних сумарних витрат. Також, вхідні дані і розв'язок задачі відображаються на графі та у виді матриці витрат, розв'язок відображається і в словесній формі. Найбільша розмірність матриці витрат для розв'язання становить 300 на 300.
- модуль для порівняння швидкості роботи вищезазначених методів розв'язання задачі про призначення. Для порівняння вводиться початкова розмірність матриці витрат та кінцева. Також, вказується інтервал з яким буде змінюватися розмірність і кількість прикладів, що буде розв'язуватися для кожного розміру задачі. Результатом порівняння є графік залежності часу від розміру прикладу і таблиця, в якій записано всі значення за якими генерується графік. Найбільша розмірність матриці витрат для порівняння становить 500 на 500.
- збірник матеріалів, який містить опис і пояснення всіх вище зазначених методів.

Програмна система розроблена для користувачів, які бажають ознайомитися з угорським методом розв'язання задач про призначення, навчитися його розв'язанню на практиці, та ознайомитися з теоретичною частиною цього методу.

Отже, угорський метод розв'язання задач про призначення не є новим явищем, але його алгоритм широко використовується в практичних завданнях і його візуалізація необхідна для кращого розуміння і вивчення матеріалу.

Для реалізації програмної системи розв'язання задач про призначення було обрано середовище Visual Studio 2010 та мову програмування C#.

За мету було поставлено не лише розробку програми, яка вірно розв'язуватиме задачу оптимального призначення, а й розробити розв'язуючий та навчаючий модулі з візуалізацією та покроковим виконанням угорського методу та порівняти швидкість роботи різних методів розв'язання задач про призначення.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ:

ЯРЕМЧУК Світлана Іванівна, кандидат фізико-математичних наук, професор, викладач Житомирського державного технологічного університету. Наукові інтереси: математичні методи дослідження операцій.

ГРИБУК Ольга Анатоліївна, спеціаліст групи ПІ-42 кафедри програмного забезпечення систем Житомирського державного технологічного університету. Наукові інтереси: математичні методи та сучасні технології.