Міністерство освіти і науки України
Державний університет «Житомирська політехніка»

Ю.Б. Бродський

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Частина 1

СИСТЕМОЛОГІЯ

Навчальний посібник
для бакалаврів галузі
12 – Інформаційні технології

Рекомендовано Вченою радою
Державного університету «Житомирська політехніка»

Житомир
2022

УДК 51 (075.8)
Б88

Рекомендовано до видання Вченою радою
Державного університету «Житомирська політехніка»
(протокол № 7 від 17 червня 2022 року)

Рецензенти:

Ковбасюк С. В. – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, лауреат державної премії України в галузі науки і техніки, керівник навчально-наукового центру космічних технологій Поліського національного університету;
Єфіменко А. А. – кандидат технічних наук, завідувач кафедри комп'ютерної інженерії та кібербезпеки Державного університету «Житомирська політехніка»;
Горобець С. М. – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій Житомирського державного університету ім. І. Франка.

Бродський Ю.Б.
П88 Системний аналіз та теорія прийняття рішень: навч. посіб. в 3-х частинах. Частина 1: Системологія / Ю.Б. Бродський. – Електронні дані. – Житомир: Державний університет «Житомирська політехніка», 2022. 92 с.
ISBN 978-966-683-603-1

У навчальному виданні представлено частину першу «Системологія» курсу «Системний аналіз та теорія прийняття рішень», який викладається студентам, що навчаються за спеціальностями галузі знань 12 «Інформаційні технології». В посібнику зроблена спроба розкрити з єдиної методологічної точки зору проблему вивчення об'єктів різної фізичної природи з системних позицій. Розглянуті основи теорії систем, які розширені розділом «Системологія і кібернетика», де висвітлено поняття складної системи, принципи кібернетики, інформаційний аспект, методи апроксимації і моделювання процесів в системах.

Навчальний посібник може бути корисним для студентів різних спеціальностей, магістрантів, аспірантів, викладачів та всіх, хто цікавиться питаннями системної методології.

УДК 51 (075.8)

Навчальне видання

БРОДСЬКИЙ Юрій Борисович

Навчальний посібник

Електронне видання

Комп'ютерний дизайн та верстка: Бродський Ю.Б..

Державний університет «Житомирська політехніка»

вул. Чуднівська, 103, м. Житомир, 10005

© Бродський Ю. Б., 2022

ЗМІСТ

ВСТУП....4
1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ....6
1.1.Системність світу....6
1.2. Розвиток системних уявлень....8
1.3. Системна термінологія....12
1.4.Системний підхід: основні принципи та аспекти....19
1.5.Визначення системи. Властивості систем....23
1.6.Характеристики і класифікація систем.....28
Список питань до самоконтролю: розділ 1....34
2. СИСТЕМОЛОГІЯ І КІБЕРНЕТИКА....36
2.1.Принципи кібернетики....36
2.2.Категорії складних систем....41
2.3.Інформаційний аспект. Елементи теорії інформації....43
2.4.Моделювання процесів і систем....53
2.5.Оцінювання стійкості систем....65
2.6.Апроксимація функцій і процесів в системах....74
Список питань до самоконтролю: розділ 2....83
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК....86

ВСТУП

Нестримний розвиток інформаційних технологій, що привело до інтеграції в усіх галузях діяльності людини; зростаюча складність та багатогранність об'єктів дослідження; поєднання в єдиний комплекс політичних, економічних, соціальних та інформаційних проблем на фоні суттєвого посилення процесів глобалізації на рівні взаємодії влади, суспільства, культури, науки, технологій, виробництва тощо, привело до необхідності використання системного мислення, оскільки це стало головним критерієм ефективності всієї світової діяльності.

Опанування системним мисленням, системним моделюванням, системним дослідженням, системним аналізом, системним управлінням, взагалі системною практикою будь-якої професійної діяльності виступає найвищим рівнем інтелектуальної культури сучасної людини. Тому, необхідність вивчення системних дисциплін (системології, теорії систем, системного аналізу, системотехніки тощо) в університетах викликана зростаючою потребою системного мислення майбутніх фахівців всіх галузей і спеціальностей, а для науковців – викладачів повинно бути невід'ємною частиною всієї інтелектуальної, аналітичної і творчої діяльності.

Метою вивчення курсу «Системний аналіз та теорія прийняття рішень» є розвиток системного мислення, усвідомлення необхідності застосування системного підходу до завдань управління та прийняття рішень, дослідження складних явищ і процесів в системах різної фізичної природи.

Навчальний посібник складається із трьох частин: частина перша – Системологія; частина друга – Системний аналіз; частина третя – Теорія прийняття рішень. До кожної частини додаються методичні рекомендації для виконання лабораторних робіт та завдання на самостійну роботу студентів.

Частина перша – Системологія – містить два розділи, які присвячені основам теорії систем і кібернетики, де зроблена спроба розкрити з єдиної методологічної точки зору проблему вивчення об’єктів різної фізичної природи з системних позицій. Розглянуті основи теорії систем, які розширені розділом «Системологія і кібернетика», в якому висвітлено поняття складної системи, принципи кібернетики, інформаційний аспект та методи апроксимації і моделювання процесів в системах.

Знання, здобуті студентами під час вивчення курсу «Системний аналіз та теорія прийняття рішень», можуть бути використані при вивченні дисциплін «Управління інноваційними проектами», «Методологія наукових досліджень», «Системотехніка» та інших, а також при виконанні творчих індивідуальних завдань, написанні курсових та дипломних робіт. Практичний досвід, набутий в процесі вивчення запропонованого курсу, дозволить студентам значно розширити свої можливості при засвоєнні спеціальних дисциплін, а також в процесі роботи за фахом.

1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ СИСТЕМ

«... якщо ви забажаєте, щоб дерево приносило більше плодів, ніж раніше, вам не потрібно нічого робити з його гілками, а потрібно розпушити землю та підкласти новий ґрунт під коріння.»

Френсіс Бекон

«Визначте значення слів і ви позбавите людство від половини його помилок.»

Рене Декарт

1.1. Системність світу

Проблема взаємодії людини і Природи в епоху стрімкого зростання енергетичних можливостей людини, які почали перевищувати енергію процесів природного походження, вимагає глибокого розуміння поняття системності і створення такої системи, яка дозволить врахувати усі взаємовпливові фактори [2]. Дійсно, проблема економіки, соціального розвитку, політики виявляються зв'язаними в єдине ціле з проблемою стабільності біоти, еволюцією клімату, забрудненням середовища, виявленням нових ресурсів сировини, створенням нових технологій тощо. Тому, вивчення цих проблем вимагає розвитку системології та застосування системного аналізу для їх використання в сучасних умовах життєдіяльності людини.

Системність існувала завжди (незалежно від нас), як загальна властивість матерії, форма її існування, як об'єктивна реальність. Поняття системності з'явилось разом з людиною і завжди було і є одним з методів науки – як для вчених минулого, які, можливо, до кінця не усвідомлювали, що вони використовують метод системності, так і сучасних науковців, дослідників. Спочатку була усвідомлена системність процесу пізнання, представлення знань, а тому дискусії із системних проблем найперше виникли в філософії, логіці, математиці, тобто однією з об'єктивних причин виникнення системних наук є системність мислення людини.

Якщо філософ, вчений викладав досить стрункy та обґрунтовану сукупність поглядів і теорій, то це називали системою даного філософа або вченого. Наприклад, філософська система Платона з основами дедуктивно-аксіоматичного методу; система дедуктивної логіки Аристотеля; система «ідолів» та «індукціонізму» Френсіса Бекона, трансцендентальний ідеалізм Канта, геліоцентрична система світу Коперніка та Кеплера. Ці приклади можна продовжувати нескінченно, кожен раз переконуючись, що це є системи поглядів, системи знань [2,4].

Системність Світу базується на трьох основних компонентах (системах, або ієрархіях за Б.С. Флейшманом) [3]:

1) *ієрархії (системи), які виникли природно:* фізико – біологічна (A – B) та соціальна (C);
2) *штучна ієрархія (система):* технічна (D) (рис. 1.1).

Поєднання класів систем із різних ієрархій або частин приводить до "змішаних" класів, наприклад, екосистеми, автоматизовані системи управління тощо.

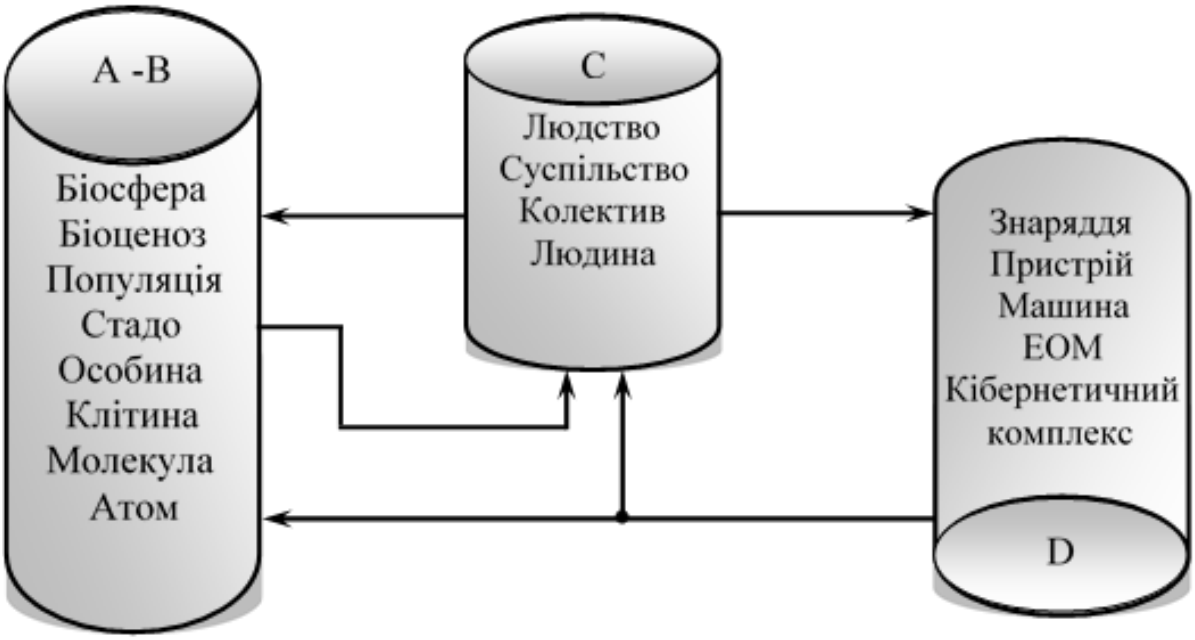


Рис. 1.1 – базові компоненти системності Світу

Приведені на рис. 1.1 ієрархії (системи) виникли послідовно одна з одної: кожна має свій особливий клас систем, який породжував наступну

гілку (ієрархію, систему): стадо породило людину і вже за появи нової якості – колективу, людина створює нову ієрархію – технічну, яка, в свою чергу, з ростом складності окремих технічних систем, появою нових кібернетичних (складних) систем, розвитком інформаційних технологій починає виходити з-під контролю людства. Погрожуючою ознакою цього є глобальний вплив сучасної техніки і технології на природні ієрархії, що приводить до екоциду – погіршення стану навколишнього середовища, що ставить перед людством найважливіші задачі сучасності: покращання екологічної ситуації і переходу до управління розвитком єдиної системи "природа – суспільство". Оптимізація взаємодії природи та суспільства – глобальна проблема. Зміна структури суспільства та економіки, зміна стану природного середовища в процесах розвитку є причиною еволюції ціннісних категорій, а значить, критеріїв оптимальності. Їх методологічне обґрунтування є однією з основних задач науки при вирішуванні проблеми екологічного розвитку.

Системний підхід до складної сукупності різноманітних процесів не тільки дозволяє сформувати цілісне уявлення про взаємодію природи та суспільства, а й дає практичний інструмент оптимізації процесів природокористування.

Отже, однією з найважливіших об’єктивних причин виникнення системних наук є не тільки системність людини, її мислення, а й системність навколишнього середовища і всесвіту в цілому.

1.2. Розвиток системних уявлень

В процесі розвитку науки можна виділити декілька періодів, які визначаються своїми підходами, методологією, методами дослідження [3,4].

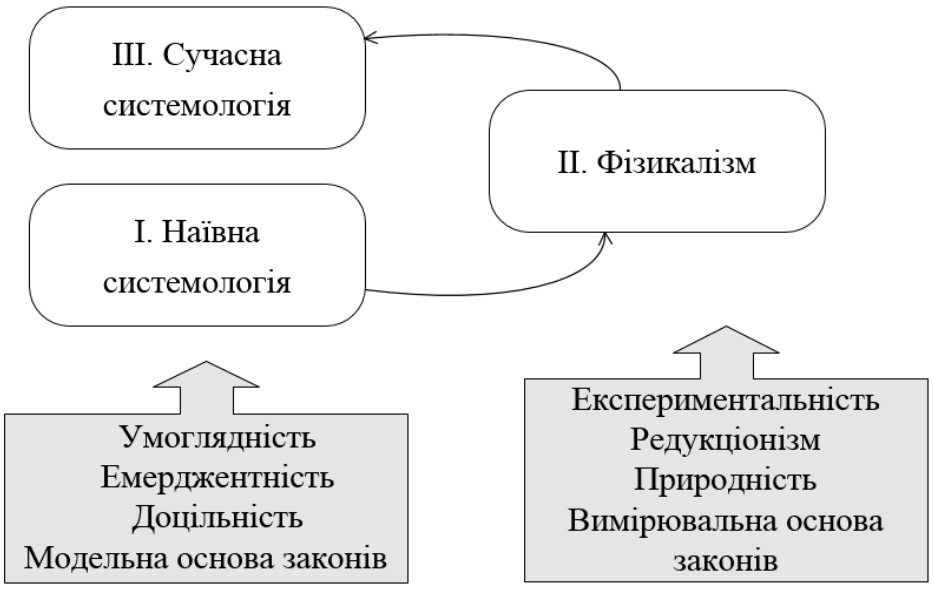


Рис. 1.2 – періоди розвитку науки

Античний період науки характеризується умоглядним підходом, відірваним від експериментальної практики, а також використанням категорії "цілі". Всі знання основувались на емпіризмі та умоглядних аналогіях, які були основою наукової аргументації того часу.

В XVII ст. природознавчий підхід замінив умоглядні побудови античної науки. На базі досліджень епохи відродження Ньютон поєднав експериментальні методи з новим математичним методом аналізу нескінченно малих. Для цього періоду з його методологією *фізикалізму* характерно поєднання експериментального та умоглядного (математичного) підходів, "вилучення" категорії "цілі", зведення вивчення цілого до вивчення його частин. Ця методологія (фізикалізму) виявилася дуже плодотворною при вивченні речовинно-енергетичних властивостей простих систем, але для складних систем, де визначальними є структурно-поведінкові властивості, вона не дала результатів.

Сучасний *системний підхід* визначає третій період розвитку науки (початок XX ст.). Він виник із потреби вивчення і наукового осмислення складних систем різної природи. Об’єкт дослідження тут вимагає цілісного розглядання його частин, відмови від неможливого класичного експерименту над ним і, відповідно, "відновлення" категорії цілі, що

поєднує сучасний період з античною методологією (наївною системологією) Це період осмислення кібернетикою свого предмету дослідження – складної системи, що ототожнює її (кібернетику) з системологією.

Отже, новий системний період розвитку науки, на відміну від ньютонівського, характеризується не диференціацією, а інтеграцією науки, що також зближує його з єдиною античною наукою періоду наївної системології. Крім того, ідейна близькість основних методів дослідження в обох напрямках (зокрема за допомогою ЕОМ) також поєднує сучасну та наївну системологію.

Сьогодні фізикалізм і системологія використовуються як дві різні методології дослідження простих і складних систем відповідно (рис. 1.2).

З пропозиції австрійського біолога–кібернетика Карла Людвіга фон Берталанфі, який займався питаннями системного підходу при вивченні живих організмів, у 30 рр. XX ст. виникла концепція загальної теорії систем.

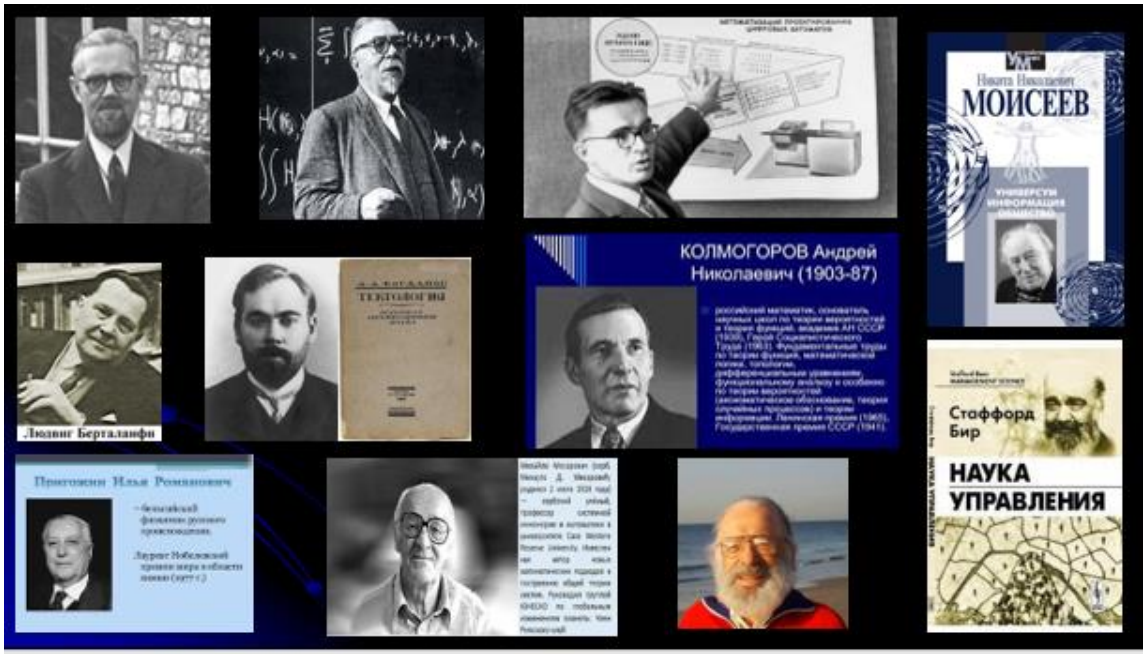
У 1956 році він організував наукове товариство з досліджень в області теорії систем. Системний підхід розглядався як універсальна концепція, яка об’єднує інтереси різноманітних наук: кібернетики, теорії інформації, теорії прийняття рішень, топології, факторного аналізу, автоматів, масового обслуговування, графів та мереж, дослідження операцій. Надалі Берталанфі виділяє наступні основні тенденції в розвитку теорії систем [4]:

- *наука про системи*, що досліджує застосування системних концепцій у природних (фізичних) та суспільних науках. Увага зосереджується на науковому вивченні цілісного на противагу поелементного, оцінюванні способів взаємодії між компонентами системи, широкого використання методів математичного моделювання для визначення ізоморфізму в системах;

- *системна технологія*, яка призначення для розв’язку проблем з використанням методології системного підходу і сьогодні використовується в системному аналізі, в управлінні, інженерії різного напрямку та ін.;
- *системна філософія* намагається об’єднати традиційні науки різних галузей і знань в рамки філософських концепцій системності.

Одним з основних досягнень Людвіга фон Берталанфі є введення поняття *відкритої системи*. Він підкреслював особливе значення обміну системи речовиною, енергією та інформацією з зовнішнім середовищем (іншими системами). У відкритих системах встановлюється динамічна рівновага, яка може бути спрямована у бік ускладнення організації (за рахунок інформації ззовні), а функціонування є не просто відгуком на зміну зовнішніх умов, але й збереженням попередньої чи встановленням нової рухливої внутрішньої рівноваги системи.

Суттєвий внесок у розвиток системності в науці, виробництві, суспільстві належить великій кількості наукових груп, центрів, вчених: Н. Вінер, У. Р. Ешбі, Ст. Бір, академіки А. Н. Колмогоров, В. М. Глушков, Н. Н. Моісєєв, група інституту Кейтса (США) під керівництвом М. Месаровича, школа Ільї Пригожина (Бельгія), тектологія О. Богданова, і цей список можна ще продовжувати.



1.3. Системна термінологія

Системні дослідження, системний підхід, теорія систем, теорія складних систем, системологія, системотехніка, системний аналіз – це термінологія, яка поєднується загальним для неї поняттям – «системний», «системний погляд», або «системність», тому їх часто плутають. Однак, при явному формальному зв'язку, кожне має своє призначення, власні задачі, предмет, об'єкти вивчення та дослідження [4].

