

СИНТЕЗ ВІКОННОЇ ФУНКЦІЇ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ОЦІНКИ АМПЛІТУД СПЕКТРАЛЬНИХ СКЛАДОВИХ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ

Постійне збільшення обсягів оброблюваної інформації та розширення сфер застосування цифрової обробки сигналів (ЦОС) сприяє створенню абсолютно нових алгоритмів обробки сигналів. До створюваних способів і технічних засобів пред'являються більш жорсткі вимоги як по швидкодії, так і по точності. Рішення задач, пов'язаних з підвищенням швидкодії та точності, виконується як за рахунок врахування архітектурних особливостей апаратних засобів, так і за рахунок удосконалення алгоритмів ЦОС.

Однією з найбільш поширених задач ЦОС є визначення спектрального складу сигналу. При визначенні амплітуд гармонічних складових використовується: кореляційний аналіз, апроксимування, дискретне перетворення Фур'є (ДПФ). Широке застосування ДПФ знайшло з появою алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (Кулі-Тьюки, Гуда-Томаса, Винограду тощо) і використовується в таких галузях науки, як акустика, енергетика, фізика та ін.

У загальному випадку ДПФ можна виразити наступною формулою (1):

$$X(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x(m) \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} mk}, \quad m, k = 0 \dots M-1, \quad (1)$$

де $x(m)$ – відліки дійсного вхідного сигналу, M – розмір вибірки сигналу.

Однак особливість ДПФ полягає в тому, що якщо період вхідного аналогового сигналу кратний кроку дискретизації сигналу, то перетворення забезпечує досить точні показники оцінки спектру.

У разі, якщо період вхідного аналогового сигналу не кратний кроку дискретизації сигналу, то оцінку амплітуд гармонічних складових спектра можна отримати у відповідності з виразом (2):

$$\hat{X}(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} X(m) \frac{\sin\left(\frac{\pi m}{f_0} \left(\frac{f_c}{M} - \frac{\pi k}{M}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi m}{M} \left(\frac{f_c}{f_0} - \frac{\pi k}{M}\right)\right)} \cdot e^{-j \frac{2\pi}{M} mk} \quad (2)$$

де f_c – частота дійсного вхідного сигналу, f_0 – номінальне значення частоти дійсного вхідного сигналу, для якого похибка оцінки амплітуд гармонічних складових має мінімальне значення.

Причина полягає в тому, що реальний сигнал нескінченний, а при виконанні перетворення ДПФ сигнал обмежується в часі. Обмеження в часі являє собою накладання функції вікна $w(t)$ на вхідний сигнал (рис. 1, а), тому згідно властивостям перетворення Фур'є спектр результату буде дорівнювати згортці спектрів початкового сигналу і спектру прямокутного вікна (рис. 1, б). Саме тому тільки для періодичного сигналу з частотою ω_0 спектр відповідатиме реальному сигналу.

Для підвищення точності вимірювання амплітуд гармонічних складових, залежно від розв'язуваної задачі, використовують в основному два підходи: підбирають віконну функцію $w(t)$, що забезпечує необхідну точність або вводять зворотний зв'язок за частотою для корекції кроку дискретизації. Кожен з варіантів має свої переваги і недоліки.

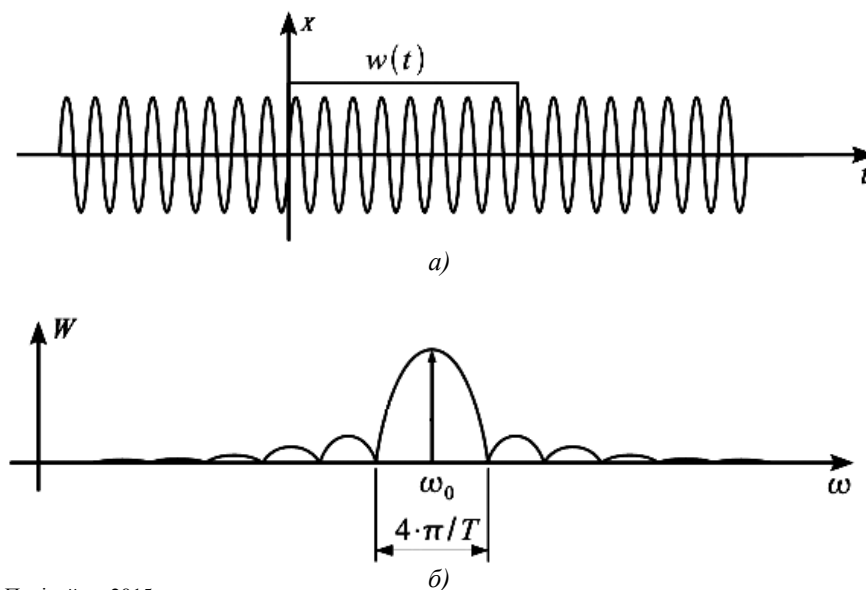


Рис. 1. а) початковий сигнал; б) амплітудно-частотна характеристика вікна

У даній роботі пропонується інший підхід, суть якого зводиться до того, щоб відповідно до форми вікна визначити величину амплітуди гармонічних складових, наприклад, відповідно до формули (1). Однак незручність даного виразу полягає в тому, що для визначення значення амплітуд гармонічних складових необхідно знати значення частоти початкового періодичного сигналу f_c , що зводить нанівець даний підхід. Очевидно, що необхідно синтезувати вікно, інваріантне до частоти. Найкращим варіантом у даному випадку буде функція вікна, амплітудно-частотна характеристика якого відповідатиме рис. 2., при цьому роздільну здатність по частоті необхідно підвищити мінімум в два рази, зменшивши крок дискретизації. У цьому випадку значення амплітуд гармонічних складових початкового сигналу буде представляти суму сусідніх значень коефіцієнтів перетворення Фур'є.

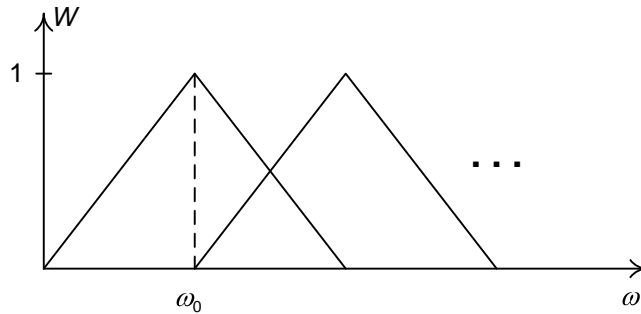


Рис. 2. Один з можливих варіантів амплітудно-частотної характеристики для підвищення точності оцінки амплітуд спектральних складових

Очевидно, що така амплітудно-частотна характеристика реалізується з певною точністю.

Точність даного методу можна підвищити, якщо звернути увагу на те, що амплітудно-частотна характеристика функції вікна необов'язково повинна мати трикутну форму, а лише необхідно, щоб сума значень лівої половини і правої половини дорівнювала певній константі (одиниці в нашому випадку), тобто необхідно синтезувати вікно у відповідності з виразом (3):

$$\varepsilon = \min(1 - (W(\omega) + W(\omega + \omega_0))) . \quad (3)$$

Синтезовані декілька функцій вікон для різних чисел точок M у відповідності з виразом (3) показали непогані результати. Очевидно, чим більше M , тим точніше результат оцінки амплітуд гармонічних складових спектру.