Суть **системних досліджень** полягає: у використанні фундаментального методологічного поняття системи як єдиного абстрактного зображення об'єктів будь-якої природи і ступеня складності, у виділенні провідних, визначаючих сторін, тенденцій розвитку системи, у поданні проблеми як своєрідної концептуальної системи.

Системний підхід – це метод, в якому всі зв'язки, елементи, функції та проблеми розглядаються у вигляді взаємозв'язаного цілого. Задачею системного підходу є вираження на рівні спеціальної методології загальнонаукових принципів, положень, понять, форм та методів системних досліджень, відповідно до яких кожен об'єкт, поданий як система, розглядається не тільки як деяке самостійне ціле, а також як частина системи більш вищого рівня складності (макросистеми) з усіма її суттєвими взаємозв'язками щодо інших об'єктів, які входять до складу цієї макросистеми.

В основі системного підходу лежить прагнення встановити загальну орієнтацію досліджень та визначити науковими засобами цілісність, організованість об'єкту (системи, процесу, явища, проблеми), що досліджується, з усією багатогранністю його структури. Цей загальний принцип орієнтує на розглядання об'єктів як систем.

Системний підхід, крім системності об'єкта дослідження, передбачає ще й системність мислення. Повнота, завершеність та ефективність дослідження будуть забезпечені, якщо дослідник буде організовувати своє дослідження як деяку концептуальну систему. Взагалі, особливості

системного підходу, як методологічної концепції в досліджені (вивченні) явищ навколишнього світу, можна виділити так:

1) при дослідженні об’єкта як системи, опис його елементів не є визначаючим, оскільки кожен з елементів представляється не як ізольований, а з урахуванням його "місця" в цілому;

2) дослідження об’єкта як системи є невід’ємним від дослідження його взаємозв’язків із зовнішнім середовищем, оскільки, об’єкт вивчається як підсистема більшої системи, яка виникла поєднанням об’єкта з середовищем;

3) специфічною особливістю є врахування нових властивостей, які виникають при поєднанні елементів у систему (емерджентність).

Загальна теорія систем виступає як інтегральна теорія, предметом якої є закони утворення, поведінки та розвитку будь-яких систем з усією багатогранністю аспектів їх функціонування. Задачі загальної теорії систем складають:

– розробку засобів подання об’єктів, що досліджуються, як систем;

– побудову узагальнених описових та формальних моделей систем та моделей різних класів і властивостей систем, моделей динаміки процесів та систем, їх цілеспрямованої поведінки, розвитку, ієрархічної структури, процесів управління в системах тощо;

– дослідження концептуальної (логічної) структури системних теорій.

Загальна теорія систем пропонує єдиний абстрактно-математичний апарат для дослідження систем різних типів, класів та призначення – біологічних, економічних, соціальних тощо. Тобто, предметною областю теорії систем виступають фундаментальні поняття й аспекти довільної природи, будь-якої складності та призначення. За допомогою цієї теорії вивчається не окремі, частинні властивості систем (що складає предмет інших конкретних наук), а їх загальна структурна побудова. Основою для створення теорії систем є аналогії (ізоморфізм, подібність) процесів в

системах різного типу. Доведений ізоморфізм для систем різної природи дає можливість будувати узагальнені моделі систем та переносити знання із одної предметної області в іншу.

Приклад: Універсальна динамічна модель системи [41]

$$a_L \frac{d^2X(t)}{dt^2} + \left(a_R + \frac{1}{X(t)}\right)\frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{a_c}X(t) - \varphi_0 - \frac{1}{X(t)}\frac{dV}{dt} = 0.$$

Таким чином, найбільшою цінністю теорії систем є розроблення цілей та задач системних досліджень, розвиток методології аналізу та синтезу систем, встановлення загальносистемних закономірностей.

В теорії систем виділяють поняття *складної* системи.

Теорію складних систем називають *системологією*, яку сьогодні ототожнюють з кібернетикою. Поняття складної системи стало єдиною концептуальною основою (концептуальною єдністю, основним інтегруючим поняттям) сучасної кібернетики. Отже, **системологію** можна визначити, як науку про загальні властивості розвиту складних систем.

Метою ***системології*** є створення та вивчення найбільш загальних способів опису, законів функціонування та методів аналізу і синтезу складних систем незалежно від їх фізичної природи. В системології розвиваються: теорія абстрактних описів і математичного моделювання систем, загальна теорія системних досліджень на базі математичних та евристичних методів.

Складовою системології, яка займається технічними системами, є ***системотехніка*** – це область наукових знань, яка містить теорію, методологію та дослідження і створення складних технічних систем, здатних до цілеспрямованих дій в складних ситуаціях.

До задач системотехніки відносять: визначення загальної структури технічної системи, організацію взаємодії між підсистемами та елементами; врахування оптимальної структури, параметрів та алгоритмів функціонування систем; синтез складних технічних систем. Термін

«системотехніка» спочатку використовувався у зв’язку з розв’язуванням задач проектування. Раніше предметом системотехніки було проектування систем, однак, сьогодні – це науковий напрямок, який охоплює не тільки проектування, але й створення, випробування та експлуатацію складних технічних систем. Системний підхід у сфері техніки є особливо продуктивним в силу того, що сучасна техніка, в яких би аспектах вона не розглядалась, за своєю суттю є системною.

Розглянемо місце ***системного аналізу*** в ряді системних термінів і визначимо предмет системного аналізу. Якщо системний підхід – це деякий загально – методологічний принцип системних досліджень, то ***системний аналіз*** – це рецептурна, або апаратна реалізація системного підходу або можна сказати технологія системного підходу. Він (системний аналіз) постає як сукупність методичних засобів реалізації системного підходу при підготовці та обґрунтуванні рішень щодо складних проблем різного характеру.

Взагалі, сам термін «системний аналіз» розкриває головні риси дослідження проблем за допомогою такого аналізу. Якщо термін «системний» використовується для пояснення того факту, що в основі досліджень лежить концепція систем, то термін «аналіз» вказує на характер процедури обґрунтування рішень, яка передбачає:

1) поділ проблеми на її складові, які більш доступні для розв’язування;
2) використання потрібних методів розв’язування окремих задач;
3) поєднання частинних у загальний розв'язок.

Отже, провідною концепцією системного аналізу є системний підхід. В свою чергу, системний аналіз є інструментом системного підходу, що ґрунтується на теорії систем. Основу системного аналізу складають загальні ідеї, оригінальний підхід до проблеми, що вирішується, побудова математичних моделей.

Таким чином, **системний аналіз** – це спосіб вивчення складних об’єктів з метою вивчення впливу зв’язку елементів і підсистем на властивості об’єкту в цілому. ***Предметом системного аналізу*** є методологія (сукупність методологічних засобів, система дій), яка призначена для вирішення проблеми (підготовки та обґрунтування рішень для дослідження цілі) на основі різного наукового інструментарію. Насамперед, системний аналіз базується на системології, принципах кібернетики, інформаційному підході та моделюванні і відіграє роль інструмента системного підходу. Крім того, системний аналіз будується на основі математичного аналізу та теорії ймовірностей, дискретної математики та дослідження операцій, а також використовує інформаційні технології для реалізації своїх базових методів та розв’язування прикладних задач.

Окремо потрібно виділити зв’язок з методами дослідження операцій, оскільки вони складають вагому частину математичних методів системного аналізу. Тому, іноді термін «системний аналіз» не вводять, маючи на увазі, що проблематика системного аналізу відноситься до області дослідження операцій при розширеному тлумаченні останнього терміну, однак, необхідно розмежовувати їх задачі.

Як два напрямки системних досліджень, які базуються на системному підході, системний аналіз та дослідження операцій мають багато спільного. В той же час вони відрізняються своїм відношенням до процесу формулювання цілей. При використанні методів дослідження операцій питання про постанову цілі операції залишаються осторонь: неявно припускається, що ціль вже задана і залишається задача розробити пропозиції щодо плану операції, використовуючи математичні методи. Така постановка задачі не випадкова, оскільки формулювання цілей – процес творчий і майже повністю відноситься до неформальної частини прийняття рішень (до формальної частини відноситься використання методів дослідження операцій).

Отже, проблема формулювання цілі операції – це проблема концептуального характеру. Тому, перевагу над формально-математичними мають евристичні методи (перші відіграють допоміжну роль). Ця проблема не може бути віднесена до області дослідження операцій як теорії математичних моделей прийняття рішень, тобто визначення цілі знаходиться за рамками дослідження операцій як наукового напрямку системних досліджень.

Процес обґрунтування та постановки цілей є важливим елементом системного аналізу і по суті складає його предмет дослідження.

Таким чином, системний аналіз претендує на більші границі, ніж дослідження операцій, з точки зору обґрунтування та вибору цілей, для досягнення яких потрібно використати певні ресурси. Якщо в дослідженні операцій виникає питання, як досягнути визначеної цілі, то в системному аналізі перш за все необхідно відповісти на питання: на які цілі слід використати виділені ресурси? Тому, сьогодні процес постановки цілей отримує наукове обґрунтування у вигляді системного аналізу, тоді як дослідження операцій залишає цей процес осторонь і займається розробкою пропозицій та способів досягнення цілі операції за допомогою математичних методів.

Системний аналіз відрізняється від інших методів дослідження тим, що:

– враховує принципову складність об'єкта, що досліджується; бере до уваги розгалужені та стійкі взаємні зв'язки його з оточенням; враховує неможливість спостереження ряду властивостей об'єкта та оточуючого середовища;

– реальні явища, їх властивості та зв'язки з оточенням переводяться далі в абстрактні категорії теорії систем;

– ґрунтуючись на відомих властивостях складних систем дозволяє виявити нові конкретні властивості та взаємні зв'язки конкретного об'єкта дослідження;

– на відміну від інших методів, в яких точно визначені об'єкти, включає як один з важливих етапів визначення об'єкта, його знаходження чи конструювання;

– орієнтується не на розв’язання "правильно сформульованих" задач, а на створення правильної постановки задачі, вибір відповідних методів для її розв'язання;

– основне в системному аналізі – знайти шлях, яким можна перетворити складну проблему в простішу, яким чином не лише складну до розв'язання, але й для розуміння, проблему перетворити в послідовність задач, для яких існують методи їх розв'язання;

– системний аналіз завжди конкретний – завжди має справу з конкретною проблемою, конкретним об'єктом дослідження, є продуктивним тоді, коли застосовується до розв'язання завдань певного типу.

Системному аналізу буде присвячена окрема складова даного посібника – «Системний аналіз та теорія прийняття рішень» – «Системний аналіз», частина 2. Тому, детально основні положення, компоненти, етапи, задачі та методи системного аналізу ми розглянемо в подальшому. А зараз основну увагу приділимо основним принципам та аспектам базового методу всіх системних областей знань – системному підходу.

1.4. Системний підхід: основні принципи та аспекти

Формулювання вимог до системи та методології вирішення проблем досягається шляхом визначення основних положень, принципів системного підходу, які є досить загальними твердженнями, що узагальнюють досвід роботи людини зі складними системами. Такими основними принципами є [4]:

а) принцип *системності* – розглядання об'єктів дослідження як систем;

б) принцип *кінцевої цілі* – абсолютний пріоритет кінцевої (глобальної) цілі, тобто всі процеси в системі підпорядковані глобальній цілі (головному призначенню), що накладає особисту відповідальність на вибір цілі та її трактування. Неповністю визначені кінцеві цілі або неоднозначне їх трактування ушкоджує структуру та процеси в системі і взагалі управління системою;

в) принцип *ієрархічності пізнання*, який потребує трирівневого вивчення об'єкта: вивчення самого об'єкта – «власний» рівень; вивчення об'єкта як елемента більшої системи – «зовнішній» рівень та вивчення об'єкта у відношенні з його складовими – «нижній» рівень;

г) принцип *інтеграції* – відображається саме та особливість системного підходу, яка спрямована на вивчення інтегративних властивостей і закономірностей системи, розкриття базисних механізмів інтеграції цілого;

д) принцип *функціональності* – сумісний розгляд структури й функцій з пріоритетом функцій над структурою. Цей принцип стверджує, що будь-яка структура тісно зв'язана з функціями системи та її елементів, тому досліджувати та створювати структуру необхідно після з'ясування (розуміння, точного визначення) функцій в системі. Зокрема, на практиці принцип функціональності означає те, що у випадку додавання системі

нових функцій доцільно буде переглянути її структуру, а не намагатись впровадити нову функцію в стару схему.

Наведені основні принципи системного підходу доповнюються рядом інших, додаткових принципів, які уточнюють основні або мають більш вузьку спрямованість (область використання). До таких принципів належать:

1) принцип *зв'язност*і: розгляд будь-якої частини сумісно з її зв'язками з оточенням;

2) принцип *єдності*: сумісний розгляд системи як цілого і як сукупності елементів (частини);

3) принцип *ієрархії структури*: доцільно вводити ієрархію елементів, частини, поділ на модулі;

4) принцип *поєднання централізації та децентралізації*;

5) принцип *невизначеності*: врахування невизначеності та випадковості у системі;

6) принцип *організованості*: рішення, дії, висновки у системі повинні відповідати ступеню її деталізації, визначеності, організованості;

7) принцип *чутливості* (близький до організованості): вплив на систему повинен узгоджуватись з рівнем її реакції на даний вплив;

8) принцип *згортки*: інформація та управляючі впливи згортаються (узагальнюються, збільшуються) в процесі руху по ієрархічним рівням вертикально (з нижчого до вищого);

9) принцип *формалізації*: системний підхід націлений на отримання кількісних характеристик, створення методів для зменшення неоднозначності понять, означення, оцінок тощо;

10) принцип *розвитку*: врахування змінюваності системи, її здатності до розвитку, розширення, заміни частин (елементів), накопичування інформації.

Виділимо *особливості системного підходу*, як методологічної концепції в досліджені явищ навколишнього світу:

- при дослідженні об’єкта як системи, опис його елементів не є визначаючим, оскільки кожен з елементів представляється не як ізольований, а з урахуванням його «місця» в цілому;
- дослідження об’єкта як системи є невід’ємним від дослідження його взаємозв’язків із зовнішнім середовищем, оскільки, об’єкт вивчається як підсистема більшої системи, яка виникла поєднанням об’єкта з середовищем;
- специфічною особливістю є врахування нових властивостей, які виникають при поєднанні елементів у систему (емерджентність).Основні проблеми системного підходу зв’язані з розвитком методів практичної реалізації вказаних принципів, зокрема, з виявленням законів об’єднання частин в ціле, законів, що визначають характер структури, функціонування і розвитку, зв’язки з умовами та середовищем існування, граничних характеристик систем; з розробкою змістовних та формальних засобів подання об’єктів, які досліджуються, з дослідженням методологічних основ різних системних теорій тощо.

Всебічне вивчення будь-якої системи передбачає встановлення складу її компонентів, структури та функцій як системи в цілому, так і її складових, а також факторів, які забезпечують цілісність та відносну самостійність системи. Відповідно розрізнюють декілька аспектів системного підходу.

Системно-історичний аспект: розглядання процесу виникнення системи, її розвитку (еволюції), передбачення історичної перспективи.

Системно-компонентний аспект: вивчення елементного складу системи, тобто із яких компонентів утворено ціле (система).

Системно-структурний аспект: вивчення внутрішньої організації системи, способів взаємодії елементів та підсистем, типів між елементних зв’язків системи. Структура системи відіграє велику роль. Вона позв’язує компоненти системи, що надає їй цілісність та виникнення нових властивостей, яких не має жоден окремий компонент. Для збереження

системи особливого значення набуває стійкість структури, яка визначається стійкістю зв'язків її компонентів.

Системно-функціональний аспект: зв'язки з вивченням поведінки окремих частин системи та функціонування системи в цілому. Кожна реальна система виконує певні функції, які представляють деякий інтегративний результат функціонування її компонентів. Функції компонентів відносно системи несуть цільовий характер, інакше компонент випадає із системи. Функції компонентів узгоджені в часі і просторі й часто є результатом впливу загальносистемних функцій.

Системно-комунікаційний аспект: розглядає взаємозв'язки системи з іншими об'єктами, явищами, системами.

Системно-інтегративний аспект: вивчає фактори збереження, досконалості та розвитку системи, тобто механізми, які забезпечують збереження якісної специфіки системи.

Розглянуті аспекти системного підходу в своїй єдності та взаємодії перетворюють системний підхід в ефективний засіб пізнання. Всебічне дослідження системи, процесу або проблеми може бути забезпечено тільки сукупним використанням всіх аспектів системного підходу.

Поряд з основним методом – методом системного підходу – використовується велика кількість методів, досить неоднорідних за своїм складом, які будуть розглянуті в наступних параграфах і розділах: формалізовані методи (математичного програмування, дослідження операцій, методи апроксимації, теорії ігор, статистичні методи тощо); неформалізовані евристичні методи (мозкового штурму, Делфі, сценаріїв, експертних оцінок, дерева цілей та функцій, синектики, ділові ігри тощо); загальнонаукові методи (аналізу, синтезу, мікропідходу та макропідходу). Одним із пріоритетних, базових методів дослідження сьогодні окремо виділяють метод моделювання – метод дослідження реальних об'єктів (систем) на їх моделях (абстрактних математичних, фізичних, оптимізаційних, імітаційних, комп'ютерних тощо).

1.5. Визначення системи. Властивості систем

Базовим поняттям системології є *система*. Незважаючи на загальність цього поняття, воно має чіткі трактування, залежно від джерел походження. Виділяються дві групи визначень системи.

Першу групу утворюють визначення, які не виділяють поняття цілісності системи: «*Система* – це множина об'єктів разом із відношеннями між об'єктами та між їх атрибутами, властивостями».

Історія визначень такого типу зрозуміла і має джерело походження природничі науки, в яких дослідник йшов шляхом від простого до складного – поділяв систему на елементи, розглядав властивості окремих частин і способи їх взаємодії, отримуючи таким чином уявлення про систему як про сукупність взаємопов'язаних елементів. Однак, не завжди із властивостей елементів та їх відношень можливим є виведення загальних властивостей системи.

Інша група визначень включає цілісність як важливу властивість системи (це поняття є властивим для складних систем). Дійсно, якщо в результаті детального вивчення системи знайдена властивість, яку не можна поставити у відповідність ні одному з її елементів, то визначення першої групи виявляється недійсним, і потрібно «перевизначити» систему. В цьому сенсі *система* – це комплекс елементів та взаємозв'язків між ними, що утворюють цілісність, що є особливою єдністю з середовищем і є елементом більшої або складнішої системи та цій цілісності притаманні властивості, якими не володіють окремі елементи.

Мета – відображає те, що може чи повинно виникнути, праобраз майбутнього, стан, який бажано досягнути. Вона тією чи іншою мірою присутня у свідомості людини, яка здійснює довільний вид діяльності, і переноситься ним на багато природних та штучних систем. Пізнання мети допомагає зрозуміти сутність систем, що досліджуються, і, власне, тому інтерес до змісту цього поняття безперервно зростає. Мета може

змінюватися залежно від розвитку в часі призначення. Мета конкретизується шляхом декомпозиції за допомогою цілей. *Декомпозиція* – це поділ системи на частини з метою зробити зручнішими певні операції з цією системою. Найважливішим стимулом і суттю декомпозиції є спрощення системи, надмірно складної для розгляду цілком. З точки зору мети дослідження системи її елементи не піддаються подальшій декомпозиції при обраному рівні розгляду системи.

Одним зі способів розкриття внутрішньої суті мети є побудова дерева цілей. Цілі в часовому аспекті поділяються на тактичні цілі, макроцілі, та ідеали. *Тактичні цілі* – це бажані результати, досягнення яких відбувається за визначений і порівняно короткий період часу. *Макроцілі* досягаються за довший час і вимагають для цього досягнення хоча б однієї тактичної цілі. *Ідеали* – це такі цілі, які ніколи не досягаються, але до яких система постійно наближається, реалізуючи деякі тактичні та макроцілі.

За наявністю інформації про способи досягнення цілей виділяються такі класи цілей.

Функціональна ціль – це ціль, спосіб досягнення якої відомий системі, що вже досягала цієї цілі. Функціональні цілі повторюються в часі та просторі. Прикладами такого типу цілей є результати виконання виробничих операцій, що періодично повторюються, стандартні функції управління та ін.

Ціль-аналог – це образ, який отриманий в результаті дії іншої системи, але який ні разу не досягався системою, що розглядається, а якщо і досягався, то за інших умов зовнішнього середовища.

Ціль розвитку, або *нова ціль* – це ціль, яка ніколи і ніким раніше не досягалася. Така ціль по суті пов'язана з утворенням нових систем.

Отже, ***система*** *– це внутрішньо організована сукупність взаємозв'язаних елементів, що утворює єдине ціле і спільно діє для досягнення поставленої мети* [4].

Розглянемо загальні властивості систем різної фізичної природи.

Властивість – здатність системи виявляти ті чи інші сторони у процесі взаємозв'язку і взаємодії. Ця здатність обумовлюється внутрішньою природою системи, її будовою, структурою (рис. 1.3). *Подільність* системи характеризує її здатність поділятись на складові.

Взаємна автономність елементів проявляється у тому, що кожному її елементу притаманні властивості системи в цілому.

Варіативність – здатність змінюватись із стану в стан або перетворюватись в іншу систему.

Елементарність – кожен елемент не є системою з такою ж структурою. Вона оцінюється відношенням структури системи до її елементів.

Іманентність проявляється в тому, що системоутворююче відношення охоплює тільки елементи даної системи і не поширюється поза нею.

Надійність – здатність зберігати свою системоутворюючу властивість при елімінації (вилученні) елементів.

Однорідність може відноситись і до елементів і до структури (елементна або субстрактна гомогенність та структурна або функціональна гомогенність).

Мінімальність вказує на руйнування системи при вилученні хоча б одного елементу.

Завершеність – не допускається приєднання нових елементів без руйнування цієї системи.

З визначення поняття системи випливає, що сукупність об'єктів (предметів, елементів) в результаті їх поєднання у систему отримує нові властивості, які відрізняються від властивостей окремих елементів. Це явище називають «емерджентність» (від англ. – поява нового). Воно було відкрите англійським кібернетиком У. Р. Ешбі і визначає основну властивість системи, таку як цілісність – поява у системі властивостей, що не випливають із частин (елементів системи), тобто система володіє

інтегрованими властивостями. З цим пов’язана інша властивість систем – єдина мета, якій підпорядковані цілі підсистем та елементів системи, тобто єдина функціональна спрямованість.

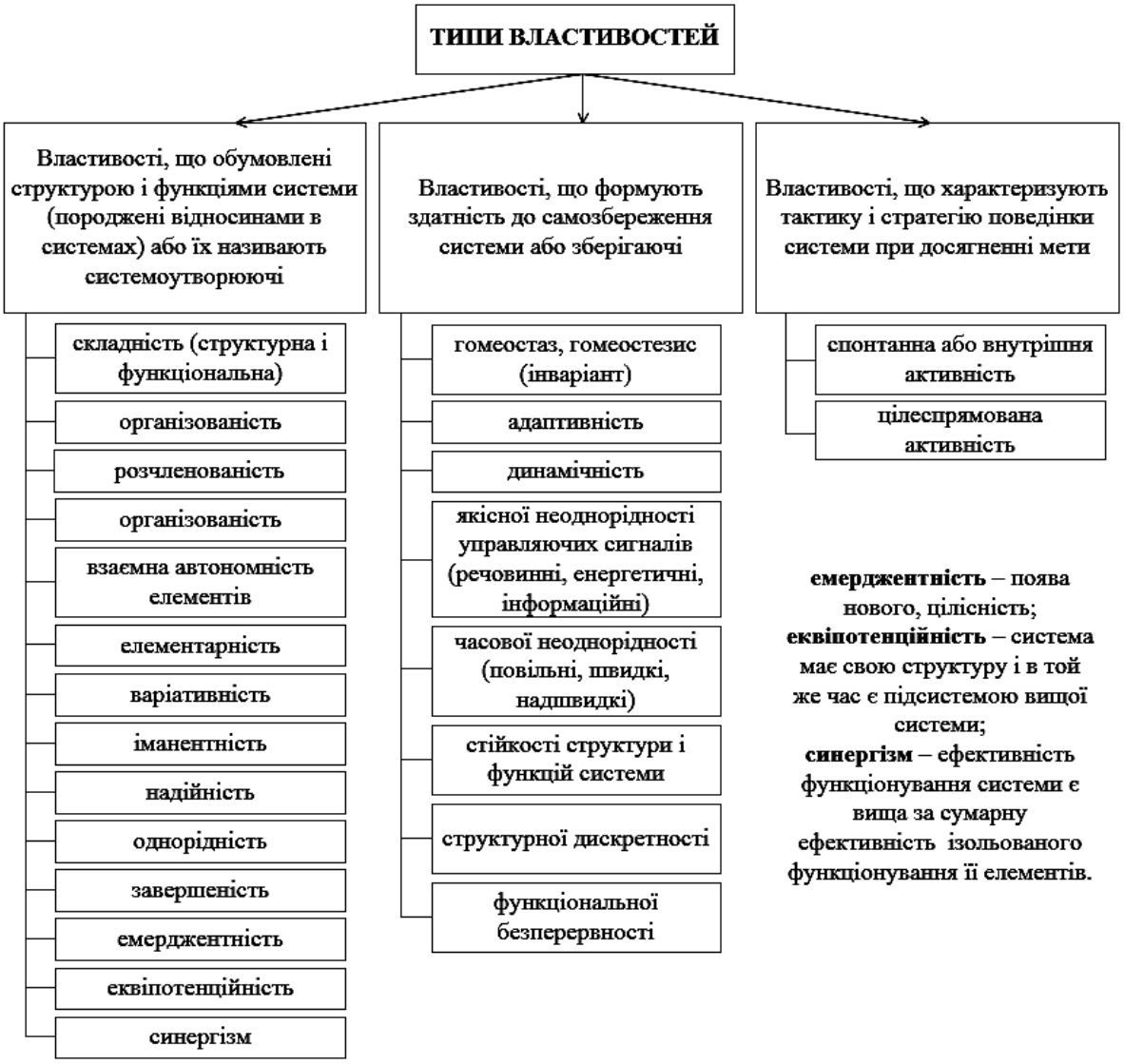


Рис. 1.3 – властивості систем

Щоб деяке з’єднання будь-яких об’єктів можна було назвати системою, воно повинно бути досить стійким, здібним на існування тривалий час. Тому важливою властивістю системи є *гомеост0атичність*, тобто здібність тривало функціонувати без суттєвого зниження ефективності.

Крім названих основних властивостей можна виділити такі загальні властивості систем, як *динамічність* (наявність в системі активних процесів), *детермінованість* (закономірний і логічний розвиток процесів у системі, чітке виявлення зв'язку), *ізоморфізм* (подібність процесів у системах однакової структури). Остання властивість є особливістю систем різної природи – біологічних, соціальних, економічних, технічних та інших.

Будь-яка система існує у середовищі і може розглядатись як підсистема більш загальної системи (макросистеми). Для дослідження системи, її необхідно виділити із сукупності інших систем, тобто визначити її склад і межі. Схематично будь-яку систему, «чорний ящик» Ешбі, у природі можна подати об'єктом із входами x (вхідні фактори, один з яких позначає вплив зовнішнього середовища – E) та виходами y (вихідні фактори – реакція на вхідні фактори), рис. 1.4.

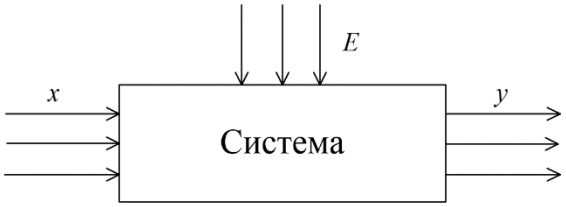


Рис. 1.4. – система як «чорний ящик»

Система відносно зовнішнього середовища виступає і відповідно сприймається як єдина і відносно самостійна. Однак, відокремленість системи надто умовна, бо завжди має місце взаємодія системи із зовнішнім середовищем (іншими системами).

Середовище – це сукупність елементів, які не входять до складу системи, але впливають на неї деяким чином. Одні з них є *пасивними* природничими об'єктами (природне середовище), які тільки обмежують поведінку системи, інші – *активними* елементами позитивного або негативного впливу на систему.

Таким чином, основними положеннями, на яких ґрунтується поняття системи, є:

1) множина взаємозв’язаних компонентів, які складають об’єкт обмежений зовнішнім середовищем і взаємодіючий з ним;

2) ця множина утворює єдине ціле, яке має визначену ціль або призначення, характерне для всієї сукупності елементів;

3) кожний елемент множини виконує визначену функцію, яка сприяє досягненню цілі, виконанню загальносистемних функцій.

1.6. Характеристики і класифікація систем.

До основних характеристик систем відносять: структуру, стан та перетворення систем. Функціонування системи, а також взаємодія із зовнішнім середовищем визначається її структурою. *Структура* системи визначає сукупність її елементів і стійкого зв’язку між ними. Взагалі, можна виділити два основних типи структурного зв’язку: підпорядкованості та узгодженості.

Зв’язок *підпорядкованості* припускає, що один із компонентів є головним, тобто визначаючим в їх сумісному функціонуванні. Зв’язок *узгодженості* – це такий зв’язок, при якому ролі компонентів рівноцінні. Цей тип структурного зв’язку визначає ієрархічну структуру системи. Компоненти з підпорядкованими зв’язками розміщуються на різних рівнях ієрархії, а компоненти узгодженого зв’язку знаходяться на одному рівні ієрархії.

Між компонентами системи і компонентами зовнішнього середовища існують комунікативні зв’язки. Кожен компонент із складу системи виконує функції, які визначаються, з одного боку, властивостями компоненти, а з іншого – його структурними і комунікативними зв’язками. Між функціями компонентів також є зв’язки підпорядкованості і узгодження. Тому можна подати ієрархічну структуру функцій компонентів, на верхньому рівні якої знаходяться загальносистемні функції, на виконання яких спрямовані всі функції компонентів системи. Отже, ієрархічній структурі компонентів

системи відповідає ієрархічна структура їх функцій: виконання функцій вищого рівня забезпечується сукупністю функцій попереднього (нижчого) рівня, які, у свою чергу, забезпечуються функціями ще нижчого рівня і далі до елементарних функцій, які реалізуються окремими елементами системи.

В залежності від складу і просторово-часових властивостей системи бувають прості, складні і великі [4]. *Прості* – це системи, які не мають розгалуженої структури і складаються з невеликої кількості взаємозв'язаних і взаємодіючих елементів. Такі системи служать для виконання простіших функцій і як правило входять до складу інших систем. Особливістю простих систем є детермінованість номенклатури, числа елементів та зв'язку між ними (як внутрішні, так і зовнішні).

Складні системи характеризуються великою кількістю елементів і внутрішніх зв'язків, їх неоднорідністю та різноякісністю, структурною багатостатністю, виконанням багатьох функцій або складної функції (наприклад: людина, держава, комп'ютер тощо). Компоненти складної системи можна розглядати як підсистеми, які також можуть складатись з простіших підсистем. Складну систему поділяють на такі функціональні підсистеми:

– *вирішальну*, яка приймає глобальне рішення про взаємодію з зовнішнім середовищем та розподіляє локальні завдання всім іншим підсистемам для його реалізації;

– *інформаційну*, що забезпечує збір, обробку та передачу інформації, необхідної для прийняття глобального рішення та виконання локальних завдань;

– *керуючу*, призначену для реалізації глобального рішення;

– *забезпечення стійкості, гомеостазу*, яка підтримує динамічну рівновагу усередині системи і регулює потоки і ресурси енергії та матерії у підсистемах, необхідних для виконання їх локальних завдань, тобто забезпечує здібність системи тривало функціонувати без суттєвого зниження ефективності;

– *адаптивну*, яка накопичує досвід в процесі навчання для покращення структури і функцій системи.

Для багатьох складних технічних систем (наприклад, комп'ютерні системи) характерною особливістю є наявність спеціального програмного забезпечення, призначених для обробки та перетворення інформації, прийняття рішення та здійснення функцій управління. Спеціальне програмно-математичне забезпечення є відносно самостійним компонентом складної системи.

Таким чином, у складній системі всі її підсистеми, як правило, також складні системи. Складність системи – поняття багатогранне, тому в різних проблемах виявляються різні аспекти складності. Виділяють структурну складність, динамічну складність, обчислювальну складність тощо. Складність – поняття якісне, нечітке, яке не строго визначено і не має загально прийнятого способу кількісного оцінювання.

Велика система – це система, яку неможливо спостерігати одночасно з позиції одного спостерігача у часі або просторі, для якої суттєвим є просторовий фактор, кількість підсистем якої дуже велика, а склад різнорідний. Система може бути і великою, і складною. Складні системи поєднують більш широку групу систем, ніж великі системи, тобто останні є підкласом складних систем. Важливим в процесі аналізу та синтезу великих і складних систем є поняття декомпозиції та агрегування.

Декомпозиція означає спосіб дослідження систем, який приводить до спрощеного опису. Буквально, декомпозиція є роз'єднанням системи на окремі частини з їх послідовним самостійним розглядом. Тому це поняття зв'язано з моделюванням систем. Стосовно великих та складних систем декомпозиція є найбільш ефективним інструментом для їх дослідження.

Агрегування систем є поняттям протилежним декомпозиції. В процесі аналізу і, особливо, синтезу виникає необхідність поєднання елементів системи з метою розгляду системи з більш загальних позицій.

Стан та перетворення системи

Основним в процесі опису поведінки системи є поняття *стану системи* – це сукупності суттєвих властивостей, які має система у кожний момент часу, що розглядається, тобто стан системи характеризується множиною значень величин, які визначають її поведінку. Цю множину можна розглядати як координати точки у n-вимірному просторі (гіперпросторі) [48]:

$$Z = \{Z_1, Z_2, ..., Z_n\}, \tag{1.1}$$

Кожному стану системи відповідає визначена точка $Z_1, Z_2, ..., Z_n$ процесу функціонування системи відповідає траєкторія її поведінки, яка описується вектор-функцією:

$$Z(t)^T = (Z_1(t), Z_2(t), ..., Z_n(t)). \tag{1.2}$$

Множину переходів системи із стану в стан ($Z_1 \to Z_2, Z_4 \to Z_3$ і т. д.) називають *перетвореннями системи*. Перетворенню можна надати математичне подання за допомогою ясного, наочного і змістовного методу, запропонованого англійським кібернетиком У. Ешбі.

Якщо деяка множина компонентів системи містить стани Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 і на цю множину діє оператор P, то поведінку системи можна описати, наприклад, так:

$$Z(t_1) = \begin{pmatrix} Z_1(t_1) \\ Z_2(t_1) \\ Z_3(t_1) \\ Z_4(t_1) \end{pmatrix} \overset{P}{\Rightarrow} \begin{pmatrix} Z_2(t_2) \\ Z_3(t_2) \\ Z_1(t_2) \\ Z_4(t_2) \end{pmatrix} = Z(t_2) \tag{1.3}$$

Наприклад, оператор P – енергія сонячних променів, діє на зерно і стимулює його зростання та перетворення у рослину.

Зміна станів системи (поведінка) виникає під впливом різних факторів-процесів усередині системи та багатьох зовнішніх факторів (зовнішнього середовища). Формалізація загальної схеми процесу функціонування системи основується на таких положеннях: система

функціонує у часі, взаємодіє із зовнішнім середовищем, і в кожний момент часу може знаходитись в одному з можливих станів; до входу системи можуть надходити вхідні впливи; система здібна видавати вихідні сигнали; стан системи у даний момент часу визначається попередніми станами та вхідними впливами, які надійшли у даний момент часу або раніше; вихідний сигнал у даний момент часу визначається станом системи та вхідними впливами, які відносять до даного або попереднього моментам часу.

Функціонування системи як одного цілого забезпечується зв'язками між її компонентами. Узгоджена взаємодія всіх компонентів системи в процесі її функціонування забезпечується управлінням системою.

Класифікація систем, як об'єктів будь-якої природи подана у табл.1.1. Пропонуємо вісім рівнів класифікації, кожний з яких має по два класи.

Таблиця 1.1

Рівень класифікації	1 клас системи	2 клас системи
I загальний рівень	матеріальні	абстрактні
II рівень походження	природні	штучні
III рівень визначеності	стохастичні	детерміновані
IV рівень подібності	ізоморфні	неізоморфні
V рівень значимості елементів	централізовані	децентралізовані
VI рівень зовнішніх зв'язків	відкриті (незамкнені)	закриті (замкнені)
VII рівень пристосування	адаптивні	неадаптивні
VIII рівень часу	постійні	часові

Всі системи (загальний рівень) можна поділити на *матеріальні* (фізичні) та *абстрактні* (концептуальні). Матеріальні складаються із реально існуючих (природничих або штучних) об'єктів: сонячна система, Земля, людина, комп'ютер тощо. Абстрактні – із об'єктів, які є продуктом людського мислення: ідеї, поняття, категорії, гіпотези, теорії, методології, плани тощо.

На другому рівні (рівень походження) розташовані природні та штучні класи систем. Системи, які виникають в природних процесах, називають *природними*: Галактика, сонячна система, клімат, гори, ліса,

річки і т.п. Якщо людина змінила систему шляхом перетворення її складових, властивостей, зв'язку, то вона називається *штучною*: поле для вирощування сільгоспкультур, комп'ютер, місто Житомир тощо.

За рівнем визначеності системи розділяють на *стохастичні* та *детерміновані*. Якщо складові частки системи взаємодіють точно передбаченим чином, систему називають *детермінованою*. При її дослідженні не виникає ніякої невизначеності (ентропія дорівнює нулю). Будь-який наступний стан завжди можна передбачити, якщо відомий попередній стан і програма переходу в інші стани.

Стохастичні (імовірнісні, випадкові) системи – це складні системи, протилежні детермінованим. Для них точне передбачення стану неможливе, тобто вони завжди залишаються невизначеними з точки зору поведінки. Їх поведінку описують за допомогою методів теорії ймовірності та математичної статистики. Рівень подібності (аналогії процесів у системах) виділяє системи з характерним однаковим набором вхідних та вихідних величин і однаковою реакцією на зовнішні впливи – ізоморфні системи.

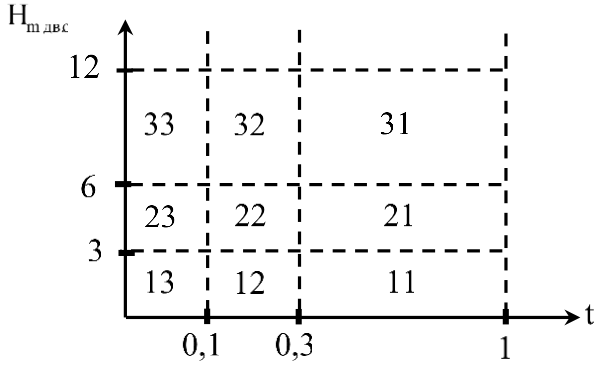
Системи можна розділити також за рівнем значимості її елементів на централізовані та децентралізовані. *Централізовані* системи складаються з нерівнозначних елементів, тобто є *домінуючий*, визначаючий елемент і *підпорядковані* елементи. Наприклад: атом, де електрони обертаються навколо ядра; сонячна система; аудиторія, де центральним елементом є викладач і т.п. *Децентралізовані* системи складаються з елементів приблизно однакової значимості (комп'ютерний клас, система електростанцій тощо).

Системи існують у зовнішньому середовищі і обмінюються з ним інформацією, енергією та речовиною. У зв'язку з цим системи поділяють на *відкриті* (для інформації, для енергії та речовини) та *закриті*. На вплив зовнішнього середовища системи реагують по-різному: деякі пристосовуються, інші залишаються пасивними. В залежності з

відношенням до зовнішніх впливів виділяють *адаптивні* системи, які здібні пристосовуватись до зовнішніх змін, та *неадаптивні* системи.

Системи, які існують тривалий час порівняно з періодом діяльності людини, називають постійними (підприємство, Земля, більшість технічних систем і т.п.) Системи, які створюються або існують заданий період часу називають часовими (часовий трудовий колектив, система виводу космічного апарату на орбіту тощо).

Для класифікації систем за складністю можна користуватись шкалою Ст. Біра (рис. 1.5): $0 < H_m \le 3$ – прості системи; $3 < H_m \le 6$ – складні системи; $6 < H_m \le 12$ – дуже складні системи; $12 \le H_m$ – метасистеми. Для класифікації за обумовленістю дії можна користуватись шкалою Ю.Г. Артомонова: $0{,}3 < R \le 1$ – детерміновані системи; $0{,}1 < R \le 0{,}3$ – квазідетерміновані системи; $0 < R \le 0{,}1$ – ймовірнісні системи.



$$R = 1 - \frac{H}{H_m}$$

R - відносна організація

Рис. 1.5 – шкала складності Ст. Біра

Список питань до самоконтролю: розділ 1

1. Основні компоненти (ієрархії) системності (за Флейшманом) – це …?
2. Назвіть та обґрунтуйте періоди розвитку науки з точки зору системних уявлень.

3. Поясніть змістовність основних тенденцій розвитку теорії систем за Берталанфі.
4. Що визначає поняття «відкрита система» ?
5. Суть системних досліджень полягає …?
6. Системний підхід – це …?
7. Назвіть особливості методу системного підходу.
8. Загальна теорія систем виступає як …?
9. Метою системології є …?
10. Поясніть місце «системного аналізу» серед категорій системної термінології.
11. Системний аналіз – це …?
12. Предметом системного аналізу є …?
13. На чому базується системний аналіз?
14. Поясніть зв'язок та відмінність системного аналізу і дослідження операцій.
15. Чим відрізняється системний аналіз від інших методів дослідження?
16. Назвіть основні принципи та аспекти системного підходу.
17. Указати особливості методу системного підходу.
18. Система – це …?
19. Назвіть системоутворюючі властивості.
20. Обґрунтуйте поняття «Чорного ящика» Ешбі.
21. Назвіть та поясніть основні характеристики систем.
22. Запропонувати власний підхід до класифікації систем.

2. СИСТЕМОЛОГІЯ І КІБЕРНЕТИКА

«...і забезпечує громадянам можливість насолоджуватись світом»

Андре Марі Ампер

«Розум машини обмежується кількістю інформації, яку в неї внесли»

Уільям Росс Ешбі

2.1. Принципи кібернетики

Управління в системах

З точки зору кібернетики, управління – переробка (обробка) інформації з метою прийняття рішення. Інакше, *управління* – це цільовий вплив на об'єкт, вибраний з множини можливих впливів на основі інформації, який поліпшує функціонування або розвиток об'єкта. В управлінні виділяють три основних стани: збір та обробка інформації; приймання рішення; реалізація впливу управління. Ці стани циклічно повторюються в управлінні.

Таким чином, *управління* є процесом перетворення інформації в дію – або процес прийняття рішення та його реалізацію. В залежності від ступеню інформованості про середовище та параметри об'єкта, який управляється, рішення поділяють на три групи [4]:

1) рішення, які приймаються в умовах визначеності, коли всі фактори середовища та об'єкта детерміновані;

2) рішення, які приймаються в умовах ризику, коли фактори середовища та об'єкта задані ймовірними характеристиками;

3) рішення, які приймаються в умовах невизначеності, коли є невідомими характеристики факторів, що враховуються.

Взагалі, система управління – система із зворотним зв'язком – складається з двох основних елементів: пристрою управління (ПУ) та

об’єкта управління (ОУ), які представляють собою інформаційний контур (рис. 1.6).

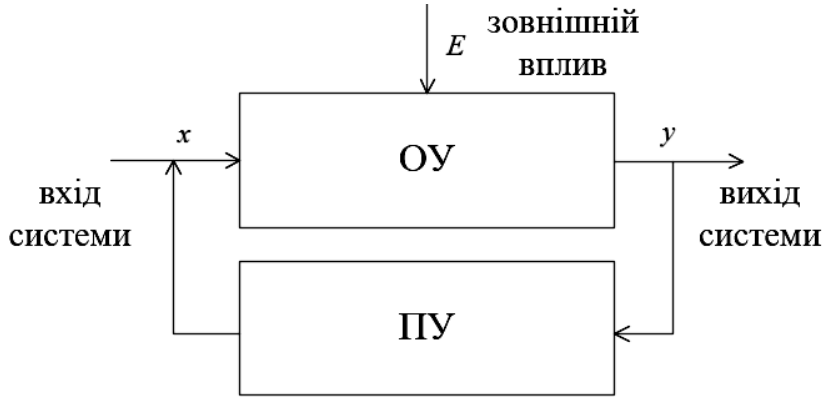


Рис. 1.6 – система управління (інформаційний контур)

Розглянемо основні типи управління та принципи кібернетики [2,4].

Стабілізація – підтримка вихідних величин ОУ близькими до заданих значень $y(t) \approx y_0$, тобто стабілізація, як тип управління, є активним захистом від збурення системи.

Спостереження – призначено для зміни стану ОУ за законом, який задається зовнішнім впливом (невідомим станом), тобто процес управління визначається зовнішнім сигналом.

Програмне управління – поведінка системи визначається заданим законом (програмою) $y(t) = y_0(t)$.

Адаптивне управління (пристосування) – управління з неповною апріорною інформацією про процес, який управляється, що змінюється при накопиченні інформації про нього і використовується для покращення роботи системи.

Оптимальне управління – досягнення найкращого ефекту управління, екстремального значення функції ($y(t) \to \max$ або $y(t) \to \min$). Тобто необхідна міра для характеристики ефективності управління – критерій ефективності. Тоді під оптимальним управлінням розуміють сукупність керуючих дій, яка забезпечує найкраще (екстремальне) значення критерію ефективності.

Принцип необхідного різноманіття (закон Вінера – Ешбі).

Різноманіття наслідків (станів, видів, результатів) керованої підсистеми, якщо воно мінімально, може бути зменшене лише за рахунок відповідного збільшення різноманіття станів (виходів) управляючої підсистеми (рис. 1.7).

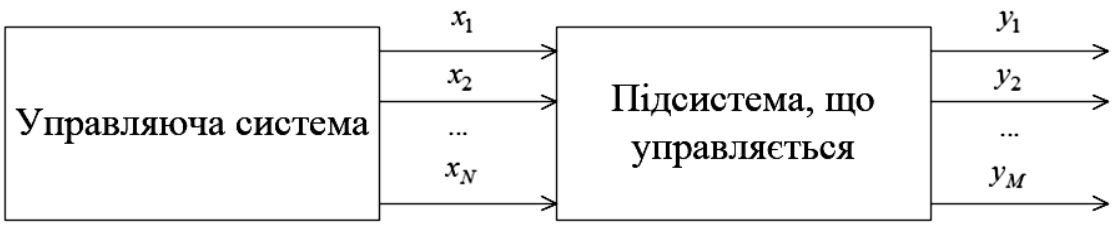


Рис. 1.7 – принцип необхідного різноманіття

N – кількість (різноманіття) керуючих станів (впливів);

M – кількість станів (різноманіття) керованої підсистеми.

$$m = m_+ \oplus m_-,$$

де m_+ – потрібні (позитивні) стани; m_- – негативні стани.

$\uparrow N \Rightarrow \downarrow m = m_+ \oplus \downarrow m_-$ збільшення $\uparrow N$ може обмежувати появу $m_- \downarrow$.

Отже, «тільки різноманіття може знищити різноманіття» (У.Р. Ешбі). Із закону випливають практичні висновки:

1) неможливо створити просту систему управління для ефективного управління складною системою. Прості системи не в змозі справитися з різноманіттям зовнішнього середовища, оскільки не володіють достатнім різноманіттям. Тому, управляюча система повинна бути не менш різноманітною, тобто не менш складною за систему, яка управляється.

2) часто цей закон формулюють, як закон необхідного та достатнього різноманіття (надлишок в окремих випадках гірше спрощення);

3) інтегрування різноманіття керуючих впливів (в керуючій підсистемі) з віддаленням ступенів управління від підсистеми, що керується (від безпосередніх виконувачів). Наприклад, плани стають менш диференційованими, а різноманіття в розробці їх варіантів може збільшуватись.

Принцип вибору рішень на основі відбору та перетворення інформації.

Суть принципу базується на постулаті У.Р. Ешбі: «будь – яка система виконує потрібний відбір (на ступінь вище випадкового), використовуючи отриману інформацію».

Принцип обов'язковості зворотного зв'язку (рис. 1.8).

Рис. 1.8 – інформаційний контур

Принцип зовнішнього доповнення (англійський кібернетик Ст. Бір).

В будь-якій системі необхідно враховувати можливість впливу зовнішніх систем та факторів, тобто в ланцюги управління потрібно включати деякий додатковий елемент («чорний ящик») для урахування зовнішнього впливу (на основі законів розподілення імовірностей, за допомогою випадкових чисел або навіть інтуїтивно), рис. 1.9 [4].

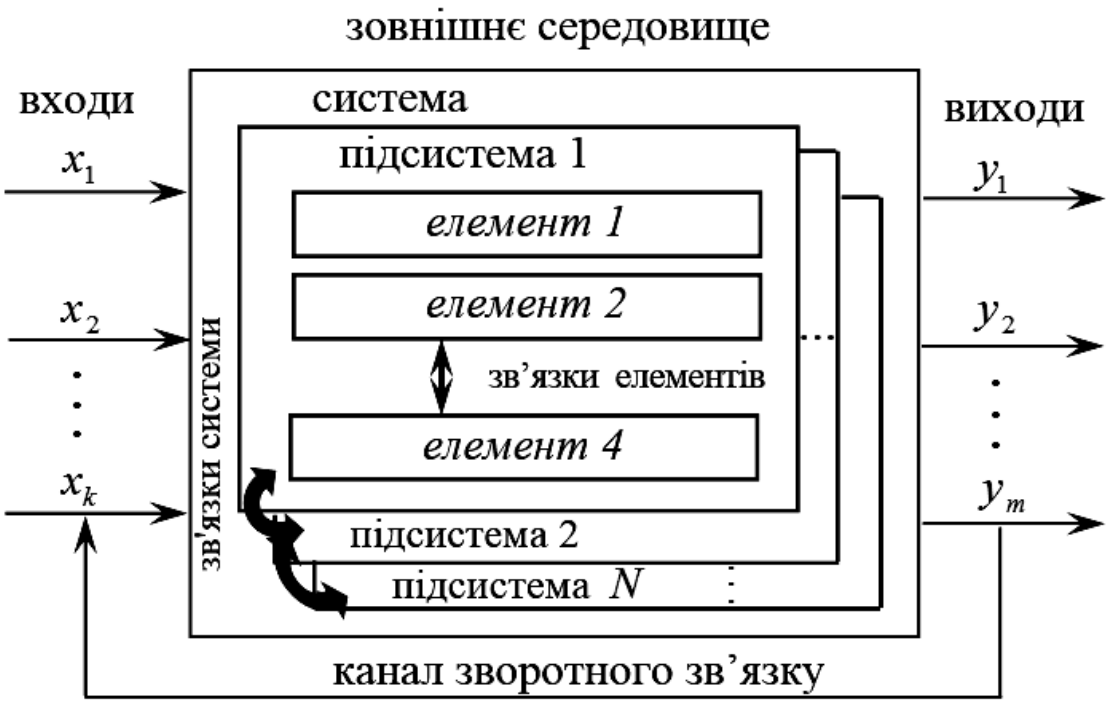
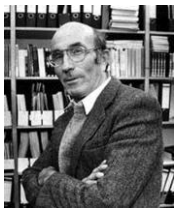


Рис. 1.9 – принцип зовнішнього доповнення

2.2. Категорії складних систем

Вивчення складних систем потрібно починати з праць Уїльяма Росса Ешбі. «Його» принципи кібернетики є основою теорії складних систем. Розвиваючи кібернетичний підхід Норберта Вінера, Ешбі відкрив закон необхідного різноманіття, який виявився таким же обов'язковим і необхідним для систем, як і закон збереження енергії. «… Керуюча система повинна мати більше різноманіття, ніж керована, або створити в собі це різноманіття…» В результаті, Ешбі робить висновок про самоорганізацію системи, як обов'язкову властивість складної системи.

Ідеї У. Р. Ешбі були розвинуті німецьким соціологом Ніколасом Луманом. Для позначення самоорганізації Луман використав спеціальний термін «*аутопоезис*» – самовідтворювання, який був введений у наукове використання чілійськими біологами Умберто Матураною та Франциско Варелоєм (Maturana H., Varela F. Autopoiesis and Cognition. Dordrecht, 1980). Він позначає такий спосіб існування біологічної або соціальної системи, при якому самовідтворювання її компонентів приводить до відтворювання системи в цілому. Н. Луман запропонував основні категорії в теорії складних соціальних систем: *складність*, *редукція*, *рефлексія* (*інореференція*), *самореференція* (*автореференція*), *диференціація*, *комунікація* та *аутопоезис*.



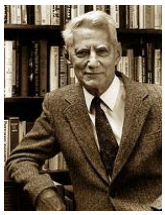
Категорія *складність* є узагальненням категорії *різноманітність* за Ешбі.

У рамках теоретико-інформаційної концепції в якості міри складності У. Р. Ешбі запропонував використовувати розмаїття, що оцінюється числом можливих станів N.

Ральф Лайон Хартлі (американський науковець, інженер-електронік) – використав логарифмічну міру:

$$H_m = \log N,$$

де H_m – міра складності, максимальна ентропія системи.



Клод Елвуд Шеннон (інженер і математик, засновник статистичної теорії інформації, Массачусетс, США) – запропонував міру, що враховує можливість знаходження системи у відповідному стані:

$$H = -\sum_{i=1}^{N} P_i \log P_i,$$

де H – поточна невизначеність системи, P_i – імовірність *i*-го стану системи.

Для закритої системи її абсолютну організацію Q можна оцінити за формулою:

$$Q = H_m - H,$$

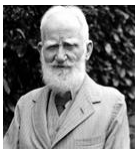
а відносну організацію R (формула Хейнца фон Фьорстера – австрійський фізик, математик, кібернетик):

$$R = \frac{Q}{H_m} = 1 - \frac{H}{H_m}.$$

У парі зі *складністю*, як альтернатива, виступає *редукція* –спрощення. *Рефлексія* в трактуванні Лумана означає інформаційну взаємодію системи із зовнішнім середовищем. *Самореференція* дещо відрізняється від загальноприйнятого значення і означає в теорії Лумана *самоідентифікацію* – характеристику внутрішньої взаємодії системи.

Таким чином, *складна система* – система, що утворена з елементів різних типів і має різнорідні зв'язки між ними.

2.3. Інформаційний аспект. Елементи теорії інформації



«Якщо я з кимось поділюсь яблуком то мені перепаде половина і комусь – половина. А якщо я поділюся ідеєю, то і у мене буде ідея, і ще у декого».

Бернард Шоу

Інформаційний аспект передбачає вивчення якісних та кількісних характеристик інформаційних процесів у системі, а саме: збір та сприйняття інформації; внутрішні та зовнішні інформаційні потоки; аналіз, оброблення, створення та використання інформації; передачу інформації зовнішнім об'єктам, системам, взагалі зовнішньому середовищу. Основною категорією тут виступає «інформація», тому доцільно буде визначити її сутність.

Для додержання коректності при дослідженні категорії «інформація» слід зауважити, що розвиток науки і техніки за останні сімдесят років характеризується розповсюдженням саме інформаційного підходу. Ядром такого підходу власне і виступає «*інформація»*. Не зважаючи на зазначене, дана категорія і на сьогодні є тим феноменом, який потребує всебічного аналізу та вивчення.

Як відомо з [5], К. Шеннон в рамках створеної ним теорії інформації опираючись на праці Г. Найквіста та Р. Хартлі основоположною категорією вважав саме інформацію. Узагальнивши праці відомих вчених, таких як Р. Клаузіуса, Л. Больцмана, К. Шеннона, Е. Вебера, Г. Фехнера та ін. видатних вчених, у тому числі й сучасних, які оперували категорією *"інформація"* в табл. 1.2 для узагальнення приведемо лише найвідоміші тлумачення. При цьому також врахуємо і діючу національну нормативно-правову базу [24, 25].

Таблиця 1.2

Сутність та зміст категорії “інформація”	Джерело
Значення інформації і методика її вимірювання та передачі складає цілий предмет вивчення для інженера, фізіолога, психолога і соціолога. Інформація є інформація, а не матерія чи енергія [10]. Інформація – це позначення змісту, який черпається нами із зовнішнього світу в процесі нашого пристосування до нього і приведення у відповідальність з ним нашого мислення [11].	Н. Вінер [5,6]
Сутність феномена інформації зводиться до різноманіття матеріального світу, а кількість інформації відображає міру різноманіття.	У. Ешбі [7]
Інформація в загальному її розумінні представляє собою міру неоднорідності розподілу матерії та енергії у просторі і часу, міру змін, якими супроводжуються всі процеси, що протікають у світі.	В. Глушков [8]
Інформація, з позицій теорії відображення, може бути подана як відбите різноманіття, а саме різноманіття, яке один об’єкт містить про інший об’єкт.	А. Урсул [20]
Інформація представляє собою загальну фундаментальну властивість реальності, яке проявляється в тому, що окремі фрагменти реальності по різному проявляють себе у просторі та часу, тобто володіють властивістю відмінності. Сукупність цих відмінностей і є інформація.	К. Колін [21]
Під інформацією розуміють відомості про будь-яку подію або предмет, що поступають до отримувача зовні в результаті його взаємодії з оточуючим середовищем.	Е. Гойхман, Ю. Лосєв [22]
Інформація є характеристика не повідомлення, а співвідношення між повідомленням та його користувачем. Інформація є не матеріальна сутність, а спосіб опису взаємодії.	В. Тростніков [23]
Інформація – це документовані або публічно оголошені відомості про події та явища, що відбуваються в суспільстві, державі та навколишньому природному середовищі.	Закон України “Про інформацію” [24]
Інформація – відомості про суб'єкти, об'єкти, явища та процеси.	ДСТУ 2226-93 [25]

Узагальнюючи зазначене вище (див. табл. 1.2), та інші відомі дослідження тлумачення категорії «інформація», можна зробити висновок:

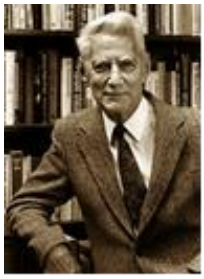
- *інформація* є загальнонауковою філософською категорією і на сьогодні є об'єктивною реальністю разом із такими фундаментальними поняттями як матерія та енергія;
- *інформація* є мірою відображення різноманіття реального світу;
- *інформація* є способом опису взаємодії отримувача з оточуючим середовищем;
- *інформація* є характеристикою співвідношення між повідомленням і його користувачем.

Отже, авторський підхід до виникнення інформації у сучасному її розумінні на прикладі системи геофізичного моніторингу можна подати у вигляді схеми (рис. 1.10).

Рис. 1.10 – технологія зародження інформації в системі геофізичного моніторингу

На рис. 1.10 сутність зародження інформації в системі геофізичного моніторингу подано як процес взаємодії двох абонентів, що здійснюється через канал зв’язку: передавача і приймача, де індикатором інформації виступає зміна стану приймача, як реакція на вплив різноманіття через канал зв’язку.

Елементи теорії інформації



$$H = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i$$

$$I = \log_2 N$$

Теорія інформації, як наука, вивчає питання оцінки кількості інформації, аналізу інформаційних характеристик джерел повідомлень і каналів зв’язку, можливості кодування та декодування повідомлень, щоб забезпечити максимальну швидкість їх передачі каналами зв’язку при наявності та відсутності завад.

Задачі теорії інформації – оцінка кількості інформації; математичний опис сигналів передачі інформації; перетворення інформаційних сигналів в процесах модуляції, демодуляції, кодування та декодування, фільтрації, аналого-цифрового та цифро-аналогового перетворень; розробка технологій передачі інформації по каналах зв’язку – вирішуються методами математичного аналізу, теорії ймовірностей і випадкових функцій, неперервного та дискретних перетворень Лапласа, Фур’є та інших розділів математики.

В сучасних технічних системах для кількісної оцінки інформації використовують статистичний підхід, в рамках якого інформація розглядається як сукупність відомостей, повідомлень про поведінку деякої системи, яка випадково може знаходитись в одному з можливих станів. Така

система має деяку ступінь невизначеності (ентропію) і фактичний стан її до отримання повідомлення залишається невідомим. Повідомлення про фактичний стан системи, яку ми розглядаємо, і є інформація про неї.

Вимоги до кількісної міри інформації:

- функціональний зв'язок з числом можливих невідомих станів системи N ($I = f(N)$);
- рівність нулю ($I = 0$), коли система визначена, тобто $N = 1$;
- збільшення із ростом N ($I \uparrow = f(N \uparrow)$);
- I може приймати значення не менше нуля $I \geq 0$ (тому що повідомлення може або нести інформацію ($I > 0$), або ні ($I = 0$), але виносити інформацію не може).

Таким вимогам задовольняє логарифмічна міра інформації, яка була запропонована американським вченим Л. Хартлі у 1928 р.:

$$I = \log N . \tag{1.4}$$

Якщо позначити число можливих станів системи до повідомлення як N, а після повідомлення – як N', ентропія H стану системи x до повідомлення $H(x) = \log N$, після повідомлення – $H'(x) = \log N'$. Тоді кількість інформації можна оцінити як різницю ентропії стану системи до, та після повідомлення:

$$I = H(x) - H'(x) = \log N - \log N' = \log \frac{N}{N'} . \tag{1.5}$$

При повних відомостях про стан системи, тобто якщо після отримання повідомлення точно відомий тільки один стан системи $N' = 1$, то з формули (1.5) маємо

$$I(x) = \log N - \log 1 = \log N - 0 = \log N . \tag{1.6}$$

Формула Хартлі має один суттєвий недолік – усі можливі стани системи передбачаються рівнозначними, тобто ймовірність появи одного з можливих станів рівні: $p_1 = p_2 = p_3 = ... = p_N$

Реальні системи, як правило, мають нерівнозначні стани, тому у 1948 р. американський математик Клод Елвуд Шеннон запропонував оригінальний метод оцінки кількості інформації з використанням тієї ж логарифмічної функції, але з урахуванням ймовірності появи повідомлень про відповідний стан системи, що поклало початок розвитку статистичної теорії інформації.

За Шенноном для визначення ентропії системи беруть суму добутків ймовірностей p_i появи кожного з i-х станів системи на логарифми цих ймовірностей:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log p_i \,, \qquad (1.7)$$

де знак мінус перед сумою враховує від'ємне значення логарифмічної функції, оскільки $0 \le p_i \le 1$, то $\log p_i < 0$.

Ентропія зручна для оцінки ступеня невизначеності системи через ряд властивостей:

1) ентропія дорівнює нулю, якщо система може приймати один стан з ймовірністю $p = 1$, тобто коли стан системи визначений: $H(x) = -1\log 1 = 0$;

2) максимальне значення ентропія досягає, коли всі стани системи рівноімовірні, тобто $p_1 = p_2 = ... = p = \frac{1}{N}$.

Із формули (1.7) маємо:

$$H_{\max}(x) = -Np \log p = -N \frac{1}{N} \log \frac{1}{N} = -1(\log 1 - \log N) = \log N$$

Для аналізу інформаційних процесів в комп'ютерних системах використовують логарифм з основою 2 ($\log_2 N$), оскільки в принципі побудови і функціонування сучасної цифрової техніки закладена двійкова система числення. Тоді одиницею вимірювання ентропії, а також інформації є «*біт*» (від англ. bit – binary digit).

Таким чином, кількість інформації про деяку систему X дорівнює значенню, на яке зменшується ентропія цієї системи у результаті отримання повідомлення (1.5):

$$I = H(x) - H'(x).$$

Наприклад, кількість інформації у повідомленнях про 4 можливі стани системи можна визначити так:

$$I_1(x) = H_1(x) - H_1^1(x) = \log_2 4 - \log_2 1 = 2 \text{ біт},$$

$$I_2(x) = H_2(x) - H_2^1(x) = \log_2 4 - \log_2 3 = 2 - 1{,}6 = 0{,}4 \quad \text{біт}.$$

Якщо стани системи мають різну ймовірність появи, $p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq \ldots \neq p_N$, то для оцінки кількості інформації використовують формулу Шеннона. Наприклад, якщо $p_1 = 0{,}2$; $p_2 = 0{,}3$; $p_3 = 0{,}4$; $p_4 = 0{,}1$, тоді маємо:

$$I_1(x) = -\sum_{i=1}^{4} p_i \log_2 p_i = 1{,}85 \text{ біт},$$

$$I_2(x) = -\sum_{i=1}^{4} p_i \log_2 p_i - \left(-\sum_{i=1}^{3} p_i \log_2 p_i \right) = 1{,}85 + (0{,}2\log_2 0{,}2 +$$

$$+0{,}3\log_2 0{,}3 + 0{,}4\log_2 0{,}4) = 1{,}85 - 1{,}51 = 0{,}34 \text{ біт}.$$

При порівнянні формул (1.4) і (1.7) підхід, запропонований Хартлі для систем із рівноймовірними станами, є частковим рішенням формули Шеннона. Для систем, які мають різні ймовірнісні стани, розрахунки ентропії та кількості інформації за Хартлі дадуть завищені результати.

Статистичний підхід до кількісної оцінки інформації (формула Шеннона) широко використовується в наукових дослідженнях та при розв'язуванні багатьох важливих практичних проблем. Наприклад, задачі оптимального кодування повідомлень в системах передачі інформації, визначення пропускної здатності каналів із завадами, розрахунок ємності запам'ятовуючих пристроїв для зберігання інформації тощо. При цьому кількість інформації вимірюється в бітах.

Таким чином, кількість інформації за Хартлі, тобто у припущенні повної незалежності та рівноймовірності появи окремих символів повідомлення, визначає максимально можливу кількість інформації в повідомленні заданої довжини *(n)*

Якщо поділити на кількість символів у повідомленні *n* отримаємо середню кількість інформації, що припадає на один символ:

$$I_1 = \log_2 N = -\log_2 P_N, \frac{біт}{символ}, \quad N = \frac{1}{P_N}$$

P_N – імовірність появи одного символу.

Якщо імовірності появи символів відрізняються $P_1 \neq P_2 \neq \ldots \neq P_N$, кількість інформації в повідомленні зменшується (формула Шеннона) :

$$I_n = -n \cdot \sum_{i=1}^{N} P_i \cdot \log_2 P_i \ \text{(біт)}$$

Якщо поділити на кількість символів у повідомленні *n* отримаємо середню кількість інформації, що припадає на один символ (ентропію):

$$H = \frac{I_n}{n} = -\sum_{i=1}^{N} P_i \cdot \log_2 P_i \ \text{(біт/символ)}$$

Іншим фактором, що зменшує ентропію (відповідно і кількість інформації) в повідомленні довжиною *n* – наявність статистичної залежності між символами (кореляції): кореляційні зв'язки між символами та неоднакова ймовірність їх появи приводить до зменшення кількості інформації в реальних повідомленнях.

Кількісно такі втрати характеризуються коефіцієнтом надмірності.

Надмірність джерела повідомлень – це його властивість видавати інформацію більшою кількістю знаків, ніж можна було б.

$$R = \frac{H_{\max} - H}{H_{\max}} = 1 - \frac{H}{H_{\max}} = 1 - \frac{H}{\log_2 N},$$

Завдяки надмірності, повідомлення захищені від перешкод. Це використовується при завадостійкому кодуванні.

В теорії інформації та передачі даних використовують базові поняття спільної та взаємної інформації.

Спільна інформація (ентропія) – загальна кількість інформації від різних джерел.

Взаємна інформація (ентропія) – кількість інформації, яку можна отримати про джерело *X*, спостерігаючи джерело *Y*, або навпаки.

Спільна ентропія розраховується:

$H(X,Y) = H(\mathrm{X}) + H(\mathrm{Y/X}) = H(\mathrm{Y}) + H(\mathrm{X/Y})$

Взаємна інформація розраховується:

$I(X,Y) = H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X)$

Поняття взаємної інформації широко використовується в теорії передачі інформації. Вимоги до взаємної інформації різні в залежності від того, з якою інформацією працює споживач.

Якщо *X* і *Y* - це повідомлення, що передаються різними джерелами, то для отримання якомога більшої сумарної (спільної) інформації, взаємна (тобто однакова в даному випадку) інформація повинна бути мінімальною.

Якщо *X* і *Y* - це повідомлення на вході і на виході каналу зв'язку з перешкодами, то для отримання якомога більшої інформації її одержувачем необхідно, щоб взаємна інформація була найбільшою.

Взаємна інформація зв'язує канал і можливість передачі інформації через нього, рис. 1.11. Тому, взаємна інформація (як і спільна) визначається умовною ентропією.

Умовна ентропія *H(X/Y)* – це втрати інформації в каналі зв'язку (ненадійність каналу).

Умовна ентропія *H(Y/X)* – це інформація про перешкоди (ентропія джерела перешкод), що подається в канал ззовні або утворюється внутрішніми перешкодами в каналі.

Рис. 1.11– інформаційні потоки в системі [44]

Швидкістю передачі інформації (1.8) називають кількість інформації, що передається інформаційним каналом за одиницю часу (біт/с).

$$\tilde{I} = \nu_0 I(Y,X) = \nu_0 \big(H(X) - H(X/Y)\big) = \nu_0 (H(Y) - H(Y/X)), \qquad (1.8)$$

де $\nu_0 = \frac{1}{T}$ – середня швидкість передачі символів за секунду (бод), швидкість модуляції.

Пропускна здатність С каналу – це максимально можлива швидкість передачі інформації через цей канал

$$C = \max_{\{p(x_i)\}} \tilde{I}$$

Зрозуміло, що пропускна здатність вимірюється, як і швидкість передачі інформації, в біт/с і визначається тільки характеристиками каналу:

$$C = \nu_0 \max_{\{p(x_i)\}} \big(H(X) - H(X/Y)\big) \qquad (1.9)$$

$$C = \nu_0 \max_{\{p(x_i)\}} \big(H(Y) - H(Y/X)\big) \qquad (1.10)$$

Отже, взаємна інформація, яка визначається умовною ентропією, відіграє центральну роль в інформаційній техніці і описує передачу інформації в реальних каналах зв'язку.

2.4. Моделювання процесів і систем

Моделювання – один із універсальних методів пізнання та перетворення світу. Він базується на побудові та дослідженні моделей, оскільки сам процес пізнання зводиться до створення моделі об'єкту, що досліджується. Наявність моделі, яка адекватно відображає реальний об'єкт, дозволяє переносити процес дослідження з об'єкта на модель. Спосіб заміни об'єкта-оригіналу його моделлю дає можливість, по-перше, обмежити сторонні впливи, що надзвичайно важливо для отримання об'єктивних наукових висновків, і, по-друге, багаторазово проводити експерименти не з реальним об'єктом, а з його моделлю.

Крім того, моделювання – це процес дослідження реального об'єкту, що складається з певних пов'язаних між собою переходів, рис. 1.12: об'єкт – гіпотеза – модель – об'єкт, які визначають формування трьох основних процедур: побудова моделі, дослідження моделі та перенесення отриманих результатів на реальний об'єкт. При визначенні моделювання як процесу, можна уявити його у вигляді апроксимації істинних характеристик (параметрів, показників) реальної системи.

Рис. 1.12 – технологія моделювання

Отже, *моделювання – це науковий метод дослідження реального об'єкту шляхом заміни його моделлю, яка відображає суттєві властивості*

оригіналу, та визначення характеристик моделі, з метою отримання нових знань про об'єкт, що моделюється.

Система математичних та логіко-математичних співвідношень, що описують реальний об'єкт, процес, явище з метою визначення їх кількісних та якісних характеристик представляє собою *математичну модель*.

Слово "модель" походить від латинського modulus, що позначає міру, такт, ритм, величину, а також зв'язане зі словом modus – копія, зразок.

Джерела цього терміну відносяться до праць з будівництва відомого римського інженера, архітектора і письменника Марка Вітрувія Полліона (I ст. до н. е.). Моделі являють собою певний умовний образ об'єкта дослідження. Модель повинна відображати ті характеристики об'єкта досліджень (склад, зв'язки, властивості), які суттєві для мети дослідження. Для різних цілей дослідження будуються різні моделі досліджуваного об'єкта. Тому мета досліджень визначає ті властивості оригіналу, які мають бути відображені в моделі. Питання про визначення адекватності моделі оригіналу вирішують відносно поставленої мети досліджень.

Таким чином, *модель* – це спрощена подібність системи, яка відображає її суттєві властивості і співвідношення.

Перевагами дослідження моделі перед безпосереднім дослідженням реальної системи є:

- модель обмежує сторонні впливи та надлишкову деталізацію, тобто представляє об'єкт, явище, процес в чистому вигляді, абстраговано, що надзвичайно важливо для отримання об'єктивних наукових висновків;
- модель дозволяє проводити дослід чи реальний експеримент там, де він не можливий з реальною системою;
- з моделлю можна багаторазово проводити експерименти або досліди до отримання задовільного результату, пізнання істинної суті явища.

Для створення моделі перед усім необхідно вербально охарактеризувати систему, тобто описати:

1. Зовнішнє середовище.
2. Зв’язки системи з зовнішнім середовищем.
3. Елементний склад системи, її частини, що можуть розглядатись як підсистеми.
4. Зв’язки поміж елементами системи.
5. Функціонування системи.

Такий опис можна вважати початковою моделлю системи, яка є базовою для створення спеціалізованих моделей: графічних, математичних тощо. Загальну схему моделювання реальної системи можна подати у вигляді спрощеного алгоритму (рис. 1.13).

В процесі моделювання складну систему (на етапі описування) поділяють на рівні абстрагування – страти, які характеризують технологічні, інформаційні, економічні або інші аспекти функціонування системи. На кожному страті в ієрархії структур є свій власний набір змінних, які дозволяють значною мірою обмежити лише дослідженням одного аспекту діяльності системи, однієї страти. Дану процедуру називають стратифікацією системи.

Наприклад, буд-які процеси можливо моделювати мінімум на трьох стратах, для кожного з яких існує своя мова опису, свої моделі (рис. 1.14):

1) на виробничому рівні (фізичні процеси обробки та перетворення енергії);
2) на рівні управління та обробки інформації (інформаційна система підприємства);
3) на економічному рівні, з точки зору ефективності підприємства.

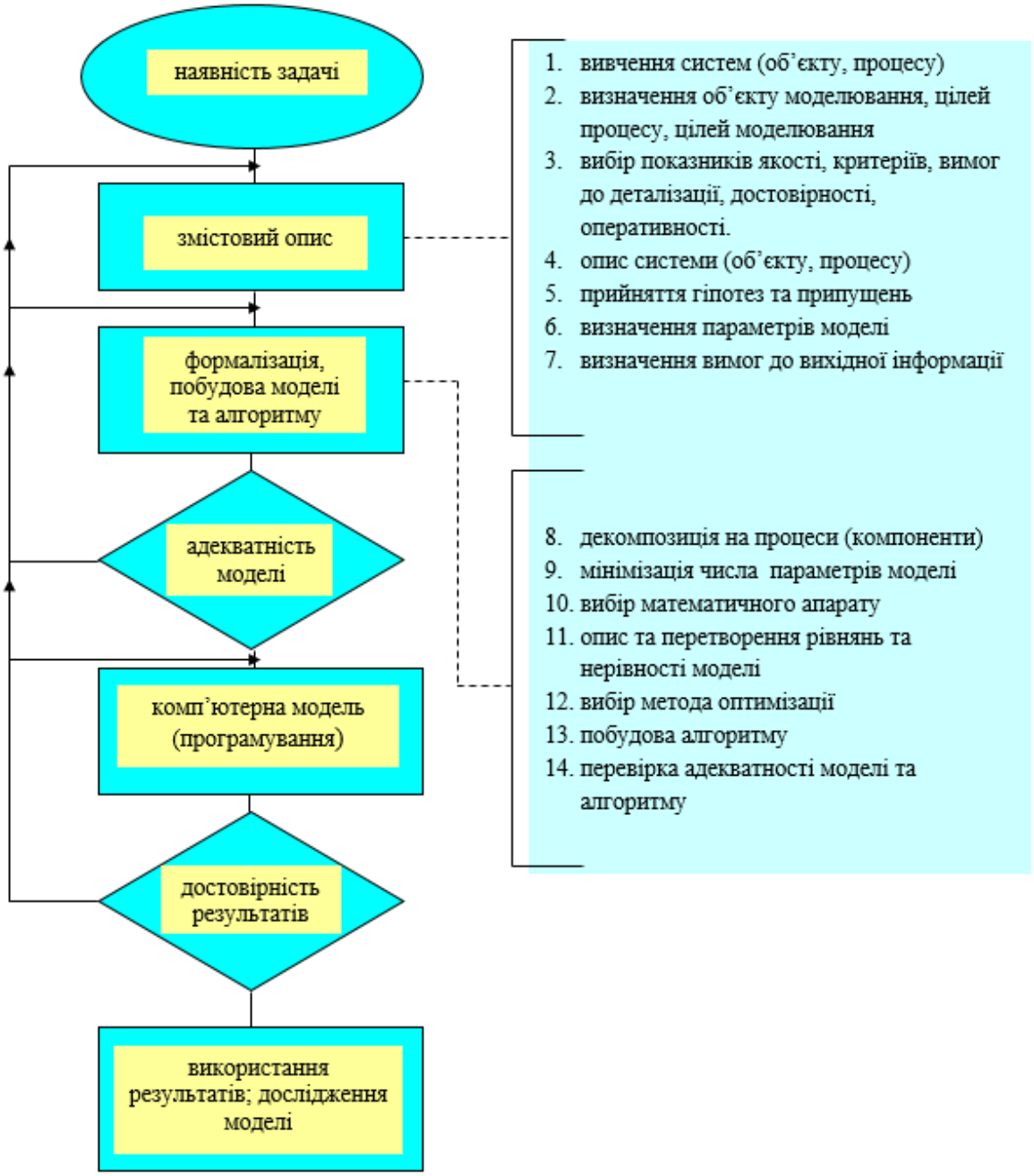


Рис. 1.13 – схема моделювання

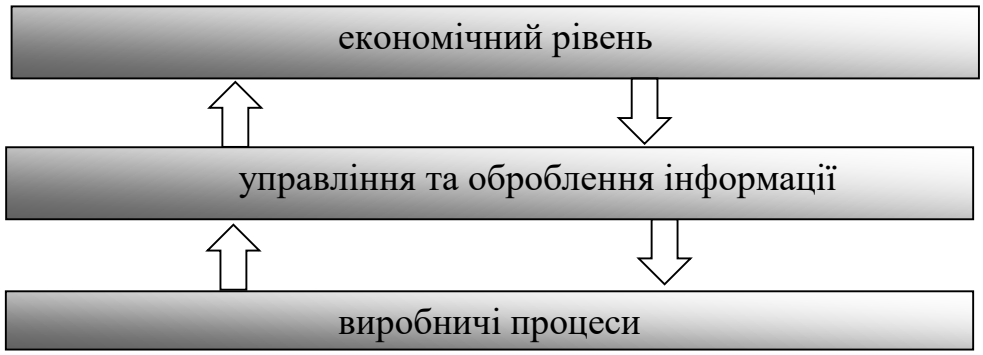


Рис. 1.14 – страти системи

Для кожного з цих трьох аспектів системи головними рівнями дослідження систем є макроскопічний та мікроскопічний, які базуються на методах мікро- та макропідходу відповідно. Для детального опису систем використовують моделі складу та моделі структури. *Модель складу* системи відображає, з яких елементів та підсистем складається система (рис. 1.15), а *модель структури* застосовується для відображення відношень між елементами (рис. 1.16).

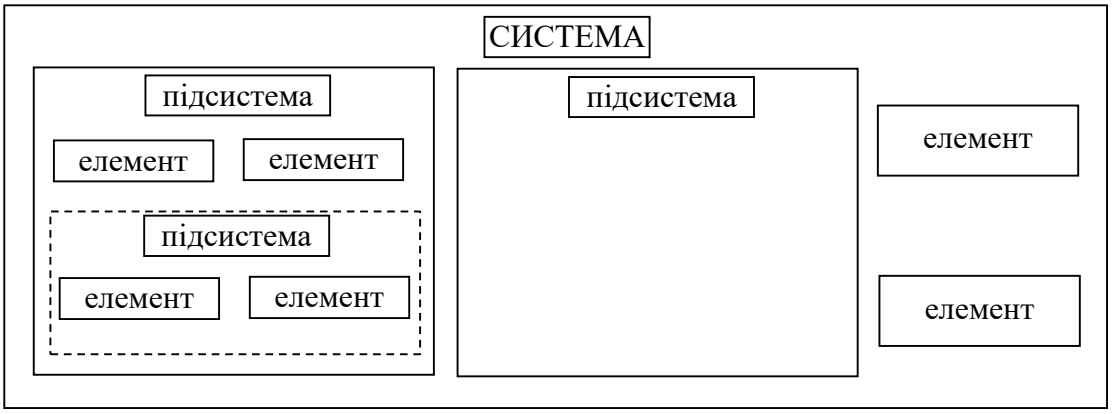


Рис. 1.15 – модель складу

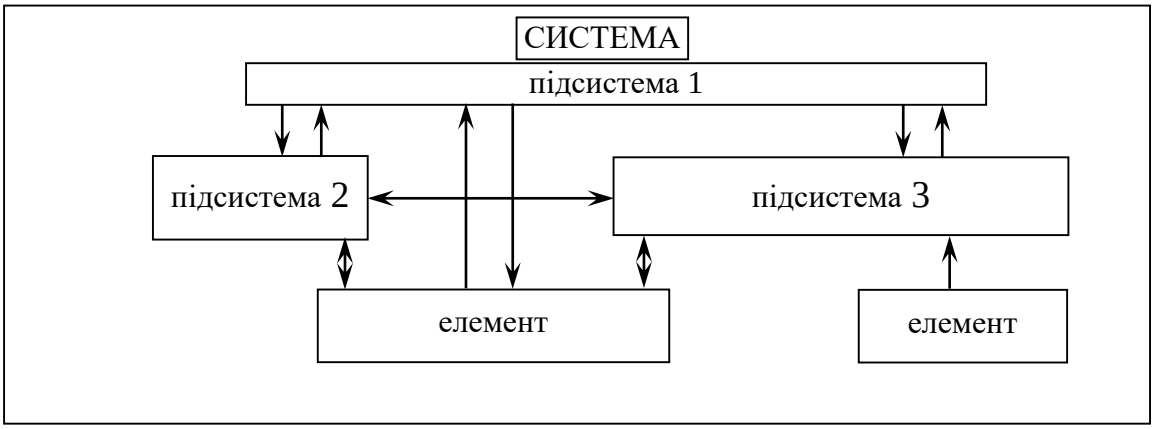


Рис. 1.16 – модель структури.

Для глибокого осмислення суті моделювання як методу наукового пізнання та його правильного використання необхідно знати способи моделювання та види моделей (рис. 1.17). Запропонована схема виділяє ознаки класифікації за способами моделювання – міра повноти опису моделей, та за видами моделей – характер досліджуваних процесів і форма подання об’єкта моделювання.

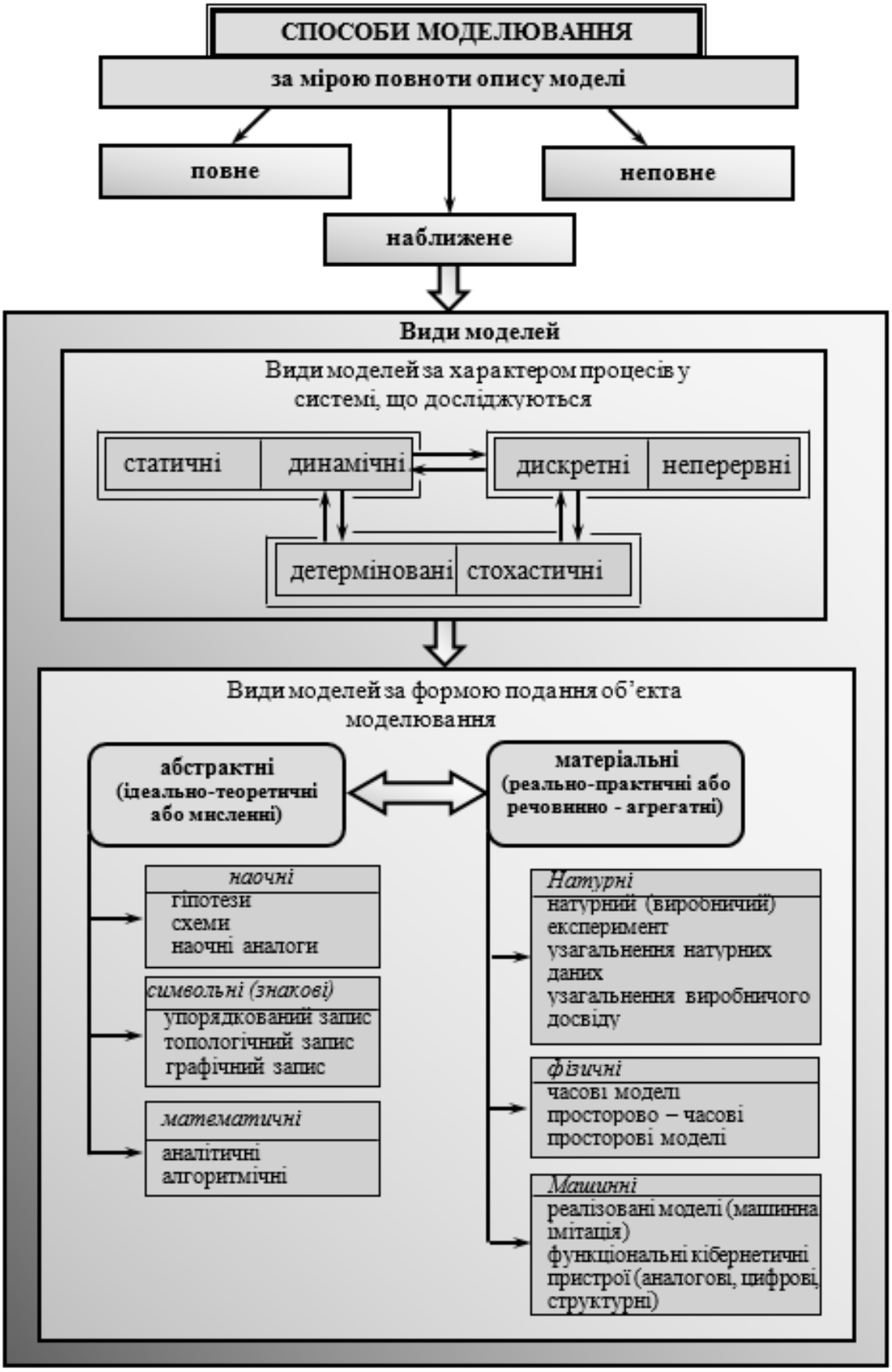


Рис. 1.17 – способи моделювання та види моделей

Спосіб повного моделювання забезпечує подібність руху матерії в основних формах її існування – в часі та просторі, тобто повні моделі адекватні об'єкту в часі та просторі. Неповне (часткове, локальне або функціональне) моделювання забезпечує подібність протікання всіх основних процесів, які характеризують досліджуване явище, лише частково – тільки в часі, або тільки в просторі.

При *функціональному* моделюванні забезпечується подібність між деякими функціями або узагальненими характеристиками, які в моделі і в оригіналі мають певну відповідність. При *наближеному* моделюванні беруться до уваги тільки найважливіші аспекти (фактори) системи, які суттєво впливають на протікання основних процесів. Інші фактори моделюються приблизно або зовсім не беруться до уваги.

Моделі, які реалізуються трьома вище зазначеними способами, класифікуються за двома ознаками. За характером досліджуваних процесів в системі виділяються такі види моделей:

– *статичні*: застосовуються для описування стану системи у фіксований момент часу;

– *динамічні:* для дослідження поведінки системи у часі;

– *детерміновані:* відображають процеси з визначеними характеристиками (параметрами), тобто для яких відсутні випадкові впливи;

– *стохастичні*: враховують випадкові процеси. Моделі мають невизначені (повністю або частково) параметри;

– *дискретні* та *неперервні* (відносно деяких факторів, наприклад часу).

За формою подання об'єкта моделі поділяють на *матеріальні* (реально – практичні) та *абстрактні* (ідеально – теоретичні). До матеріальних моделей відносять *натурні*, *фізичні* та *машинні* (реалізовані алгоритмічні моделі, комп'ютерні – машинна імітація, кібернетичні

пристрої). Клас абстрактних моделей містить *наочні, символьні* та *математичні* (аналітичні, алгоритмічні) моделі.

Принципи та основні етапи математичного моделювання

Математичне моделювання – це метод дослідження процесів, об'єктів, систем, який базується на побудові та дослідженні математичних моделей.

Математична модель – система математичних та логіко – математичних співвідношень, які описують реальну систему (об'єкт, процес, явище) і призначення для визначення їх кількісних та якісних характеристик. Математичні моделі відрізняються великим різноманіттям. Всі математичні моделі можна поділити на аналітичні та алгоритмічні. *Аналітична* модель представляє систему математичних співвідношень у вигляді аналітичних (формульних) залежностей, рівнянь та нерівностей. Якщо аналітичний опис об'єкта виконати неможливо або він непридатний для досліджень, то створюють алгоритмічну модель і, як правило, з наступною реалізацією у вигляді програми. В результаті отримують *комп'ютерну* модель, яка відображає структуру і поведінку системи, її компонентів та взаємодію між ними. Виконання програми дозволяє імітувати динамічні процеси в системі, що моделюється. Кожний акт відтворення процесу функціонування системи за допомогою моделюючої програми з наступною реєстрацією отриманих даних називають *імітаційним експериментом*. На відміну від *натурних експериментів*, можлива така організація імітаційних експериментів, яка забезпечує суттєве використання інформації про внутрішню будову моделі і враховує особливості її функціонування. Сьогодні імітаційне моделювання – це визнаний науковий метод вивчення та дослідження складних процесів і систем.

Головною перевагою математичних моделей є високий ступінь їх універсальності, можливість дослідження будь-яких процесів та пошуку

рішень дослідних задач. Математичну модель складної системи можливо побудувати:

– до того, як буде створена (синтезована) складна система з метою оцінювання її майбутніх характеристик та оптимізації системи;

– на етапі побудови системи для дослідження можливих варіантів;

– після побудови та впровадження системи з метою оцінювання ефективності її використання за призначенням та визначення напрямків подальшого удосконалення.

В процесі побудови математичної моделі необхідно враховувати такі принципи моделювання:

а) *принцип адекватності моделі і оригіналу*. Він передбачає відповідність моделі поставленій меті дослідження;

б) *принцип абстрагування від другорядних деталей та факторів*. Модель має описувати лише найсуттєвіші властивості оригіналу відносно поставленої мети та має бути простішою за нього. При побудові моделі намагаються досягти її спрощення, зберігаючи при цьому суттєві властивості досліджуваної системи;

в) *принцип досягнення компромісу* між бажаною точністю результатів моделювання та складністю моделі.

Побудову математичної моделі можна здійснювати двома шляхами:

– *абстрактний* – спочатку будується гіпотетична модель, яка потім наповнюється конкретним змістом, тобто будується оригінальна модель;

– *аналогії* – використовуються типові моделі для опису системи або на базі типових моделей розробляють нову модель.

Імітаційне моделювання («машинна імітація»)

Імітаційне моделювання як науковий метод є потужним інструментом дослідження поведінки реальної системи шляхом створення її

комп’ютеризованої моделі. Отримана інформація надалі використовується для проектування системи.

Імітаційне моделювання дає змогу експериментувати з існуючими і створюваними системами тоді, коли з реальним об’єктом це неможливо або немає сенсу. Тобто, імітаційний експеримент принципово відрізняється від натурного, що проводиться не із самою реальною системою, а з моделлю. Як інструмент експериментального дослідження складних систем імітаційне моделювання охоплює методологію створення моделей систем, методи алгоритмізації та засоби програмних реалізацій імітаторів, планування, організацію і виконання обчислювальних експериментів з моделями, комп'ютерну обробку даних та аналіз результатів.

Отже, імітаційне моделювання – це чисельний метод виконання за допомогою комп’ютерних засобів експериментів з математичними моделями, що описують поведінку складних процесів і систем різної природи. Важливими особливостями (перевагами) цього методу є:

- уникнення значних витрат на етапі проектування реальних систем;
- можливість досліджувати функціонування системи за будь-яких умов, тобто значно розширити діапазон зміни параметрів системи та зовнішніх впливів;
- прогнозування поведінки системи;
- зменшення часу випробування моделей;
- отримання з відповідною достовірністю інформацію, що відбиває хід реальних процесів в системі, що досліджується, уникнувши натурних експериментів;
- здатність відтворювати довільні реальні та гіпотетичні ситуації з пізнавальною метою;
- в деяких ситуаціях єдиний спосіб розв’язування задач, до яких непридатні інші методи: аналітичні, лабораторні або натурні експерименти.

Моделі динаміки реальних процесів

На практиці дослідження реальних систем часто застосовують підхід спрощення та лінеаризації процесів і використання відповідних лінійних моделей, для яких справедливий *принцип суперпозиції*, який означає, що в лінійних моделях відгук об'єкта моделювання на зміну умов буде пропорційним величині цієї зміни. Саме принцип суперпозиції надає лінійним моделям популярності їх використанню, а також обґрунтовує доцільність лінеаризації досліджуваних процесів.

Однак, більшість реальних процесів, явищ і відповідних їм математичних моделей нелінійні, тобто не підпорядковані принципу

суперпозиції. При використанні моделей природного зростання необхідно враховувати механізми насичення і відповідно скорегувати лінійні моделі, в основі яких лежить рівняння Якоба Бернуллі

$$\frac{dy(t)}{dt} = ky(t) \qquad (1.11)$$

Припущення Адольфа Кетле (Quetelet), що коефіцієнт k рівняння (1.11) повинен бути не сталою, а спадаючою функцією, яка залежить від *y(t),*

перетворює рівняння (1.11) на нелінійне:

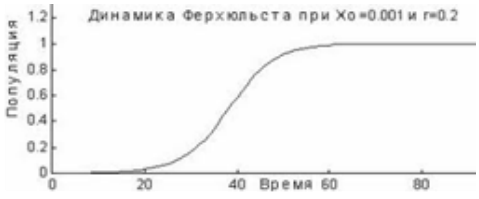
$$\frac{dy(t)}{dt} = k(y(t)) \cdot y(t), \qquad (1.12)$$

що дозволяє описувати механізм насичення в різних прикладних задачах.

Ця ідея була покладена в основу багатьох моделей логістичного типу: модель динаміки популяції за рівнянням Ферхюльста (учень А. Кетле),

випуск продукції в умовах конкуренції та насиченості ринку, моделі "соціальної дифузії", модель росту з урахуванням інвестицій, моделі взаємодії систем різної фізичної природи тощо. Оскільки саме модель Ферхюльста застосовується при

моделюванні як природних, так й соціально-економічних явищ, розглянемо детальніше рівняння, що покладено в її основу.



Отже, у 1836 році Ферхюльст запропонував використати для опису процесу зростання населення рівняння, яке враховує реальний ефект саморегуляції чисельності N в умовах обмеженості ресурсів, внутрішньої боротьби (конкуренції) в популяції:

$$\frac{dN}{dt} = rN - \frac{r}{k}N^2, \qquad (1.13)$$

де від'ємний нелінійний елемент $-\frac{r}{k}N^2$ описує ефект саморегуляції;

$k = N_{\max}$ – максимально можлива чисельність популяції;

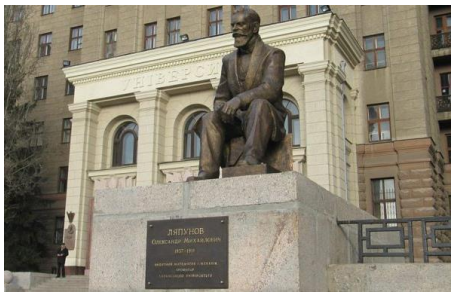
r – коефіцієнт швидкості природного зростання (розмноження популяції).

Рівняння (1.13) для зручності аналізу часто записують у вигляді:

$$\frac{dN}{dt} = rN(1 - \frac{N}{k}) \ . \qquad (1.14)$$

Більш детально з рівнянням Ферхюльста, прикладними задачами та відповідними моделями процесів в системах різної природи можна ознайомитись у підручнику Ю. Б. Бродського «Моделювання економічної динаміки» [45], а також в методичних рекомендаціях на лабораторні роботи даного курсу [47].

2.5. Оцінювання стійкості систем



Олекса́ндр Миха́йлович Ляпуно́в (1857 – 1918) – математик і механік, академік Петербурзької Академії наук (1901), іноземний член-кореспондент Паризької Академії наук (1916), член Римської академії наук, почесний член Петербурзького, Харківського і Казанського університетів, Харківського математичного товариства. Учень П. Л. Чебишова. З 1885 по 1902 рік – завідувач кафедри механіки Харківського університету ім. Каразіна

Поняття стійкості та рівноваги

Стійкість є однією з найважливіших характеристик будь-якої системи. Ця категорія використовується науковцями в різних областях науки, пов’язаних з дослідженням складних систем. Розвиток складних систем супроводжується змінами у структурі, поведінці, режимах функціонування. Такі зміни можуть накопичуватись повільно, швидко, лавиноподібно, або стрибком, миттєво.

Динаміка складних систем завжди супроводжується втратою стійкості і виникненням біфуркації, яка визначає перехід системи до відмінної від попередньої лінії поведінки (режиму функціонування чи нового стану).

Результатом біфуркації системи може стати як перехід системи до нового стійкого стану, так і руйнування системи – катастрофа.

Формалізація розглянутих процесів знайшла своє відображення в математичній теорії стійкості. Тому аналіз стійкості функціонування складної динамічної системи є важливим з практичної точки зору.

Поняття стійкості як здатність будь-якого об’єкта чинити опір зовнішнім впливам, з’явилось ще в античній науці. Але основи строгої математичної теорії стійкості були закладені на початку XX ст. в працях відомого математика, академіка А. М. Ляпунова (1857–1918 рр.).

Система вважається стійкою, якщо деякі невеликі варіації умов її функціонування (вплив збурюючих факторів або зміна початкового стану) суттєво не впливають на її поведінку.

Для характеристики стійкості системи необхідно показати, що:

всі змінні стану залишаються обмеженими (стійкість за Ляпуновим);

обмеженим входам при нульовому початковому стані відповідають обмежені виходи.

Формалізація системи як математичної моделі з достатньою повнотою опису об'єкта в термінах диференціальних або різницевих рівнянь дозволяє виконати оцінку її стійкості.

Отже, теорія стійкості гласить: система є стійкою, якщо її траєкторія у фазовому просторі залишається в заданих границях при деяких кінцевих збуреннях достатньо широкого спектру.

Поняття стійкості системи пов'язане з поняттям рівноваги – це стан системи, до якого прагне наблизитися система. Стан рівноваги забезпечує високу ефективність досягнення основної мети і цілей розвитку.

Поряд з прогресивним розвитком сучасного суспільства спостерігається загострення проблеми екологічної безпеки: будь-яка цивілізація прагне досягнути максимального розквіту всупереч природному середовищу, яке завжди намагається повернутись до стабільного стану. Виникає протиріччя «цілей» людини і природи, рис. 1.Х. Тому, згідно закону необхідного різноманіття У.Р.Ешбі, підвищити ефективність управління в системі «природа – суспільство» можна двома шляхами: перший – зменшити різноманіття об'єкта керування (навколишнього природного середовища), або збільшити різноманіття керуючої системи – суспільства (моральність, культуру, відповідальність, інтелект людини).

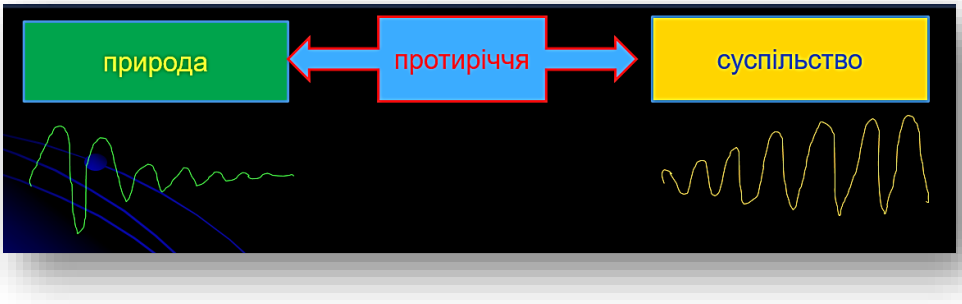


Рис. 1.18 – протиріччя «цілей» людини і природи

Таким чином, функціонування динамічної системи називають стійким, якщо невеликі збурення згасають у часі, наближаючись до нуля. І, навпаки, якщо відхилення не тільки не згасають, а нарощуються у часі, система переходить у нестійкий стан.

Дослідження стійкості динамічних систем

Будь-яка динамічна система, залежно від кількості змінних стану, описується звичайним диференціальним рівнянням або системою диференціальних рівнянь. Ці моделі відрізняються між собою фазовим простором, в якому задано диференціальне рівняння

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(y_t), \qquad (1.15)$$

і конкретним видом функції $f(y_t)$, $y_t \equiv y(t)$.

Зауважимо, що стійкість стаціонарної точки y_0 в диференціальному рівнянні (1.15) можна розглядати з точки зору відношення до одноразового збурення положення в початковий момент часу

$$y_0 \to y_0 + \delta y,$$

або постійно діючого збурення маленької амплітуди, коли права частина рівняння (1.15) змінюється на

$$f(y_t) \to f(y_t) + \delta f(y_t),$$

де $\delta f(y_t)$ – функція збурення, $\delta f(y_t) << f(y_t)$.

Крім того, часто виникає задача оцінювання стійкості не тільки стаціонарної точки, а й дослідження стійкості траєкторії рівняння (1.15) до малих збурень початкової умови y_0 і правої частини $f(y_t)$.

Відомо, що всі стаціонарні розв'язки рівняння (1.15) представляють собою нулі функції $f(y_t)$, тобто розв'язки виду

$$y_t = y_p = const,\ f(y_p) = 0.$$

Зупинимось на дослідженні стійкості розв'язку $y_t = y_p$. Припустимо, що функція $f(y_t)$ спадна в деякому околі значення $y_t = y_p$, відповідно, якщо y_t переходить через значення y_p, функція $f(y_t)$ переходить від додатних значень до від'ємних. На рис. 1.19 показані інтегральні криві, що зображають стаціонарний розв'язок:

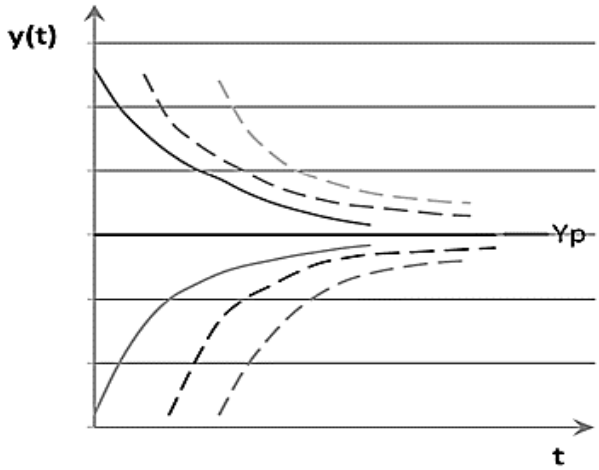


Рис. 1.19 – стаціонарний розв'язок

1) горизонтальна пряма $y_t = y_p$;

2) інтегральні криві для різних початкових умов при збуренні, які з часом $t \to \infty$ асимптотично наближаються до рівноважної (стаціонарної) інтегральної лінії.

В цьому випадку розв'язок диференціального рівняння (1.15) асимптотично стійкий. Протилежна ситуація, коли функція $f(y_t)$ зростає і

змінює свій знак при переході y_t через значення y_p з від'ємного на додатній (рис. 1.20).

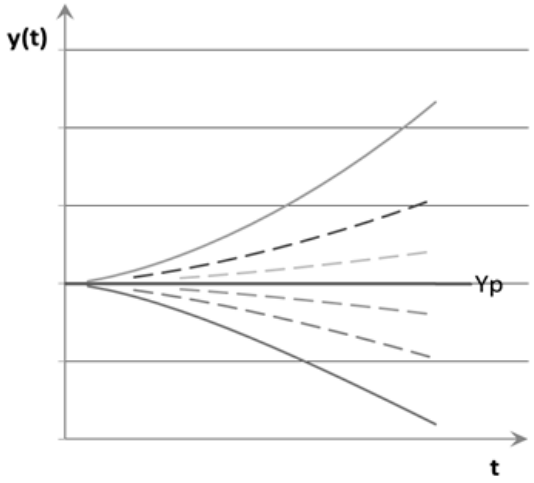


Рис. 1.20 – стаціонарний розв'язок нестійкий

Стійкість рівняння Якоба Бернуллі

Розглянемо рівняння Я. Бернуллі (1.11), яке описує процес природного зростання і покладене в основу багатьох моделей динаміки

$$\frac{dy(t)}{dt} = ky(t), \quad k = const. \tag{1.16}$$

Загальний розв'язок рівняння (1.16) отримаємо у вигляді

$$y(t) = Ce^{kt}, \tag{1.17}$$

де C – довільна стала, що визначається підстановкою початкової умови $y(t_0) = y_0$ в рівняння (1.17)

$$y(t_0) = y_0 = Ce^{kt_0},$$

звідки

$$C = y_0 e^{-kt_0}.$$

Перепишемо (1.17) у вигляді

$$y(t) = y_0 e^{k(t-t_0)}. \tag{1.18}$$

Якщо початкове значення $y_0 = 0$ і збурення $\delta y = 0$, тоді отримаємо нульовий розв'язок $y(t) = 0$. Припустимо, що $y_0 \neq 0$ за рахунок наявності невеликого збурення δy

$$y_0 = \delta y.$$

Тоді висновок про стійкість розв'язку для $t \to \infty$ буде суттєво залежати від знаку коефіцієнта k .

Якщо $k < 0$, то з (1.18) видно, що при збільшенні t розв'язки необмежено наближаються до 0 і в границі при $t \to \infty$ практично дорівнюють нулю

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0.$$

В цьому випадку розв'язок називається *асимптотично стійким* відносно збурення початкової умови або асимптотично стійким за Ляпуновим.

Якщо $k > 0$, то зі збільшенням t значення величини $y(t)$ необмежено зростає, не зважаючи на те, що величина $y_0 = \delta y$ може бути як завгодно малою. Отже, розв'язок нестійкий.

Стійкість системи рівнянь

Якщо кількість змінних стану дорівнює двом або більше, відповідна модель представляє собою систему двох чи більше диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = f(x, y), \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = g(x, y). \end{cases} \tag{1.19}$$

Розглянемо динамічну систему, яка описується системою лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = ax(t) + by(t), \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = kx(t) + ly(t). \end{cases} \qquad (1.20)$$

Система (1.20) має єдиний розв'язок за умови нерівності нулю детермінанта матриці коефіцієнтів

$$\det M = \begin{vmatrix} a & b \\ k & l \end{vmatrix} = al - bk \neq 0.$$

Стійкість рівноважного стану залежить від власних чисел $\lambda_{1,2}$ матриці системи, які визначаються відповідним характеристичним рівнянням. Для цього будемо шукати частинні розв'язки системи (1.20) у вигляді

$$x(t) = \alpha e^{\lambda t}, \quad y(t) = \beta e^{\lambda t}, \qquad (1.21)$$

де α, β, λ – деякі сталі.

Виконаємо підстановку (1.21) в систему (1.20) і після скорочення на $e^{\lambda t}$ отримаємо лінійну систему алгебраїчних однорідних рівнянь з двома змінними α і β

$$\begin{cases} (a - \lambda)\alpha + b\beta = 0, \\ k\alpha + (l - \lambda)\beta = 0. \end{cases} \qquad (1.22)$$

Отримаємо характеристичне рівняння з умови, що визначник системи (1.22) дорівнює нулю

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & b \\ k & l - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

а звідси запишемо рівняння у вигляді

$$(a - \lambda)(l - \lambda) - bk = 0,$$

або

$$\lambda^2 - (a + l)\lambda + al - bk = 0.$$

Із характеристичного рівняння розрахуємо слід і детермінант матриці

$$a + l = tr(M), \quad al - bk = \det(M).$$

Стійкість точок рівноваги визначається коренями характеристичного рівняння λ_1 та λ_2, які можуть бути від'ємними, додатними, дійсними або комплексними. Отже, точка рівноваги буде

– асимптотично стійка, якщо дійсні частини коренів λ_1 та λ_2 від'ємні

$$\lambda_{1,2} = p \pm iq, \quad p < 0;$$

$$\lambda_{1,2} = p_{1,2} < 0;$$

– стійка, якщо обидві дійсні частини нульові, тобто корені λ_1 та λ_2 уявні

$$\lambda_{1,2} = \pm iq\ ;$$

– нестійка, якщо дійсна частина коренів λ_1 та λ_2 додатна

$$\lambda_{1,2} = p \pm iq, \quad p > 0;$$

$$\lambda_{1,2} = p_{1,2} > 0.$$

Таким чином, ознакою стійкості за Ляпуновим є від'ємність дійсних частин коренів характеристичного рівняння.

Оцінка стійкості нелінійного рівняння

Розглянемо нелінійне диференціальне рівняння першого порядку на основі моделі Ферхюльста

$$\frac{dy(t)}{dt} = ky(t)\left(y_{\max} - y(t)\right)\ , \qquad (1.23)$$

де $k > 0$, . $y_{\max} > 0$

Для визначення точок рівноваги порівняємо рівняння (1.15) і (1.23) й врахуємо умову стаціонарності розв'язків $\frac{dy(t)}{dt} = 0$. Тоді,

$$f\left(y_t\right) = ky(t)\left(y_{\max} - y(t)\right) = 0\,. \qquad (1.24)$$

Отримане рівняння має два рівноважні розв'язки $y(t) = 0,\ y(t) = y_{\max}$.

Оцінимо стійкість даних розв'язків з аналізу логістичної функції як загального розв'язку рівняння (1.23)

$$y(t)=\frac{y_{\max}y_0}{y_0+(y_{\max}-y_0)e^{-ky_{\max}t}}, \qquad (1.25)$$

де $y_0=y(0)$ – початкова умова.

1) Якщо $y_0>0$, то при $t\to\infty$ отримаємо $\lim\limits_{t\to\infty}y(t)=y_{\max}$.

2) Якщо $y_0<0$ (позначимо $y_0=-y_0^-<0$), тоді перепишемо (1.25) у вигляді

$$y(t)=\frac{-y_{\max}y_0^-}{-y_0^-+\left(y_{\max}+y_0^-\right)e^{-ky_{\max}t}}=\frac{y_{\max}y_0^-}{y_0^--\left(y_{\max}+y_0^-\right)e^{-ky_{\max}t}}=\frac{y_{\max}}{1-\left(\frac{y_{\max}+y_0^-}{y_0^-}\right)e^{-ky_{\max}t}}$$

Визначимо, при якому значенні $t=t^0$ знаменник обертається в нуль

$$1-\frac{y_{\max}+y_0^-}{y_0^-}e^{-ky_{\max}t^0}=0,$$

$$\frac{y_{\max}+y_0^-}{y_0^-}=e^{ky_{\max}t^0},$$

$$\ln\frac{y_{\max}+y_0^-}{y_0^-}=ky_{\max}t^0,$$

$$t^0=\frac{1}{ky_{\max}}\ln\frac{y_{\max}+y_0^-}{y_0^-},$$

$$t^0=\frac{1}{ky_{\max}}\ln\frac{y_0-y_{\max}}{y_0}.$$

Отже, для $y_0<0$ і $t\to t^0$ отримаємо $\lim\limits_{t\to t^0}y(t)=-\infty$. Таким чином, стаціонарні розв'язки відповідно

1) $y(t)=0$ – нестійкий;

2) $y(t)=y_{\max}$ – стійкий.

2.6. Апроксимація функцій і процесів в системах

В основу параграфа 2.6 покладений матеріал лекцій автора даного посібника, прочитаних в рамках курсів з системного аналізу, моделювання систем, економетрики, комп'ютерної обробки інформації, фрагменти яких опубліковані у виданнях, указаних в списку літератури [2, 4, 48], але не завжди є досяжними до читачів.

У дослідженні процесів і систем різної фізичної природи набули широкого використання математичні моделі, які містять різні функціональні залежності. Модель будується для дослідження невідомих процесів у системах та оцінювання кількісних характеристик зв'язку між компонентами системи.

Щоб моделі адекватно описували процеси і системи, необхідно використовувати досить адекватні математичні конструкції, формули. Тому, важливого значення набувають методи апроксимації – методи наближеного зображення реальних функцій такими стандартними аналітичними виразами, як, наприклад, алгебраїчні або тригонометричні багаточлени. Такі функції називають апроксимуючими.

Модель «вхід – вихід» і «Чорний ящик» Ешбі

При вивченні реальних процесів різної фізичної природи завжди виникають задачі дослідження та оцінювання їх характеристик, взаємозалежності параметрів і показників системи та інформаційних потоків з метою виявлення нових достовірних даних для потреб моделювання, прогнозування, прийняття адекватних рішень, розробки нових планів, стратегій, отримання знань тощо.

Такі задачі розглядаються із застосуванням відомого «Метода чорного ящика» запропонованого англійським кібернетиком У.Р. Ешбі.

На рис. 1.21 показана загальна структурна модель «вхід – вихід»: рис. 1.21а – детермінована, рис. 1.21б – стохастична. Змінні *X*, *Y*, *E*

визначають відповідно вхідний вплив (*X*), результат впливу (*Y*) та випадковий вплив (*E*) і подаються у вигляді векторних змінних різної розмірності:

$$X = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T,\ Y = (y_1, y_2, ..., y_m)^T,\ E = (e_1, e_2, ..., e_k)^T.$$

Крім того, компоненти векторів *X, Y, E* можуть бути функціями від часу, тобто представляти собою часові процеси.

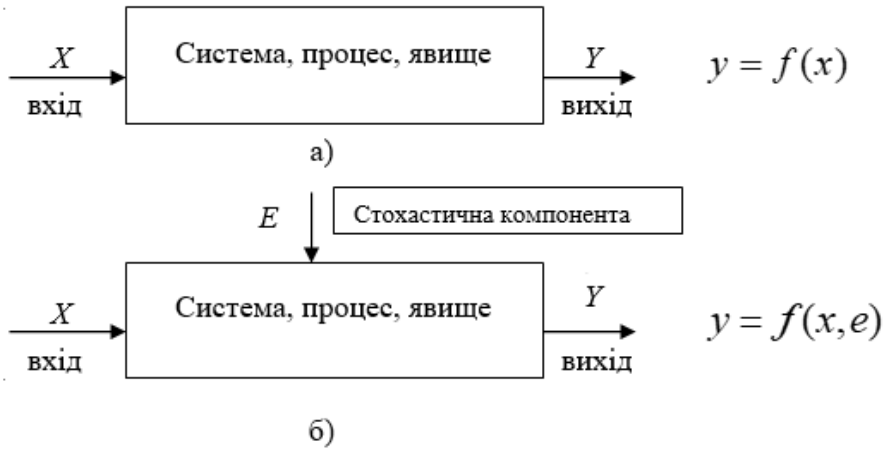


Рис. 1.21 – модель «вхід – вихід»: а – детермінована, б – стохастична

В моделі, рис. 1.21, змінна *X* описує умови функціонування об'єкта і в різних задачах має назву: незалежна, екзогенна змінна; факторна ознака; предиктор або регресор.

Вихідна змінна *Y* характеризує поведінку, результат функціонування системи і в статистичних моделях її називають: залежна, ендогенна, результуюча змінна; відгук; регресанд.

Вектор *E* (зовнішній, випадковий вплив) складається з латентних (прихованих) стохастичних компонентів, які відображають вплив неврахованих (невизначених, невідомих) факторів, а також випадкові помилки при вимірюванні показників, що аналізуються.

Компоненти векторів *X, Y, E* можуть бути різних типів, що суттєво впливає на вибір методів і моделей: *кількісні*, які можна вимірювати за визначеною шкалою; *порядкові*, що дозволяють упорядковувати дані за

якісною ознакою; *класифікаційні*, що поділяють сукупність об'єктів (даних) на однорідні за певною властивістю.

В процесі проведення математико–статистичного моделювання необхідно також враховувати типи взаємозв'язку змінних: *рівноправний* (двосторонній) або *нерівноправний* (причина – наслідок), а також види даних: *перехресні вибірки* даних та *часові ряди*. Перехресними є дані за якимось показником, що отримані для різних однотипних об'єктів (підприємств, областей, регіонів) в один момент часу (тобто часова приналежність несуттєва). Часовий ряд характеризує один об'єкт в різні моменти часу. Послідовні значення часових рядів можуть бути певним чином пов'язані між собою, що визначаються закономірними відхиленнями від загальної тенденції розвитку, або виявляються часові лаги. Тому методи обробки перехресних і часових даних дещо відрізняються.

База статистичних даних основується на спостереженнях. Формуючи спостереження, слід забезпечити порівнянність даних у просторі та часі. Тому початкові дані (спостереження, факторні ознаки) повинні підпорядковуватись вимогам однаковості за: ступенем агрегування та однорідністю структури одиниць вибірки, методами розрахунку показників у часі та просторі, періодичністю обліку окремих змінних та зовнішніми умови. Кожний із факторів X_i має бути значущим та обґрунтованим теоретично та їх кількість не повинна перевищувати однієї третини числа спостережень у вибірці (довжини часового ряду), що суттєво впливає на досліджувані показники *Y*. Крім того, потрібно враховувати та оцінювати можливість виникнення таких явищ, як мультиколінеарність та автокореляція.

Отже, в процесі проведення математико-статистичного аналізу та моделювання слід враховувати різні типи (компоненти векторів *X, Y*) та види (перехресні, часові) даних, типи взаємозв'язку (рівноправний, нерівноправний), види залежності, зв'язку між явищами та процесами (функціональний, стохастичний, кореляційний), а також, тип задачі

дослідження: однофакторна $y = f(x)$ та багатофакторна $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$. Відповідно, загальну задачу можна сформулювати так (рис. 1.21а): *на основі спостережень (вимірювань) змінних X та Y побудувати таку функцію* $f(x)$*, що найкраще буде відновлювати значення регресанду Y, відповідно заданим значенням регресора X.*

Розв'язок даної задачі передбачає вибір математичного виразу для опису залежності $y = f(x)$ та критерію якості апроксимації, відповідно до якого буде визначатись найкращий спосіб відновлення значень *Y*.

Однак, перш ніж приступати до розв'язування такої задачі та будувати відповідні математичні моделі, потрібно визначити прикладну мету (або цілі) дослідження.

Ясність прикладної цілі визначає послідовність виконання різних етапів проведення дослідження, вибір загальної структури функції $f(x)$ та моделі, інтерпретацію отриманих результатів моделювання. До типових кінцевих цілей проведення аналізу та математико–статистичного моделювання можна віднести:

1 - встановлення факту наявності (відсутності) статистично значимого зв'язку між змінними *Y* та *X*;

2 - відновлення (прогноз) значень регресанду *Y* відповідно заданим значенням регресора *X*;

3 - виявлення причинного зв'язку між змінними *X* та *Y*.

Мета 1 не потребує розв'язування задачі вибору виду функції $f(x)$ та її побудови, а забезпечується методами кореляційного аналізу, які залежать від природи змінних (кількісні, порядкові, класифікаційні), вибраного показника статистичної залежності (коефіцієнт або індекс кореляції , ранговий коефіцієнт кореляції тощо), постановки конкретної задачі: оцінювання ступеню залежності двох та більше явищ; відбір факторів, що суттєво впливають на результативну ознаку; знаходження

невідомого причинного зв’язку, встановлення структури зв’язку між компонентами змінних *X* та *Y*.

Для мети 2 важливим є отримання значень функції апроксимації $f(x)$, а не її структура, тобто функція f повинна показати числову залежність змінних *Y* та *X*, а не їх змістовний зв'язок.

Мета 3 передбачає проникнення у «фізичний механізм» статистичного зв’язку, тобто у механізм перетворення вхідних впливів *X* та *E* в результуючі показники *Y*. Тому, головним завданням тут є визначення структури функції $f(x)$, що буде покладена в основу математичної моделі, яка повинна адекватно описувати об’єкт дослідження, надавати достовірні результати моделювання та можливість їх змістовної інтерпретації.

Обробка експериментальних даних (апроксимація даних) в залежності від мети передбачає вирішування наступних задач: *задача інтерполяції* – побудова безперервної функції, що з’єднує всі експериментальні точки; *задача екстраполяції* – побудова функції за границями відомого інтервалу значень – прогноз; *задача регресії* – побудова наближеної (усередненої) функції; *задача фільтрації* (*згладжування*) – побудова апроксимуючої функції для зниження систематичної похибки експериментальних даних.

В дослідженні процесів, систем початкові дані про апроксимуючу функцію наводяться у вигляді дискретного ряду результатів вимірювань, спостережень (експериментів) або проведених комп’ютерних обчислень. В задачах апроксимації такими початковими даними є сукупність експериментальних або розрахованих (обчислених) значень $y_0, y_1, \ldots, y_{n-1}$ функції $y = f(x)$ у різних точках $x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}$. Інакше, початковою інформацією про функцію є вектор результатів вимірювань $\vec{y} = (y_0, y_1, \ldots, y_{n-1})^T$ на сітці $x = \{x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}\}$.

Розв’язок кожної задачі апроксимації складається:

1) з підбору деякої множини допустимих апроксимуючих функцій;

2) з вибору найбільш узгодженої з початковими даними функції з цієї множини.

Найбільш розповсюджений клас функцій апроксимації, що використовуються в моделях, складають узагальнені багаточлени в базисі функцій $\varphi_0(x),\varphi_1(x),...,\varphi_{m-1}(x)$ у вигляді:

$$P(x)=\sum_{k=0}^{m-1}a_k\varphi_k(x), \tag{1.26}$$

де a_k – числові коефіцієнти.

Наприклад:

алгебраїчні багаточлени, що породжені базисом $1, x^1, x^2, x^3, \dots, x^{m-1}$, подаються у такому вигляді (операторній (1.27) та розгорнутій (1.28) формах):

$$P(x)=\sum_{K=0}^{m-1}a_K x^K, (m=2,3,4,...), \tag{1.27}$$

$$P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{m-1}x^{m-1}; \tag{1.28}$$

експоненціальні функції (1.29) та тригонометричні багаточлени (1.30), що породжені базисом на основі комплексних чисел (гармонійного ряду):

$$y=a_0e^{a_1x}, \tag{1.29}$$

$$P(x)=\sum_{k=-m}^{m}a_k e^{jk\frac{\pi}{L}x}, (m=0,1,2,...,L=1,2,3,...); \tag{1.30}$$

дрібнораціональні функції

$$R(x)=\frac{a_0+a_1x+\cdots+a_mx^m}{b_0+b_1x+\cdots+b_nx^n}; \tag{1.31}$$

сплайни – кусочно–поліноміальні функції невисокої степені, частіше третьої (кубічні сплайни).

Важливою особливістю алгоритмічних багаточленів (1.27) – їх лінійність відносно невідомих коефіцієнтів a_k, які визначають параметри нелінійної, як правило, моделі. Ця особливість надає можливість не тільки швидко і досить просто розраховувати робочі параметри моделей, а й дозволяє будувати ефективні алгоритми апроксимації.

Критерії узгодженості функції апроксимації з даними експерименту

Припустимо, що початковими даними апроксимованої функції $y = f(x)$ є використання результатів вимірювань її значень:

$$\bar{y} = (y_0, y_1, ..., y_{n-1})^T, \tag{1.32}$$

на сітці:

$$x = \{x_0, x_1, ..., x_{n-1}\}, \tag{1.33}$$

і апроксимуюча функція $P(x)$ визначається формулою (1.26):

$$P(x) = \sum_{k=0}^{m-1} a_k \varphi_k(x),$$

при фіксованому значенні $m = const$ і визначеному виборі базисних функцій:

$$\varphi_0(x), \varphi_1(x), \varphi_{m-1}(x).$$

Виникає задача: якнайкраще виконати "узгодження" вектору:

$$\vec{p} = (P(x_0), P(x_1), ..., P(x_{n-1}))^T,$$

з вектором результатів вимірювань $\bar{y}$ шляхом вибору потрібних коефіцієнтів a_k.

Дана постановка задачі отримає конкретний точний зміст після прийняття деякого критерію оптимальної узгодженості векторів $\vec{P}$ та $\bar{y}$. На практиці частіше використовують такі два критерії:

- метод коллокації – інтерполяційне наближення;
- метод найменших квадратів (МНК).

Метод коллокації – найпростіший метод узгодження функцій $P(x)$ та $f(x)$ – є проходження графіка функції $P(x)$ через n експериментальних

точок $x_0, y_0, x_1y_1, x_2y_2,..., (x_{n-1}; y_{n-1})$ або інакше – рівність векторів $\overline{P}$ та $\overline{Y}$ рівносильна системі рівнянь:

$$\begin{cases} P(x_0) = a_0\varphi_0(x_0) + a_1\varphi_1(x_0) + ... + a_{m-1}\varphi_{m-1}(x_0) = y_0 \\ P(x_1) = a_0\varphi_0(x_1) + a_1\varphi_1(x_1) + ... + a_{m-1}\varphi_{m-1}(x_1) = y_1 \\ ..... \\ P(x_{n-1}) = a_0\varphi_0(x_{n-1}) + a_1\varphi_1(x_{n-1}) + ... + a_{m-1}\varphi_{m-1}(x_{n-1}) = y_{n-1} \end{cases}. \quad (1.34)$$

У матричній формі :

$$\Phi a = \overline{y},$$

де:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_0(x_0) & \varphi_1(x_0) & ... & \varphi_{m-1}(x_0) \\ \varphi_0(x_1) & \varphi_1(x_1) & ... & \varphi_{m-1}(x_1) \\ ... & ... & ... & ... \\ \varphi_0(x_{n-1}) & \varphi_1(x_{n-1}) & ... & \varphi_{m-1}(x_{n-1}) \end{pmatrix},$$

Виконання умов (1.34) називають *коллокацією*, а узагальнений багаточлен $P(x)$, який задовольняє ці умови, є інтерполяційним багаточленом, тобто багаточленом, що інтерполює функцію $y = f(x)$ на сітці $X = \{x_0, x_1...x_{n-1}\}$.

Приклад. Дано $\overline{y} = \{y_0, y_1...y_{n-1}\}$ на сітці $\overline{X} = \{x_0, x_1...x_{n-1}\}$. Розглянемо найпростіші базисні функції $\varphi_0(x) = x^0 = 1; \varphi_1(x) = x$. Знайти інтерполяційний багаточлен виду $P(x) = a_0 + a_1x$ (тобто $m = 2$).

Розв'язок. Система (1.34) приймає форму:

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 = y_0; \\ a_0 + a_1x_1 = y_1; \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 = y_0 - a_1x_0; \\ a_1x_0 - a_1x_1 = y_0 - y_1; \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 = y_0 - a_1x_0; \\ a_1 = \dfrac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 = y_0 - \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}x_0; \\ a_1 = \dfrac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}. \end{cases}$$

Тоді багаточлен можна записати

$$P(x) = a_0 + a_1x = y_0 - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}x_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}x.$$

Отриманий багаточлен описує функцію (процес, систему), що вивчається, на проміжку значень сітки: $(x_1 - x_0);(y_1 - y_0)$.

Метод найменших квадратів

Один із методів математичної обробки експериментальних даних – є метод найменших квадратів (МНК), результатом застосування якого є отримання числових коефіцієнтів емпіричної формули (вибраного багаточлена *P(x)*). Тому, побудова оптимального апроксимуючого багаточлена *P(x)* зводиться до знаходження коефіцієнтів, які мінімізують функцію помилок *S* (квадрати відхилень вибраного багаточлена $P(x_i)$ та значень статистичної вибірки y_i)

$$S = \sum_{i=0}^{n-1} \left(P(x_i) - y_i\right)^2 \Rightarrow \min, \tag{1.35}$$

$$a_k = \arg\min S(a_k). \tag{1.36}$$

Таким чином, алгоритм обробки статистичних даних за допомогою МНК складається з етапів:

1. Обирають апроксимуючу функцію $\varphi(x)$.

2. Визначають $\min S$, як $\frac{\partial S}{\partial a_k} = 0;$ тобто знаходять систему частинних похідних і прирівнюють їх до нуля.

3. Розв'язують систему рівнянь відносно коефіцієнтів a_k.

4. Записують апроксимуючий поліном $P(x)$ з урахуванням числових значень коефіцієнтів a_k.

Кількість рівнянь повинна бути не меншою за кількість незалежних коефіцієнтів. При цьому чим більше вимірювань, тобто чим більшою мірою система перевизначена (надлишок інформації), тим краще, бо тоді випадкові похибки окремих вимірювань вилучають одна одну і рішення стає більш достовірним, тобто багаточлен *P(x)* більш адекватно описує систему або процес, що досліджується.

Список питань до самоконтролю: розділ 2

1. Поясніть категорію «управління» з точки зору кібернетики?
2. На які групи можна поділити рішення, що приймаються?
3. Що представляє собою система управління у вигляді інформаційного контуру?
4. Які є типи управління?
5. Принцип необхідного різноманіття: які практичні висновки?
6. Поясніть принцип вибору рішень за постулатом Ешбі на прикладах.
7. Навести приклади застосування принципу зворотного зв’язку.
8. Покажіть на прикладах застосування принципу зовнішнього доповнення.
9. Назвіть основні категорії складних систем з точки зору принципів кібернетики.
10. Засновник статистичної теорії інформації це …?
11. Інформація є …?
12. Теорія інформації, як наука, вивчає питання …?
13. Вимоги до кількісної міри інформації є …?
14. У формулі кількісної оцінки інформації використана функція …?
15. Формулу Хартлі застосовують, коли …?
16. Чим відрізняються (за змістом) формули Шеннона і Хартлі …?
17. Що враховує знак «мінус» у формулі Шеннона …?
18. Ентропія максимальна, коли …?
19. Ентропія дорівнює нулю, коли …?
20. Чому дорівнює кількість інформації (біт/повідомлення) про один з 8, 16, 128, 1024 рівноімовірних станів …?
21. Скільки потрібно біт для кодування 256 символів …?
22. Скільки потрібно байт для кодування 256 символів …?
23. Скільки потрібно біт для кодування 6, 25, 56, 154, 258 символів …?
24. В якому випадку результати розрахунку за формулам Хартлі і Шеннона співпадають …?

25. В якому випадку формула Шеннона перетворюється у формулу Хартлі …?
26. Ентропія дорівнює нулю, якщо …?
27. Для чого використовують надмірність джерела повідомлень?
28. Пропускна здатність каналу це …?
29. Спільна інформація (ентропія) – це …?
30. Взаємна інформація (ентропія) – це …?
31. Спільна ентропія розраховується:…?
32. Взаємна інформація розраховується:…?
33. Умовна ентропія визначає …?
34. Моделювання – це метод …?
35. Моделювання – це процес …?
36. Поясніть технологію моделювання.
37. Дати визначення моделювання, як наукового методу.
38. Математична модель представляє собою …?
39. Що повинна відображати модель?
40. Модель – це …?
41. Перевагами дослідження моделі є …?
42. Створення моделі передбачає …?
43. Прокоментуйте загальну схему моделювання реальної системи і зробіть свої пропозиції для її удосконалення.
44. Що характеризують страти в процесі моделювання складної системи?
45. Чим відрізняються моделі складу і моделі структури?
46. Назвіть способи моделювання та види моделей.
47. Запропонуйте власну класифікацію способів моделювання та видів моделей.
48. Математичне моделювання – це …?
49. Математична модель – це …?
50. Головною перевагою математичних моделей є …?
51. Назвіть основні принципи моделювання.

52. Які шляхи побудови математичних моделей?

53. Поясніть поняття «імітаційна модель» на прикладах.

54. Перевагами імітаційної моделі є …?

55. Що надає популярності застосування лінійних моделей динаміки?

56. Що необхідно враховувати в моделях природного зростання?

57. Який математичний прийом (і ким) використаний для опису реальних процесів в системах?

58. П'єр Ферхюльст відомий …?

59. Пояснити поняття стійкості й рівноваги в системі. Навести приклади.

60. Провести аналіз рівняння Я. Бернуллі на стійкість за Ляпуновим.

61. Особливості дослідження стійкості системи диференціальних рівнянь.

62. Як оцінити стійкість нелінійного рівняння в моделях динаміки природного зростання?

63. Поясніть компоненти структурної моделі «вхід - вихід».

64. Що слід враховувати в процесі проведення математико–статистичного моделювання?

65. Сформулювати загальну задачу статистичного аналізу.

66. Визначити типові цілі статистичного аналізу і моделювання. Вирішення яких завдань вони передбачають?

67. Назвіть найбільш розповсюджений клас функцій, що використовується у нелінійних моделях.

68. Запишіть математичний вираз поліному 4-го степеню в операторній та розгорнутій формах.

69. Яка важлива особливість алгоритмічних багаточленів?

70. Поясніть алгоритм обробки статистичних даних за методами коллокації та найменших квадратів.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Бродський Ю.Б., Грищук Р.В. Аналіз ролі та місця, сутності та змісту інформаційних технологій на сучасному етапі розвитку науки і техніки // Проблеми інформаційних технологій. – 2018. – №1 (023). – С.36-42.
2. Бродський Ю. Б. Інформатика і системологія: навчальний посібник / Ю. Б. Бродський, В. М. Желябовський, Ю. В. Загородній; Державний агроекологічний університет. – Житомир : ДАУ, 2002. – 188 с.
3. Флейшман Б. С. Основы системологии. – М. : Радио и связь, 1982. – с.
4. Бродський Ю.Б. Конспект лекцій з дисципліни "Системний аналіз в економіці" / Ю. Б. Бродський, С. Ф. Білоконь; Житомирський Національний агроекологічний університет. – Житомир : ЖНАЕУ, 2008. – 163 с.
5. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. – М.: Советское радио, 1968.
6. Винер Н. Кибернетика и общество. – М.: ИЛ, 1958.
7. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. – М.: ИЛ, 1959.
8. Глушков В. М. О кибернетике как науке // Кибернетика, мышление, жизнь. – М.: Мысль, 1964. – С. 53-62.
9. Гаврилов Е. В. Системологія на транспорті : [підручник : у 5 кн.]. Кн. 1 : Основи теорії систем і управління / Е. В. Гаврилов, М. Ф. Дмитриченко, В. К. Доля та ін. – К. : Знання України, 2005. – 344 с.
10. Старіш О. Г. Системологія : [підручник] / О. Г. Старіш. – Київ: Центр навчальної літератури, 2005. □ 232 с.
11. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ : [учебное пособие]. – К. : МАУП, 2003. – 368 с.
12. Бродський Ю.Б. Інформатика та системологія: навч. посібник / Ю.Б. Бродський, К.В. Молодецька. – Житомир: ЖНАЕУ, 2014. – 244 с.
13. Leavitt. Harold J. and Thomas L. Whistler. Management in the 1980’s. Harvard Business Review, November – December, 1958. – P. 41-48.
14. Salomon J. What is Technology? The Issue of its origins and definitions // History and technology. 1984, Vol. 1. - p. 113-156.

15. Українська радянська енциклопедія: у 12-ти т. /Гол ред. М.П. Бажан; ред. кол.: О.К. Антонов та ін. – 2-ге вид. – К.: Головна редакція УРЕ, 1974-1985.

16. Тлумачний словник сучасної української мови. /Укладачі Л.П. Коврига, Т.В. Ковальова, В.Д. Пономаренко./ За ред. доктора філологічних наук, проф. В. С. Калашника. - Харків: Белкар-книга, 2005. – 800 с.

17. М. Кастельс. Информационная эпоха: экономика, общество и культура: Пер. с англ. Под науч. ред. О.И. Шкаратана. М.: ГУ-ВШЭ, 2000.

18. Советов Б. Я. Информационная технология: Учебник / Б. Я. Советов. – М.: Высшая школа, 1994. – 368 с.

19. Шеннон К. Математическая теория святи. В кн.: Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ, 1963.

20. Урсул А. Д. Информация. Методологические аспекты. – М.: Наука, 1971. – 296 с.

21. Колин К. К. Философия информации: структура реальности и феномен информации // Метафизика. – 2013. -№ 4 (10). – С. 61-84.

22. Гойхман Э. Ш., Лосев Ю. И. Передача информации в АСУ. Изд. 2-е, доп. и перераб. М.: Связь, 1976. – 280 с.

23. Тростников В. Н. Человек и информация. – М.: Наука, 1970.

24. Про інформацію: Закон України від 02.10.1992, №48-ВР // Відомості Верховної Ради України (ВВР). – 1992. – №48. – ст. 651.

25. Державний стандарт України. Автоматизовані системи. Терміни та визначення. ДСТУ 2226-93.

26. Глушков В. М. Основы безбумажной информации. – М.: Наука, 1987. – 552 с.

27. Ліпкан В.А. Правові засади розвитку інформаційного суспільства в Україні : монографія / В.А. Ліпкан, І. М. Сопілко, В.О. Кір'ян ; за заг. ред. В.А. Ліпкана; Глоб. орг. союзн. лідерства, Акад. безпеки відкрит. сусп-ва, Акад. наук вищ. освіти України. - Київ : ФОП Ліпкан О. С., 2015. - 664 с.

28. Колин К. К. Информационная технология как научная дисциплина /

К. К. Колин // Информационная технология. – 2001. – №2. – С. 2-10.

29. Томашевський О. М., Цегелик Г. Г., Вітер М. Б., Дудух В. І. Інформаційні технології та моделювання бізнес-процесів. Навч. Пос. – К.: «видавництво «Центр учбової літератури», 2012. – 296 с.

30. Гриценко В. И. Информационная технология: вопросы развития и применения / В. И. Гриценко, Б. Н. Паньшин. – Киев, 1988. – 265 с.

31. Гриценко В. И. Исходная концепция и определение понятия информационной технологии / В. И. Гриценко, Б. Н. Паньшин // Информационное общество. – 1990. – № 2. – С. 67-76.

32. Information technology – Governance of IT for the organization: ISO/IEC 38500: 2015 (en). – (Міжнародний стандарт). – Режим доступу: https://www.iso.org/obp/ui/ru/#iso:std:iso-iec:38500:ed-2:v1:en .

33. Про Національну програму інформатизації: Закон України від 04.02.1998, №74/98-ВР // Відомості Верховної Ради України (ВВР). – 1998. – №27-28. – ст. 181.

34. Бродський Ю.Б., Бродська М.Ю., Роль інформаційних технологій в процесі трансформації сучасного суспільства. Трансформація українського суспільства та його еліти у контексті цивілізаційного розвитку Європи: матеріали ІІ Всеукраїнської науково - практичної конференції, м. Житомир, 16 листопада 2018 року. – Житомир: ЖНАЕУ, 2018. –108 - 110с.

35. Жураковський Д. П., Полторак В. П. Теорія інформації та кодування: Підручник. – К.: Вища шк.,2001. – 255с.

36. Курко А. М., Решетник В. Я. Введення в теорію інформації – Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2017–108с.

37. Іващенко П. В. Основи теорії інформації: навч. посіб. – Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2015. – 53с.

38. Кожевников В. Л. Теорія інформації та кодування: навч. посібник: Національний гірничий університет, 2011.–108с.

39. Минько А. А. Статистический анализ в MS Excel [пер. с англ.] /

Минько А. А. – М. : Вильямс, 2004. – 528 с.

40. Томашевський В. М. Моделювання систем [під ред. М. З. Згуровського]. – К. : Видавнича група BHV, 2005. – 352 с.

41. Бродський Ю. Б. Універсальна модель системи: методологічний аспект / Ю. Б. Бродський, І. Г. Грабар, Ю. О. Тимонін // Вісн. ЖНАЕУ. – Житомир, 2009. – № 1. – С. 358–366.

42. Згуровський М. З. Основи системного аналізу / М. З. Згуровський, Н. Д. Панкратова. – К. : BHV, 2007. – 544 с.

43. Бродський Ю Б. Основи використання інструментарію MathCad для математичних розрахунків та моделювання : методичні рекомендації та завдання для самостійної роботи студентів / Ю. Б. Бродський ; Житомирський Національний агроекологічний університет. – Житомир : ЖНАЕУ, 2012. – 91 с.

44. Пляцек О. Є. Основи теорії передавання інформації: навчальний посібник. Модуль 1. Інформація і кодування. Одеса: вид. ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2006. – 100 с.

45. Бродський Ю. Б. Моделювання економічної динаміки: підручник / Ю. Б. Бродський, К. В. Молодецька // Житомир : вид-во «Житомирський національний агроекологічний університет», 2016. – 132 с.

46. Бродський Ю.Б. Нелінійні моделі в статистичному аналізі: розділ 7 в кн.: Основи статистичного моделювання: навч. посібник / за загальною редакцією Н.В. Ковтун, С.В Чугаєвської. Житомир: Видавництво ЖДУ ім. Івана Франка, 2022. – 450 с.

47. Бродський Ю.Б. Інструментарій розв’язування інженерних задач та моделювання в системах комп’ютерної математики: методичні рекомендації та завдання для самостійної роботи студентів галузі 12 «Інформаційні технології» з дисципліни «Системний аналіз та теорія прийняття рішень», частина 1 «Системологія». – Житомир: ДУ «Житомирська політехніка», 2021. – 81 с.

48. Бродский Ю. Б. Економіко-математичне моделювання : консп. лекцій

з дисц. / Ю. Б. Бродський, В. П. Малютіна. – Житомир : ЖНАЕУ, 2010. – 116 с.

49. Рогоза М. Є. Нелінійні моделі та аналіз систем : навч. посіб. : [в 2 ч.] / М. Є. Рогоза, С. К. Рамазанов, Е. К. Мусаєва. – 2-ге вид., зі змінами. – Ч. 2. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 1147 с.

50. Месарович М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М. : Мир, 1973. – 344 с.

51. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике [пер. с англ.] / М. Табор. – М. : Эдиториал УРСС, 2001. – 318 с.

52. Пригожин И. Порядок из хаоса : Новый диалог человека с природой [пер. с англ.] / И. Пригожин, И. Стенгерс ; под. общ. ред. В. И. Аршинова, Ю. Л. Климонтовича, Ю. В. Сачкова. – М. : Наука, 1984. – 432 с.

53. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. – М. : Мир, 1985. – 419 с.

54. А.В. Катренко. Системний аналіз об‘єктів та процесів комп‘ютеризації: Навчальний посібник. – Львів: "Новий світ – 2003". – 424 с.

55. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Системний аналіз: Навч. – метод. Посібник для самостійного вивч. Дсц. – К.: КНЕУ, 2003. – 154 с.

56. Ладанюк А.П. Основи системного аналізу. Навчальний посібник, Вінниця, Нова книга, - 2004. – 176 с.

57. Моисеев Н.Н. Математические методы системного анализа. - М.: Наука, 1979. – 400 с.

58. Раскин Л.Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления. М.: «Сов. радио», 1976. – 344 с.

Для нотаток