

Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова
Державний університет “Житомирська політехніка”

**ЗБУДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ
У ХВИЛЕВОДАХ**

МОНОГРАФІЯ

Житомир
2022

УДК 621.396.677

М23

Міністерство оборони України
Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова
Державний університет “Житомирська політехніка”

Рецензенти:

КОВБАСЮК С. В., лауреат державної премії України в галузі науки і техніки, провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу наукового центру Житомирського військового інституту імені С. П. Корольова, доктор технічних наук, старший науковий співробітник.

МЕЛЬНИЧУК П. П., заслужений діяч науки і техніки України, академік Академії наук вищої школи України, почесний доктор Свіштовської господарської академії (м. Болгарія), професор кафедри механічної інженерії Державного університету «Житомирська політехніка», доктор технічних наук, професор.

МОСКВІН П. П., завідувач кафедри фізики та вищої математики Державного університету «Житомирська політехніка», доктор фізико-математичних наук, професор.

М 23 Манойлов В. П. Збудження електромагнітних хвиль у хвилеводах: монографія / В. П. Манойлов, Н. М. Карашук, П. П. Мартинчук. – Житомир: Видавничий дім “Бук-Друк”, 2022. – 304 с.

ISBN 978-617-8085-38-4

Монографія присвячена питанням аналізу і проектування пристроїв збудження електромагнітних хвиль у хвилеводах. Детально описано теоретичні підходи, які базуються на математичному апараті рівнянь Максвелла, рівнянь Гельмгольца, телеграфних рівнянь, електричних та магнітних векторних потенціалів, функції Гріна, леми Лоренца, умови ортогональності електромагнітних хвиль у прямокутних хвилеводах, теореми взаємності, теорії збудження прямокутних хвилеводів Л. А. Вайнштейна. Проведено аналіз основних типів пристроїв збудження електромагнітних хвиль у прямокутних та круглих хвилеводах, зокрема із частковим діелектричним заповненням. Розглядаються методики розрахунку: електродинамічних характеристик щілини довільних розмірів та положення, прорізаної в стінках прямокутного хвилеводу; антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження; антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу із циліндричним діелектричним узгоджувальним трансформатором. Розглядаються питання оптимізації розмірів та положення щілини за критерієм мінімуму коефіцієнта відбиття.

Матеріал монографії призначений для науковців, викладачів, аспірантів, ад'юнктів, студентів, курсантів та інженерно-технічних працівників, які займаються проблемами аналізу і проектування пристроїв збудження електромагнітних хвиль у прямокутних та круглих хвилеводах, аналітичними і числовими методами електродинаміки.

ISBN 978-617-8085-38-4

© В. П. Манойлов, Н. М. Карашук, П. П. Мартинчук

ЗМІСТ

ЗМІСТ	3
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	6
ПЕРЕЛІК ПОЗНАЧЕНЬ	7
ПЕРЕДМОВА	10
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕМИ ПОТЕНЦІАЛУ	15
1.1. Формули Гріна і розв'язок рівнянь Пуассона.....	15
1.2. Поле трьохосового еліпсоїда.....	22
1.3. Розв'язок рівняння Гельмгольца за допомогою функцій Гріна	31
1.4. Збіжність інтегралу за нескінченно віддаленою сферою.....	35
1.5. Фізичний зміст теореми запізнюючих потенціалів	38
1.6. Випромінювання диполя Герца	40
1.7. Енергетичні теореми Умова-Пойнтінга.....	45
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 1	50
РОЗДІЛ 2. ТЕЛЕГРАФНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ РОЗПОДІЛЕННЯ СТРУМУ І ПОТЕНЦІАЛУ ВЗДОВЖ ОДИНОЧНОГО ТОНКОГО ПРОВІДНИКА .	51
2.1. Векторний потенціал одиночного тонкого провідника	51
2.2. Граничні умови на поверхні провідника та виведення телеграфних рівнянь	58
2.3. Граничні умови на кінцях провідника	60
2.4. Виведення інтегрального рівняння для струму, що протікає вздовж прямолінійного провідника	61
2.5. Інтегральне рівняння Фредгольма 2-го роду і його розв'язок методом послідовних наближень	65
2.6. Розв'язок інтегрального рівняння для струмів у провіднику Галена. Вхідний опір симетричного вібратора	66
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 2	69
РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЕВОДІВ.....	71
3.1. Лема Лоренца.....	71
3.2. Електромагнітне поле хвилеводу у вигляді векторного ряду Фур'є, що складається із суми власних хвиль порожнистого хвилеводу	73
3.3. Повнота системи власних хвиль.....	79
3.4. Способи збудження електромагнітних хвиль у хвилеводах.....	87
3.5. Збудження хвилеводу за допомогою штиря.....	90
3.6. Окремі випадки: індуктивний штир, резонансний штир, коаксіально-хвилеводний перехід, детекторна головка НВЧ.....	97
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 3	101
РОЗДІЛ 4. ТЕЛЕГРАФНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ВУЗЬКОЇ ЩІЛИНИ В ХВИЛЕВОДІ.....	102
4.1. Магнітний струм і векторний потенціал вузької щілини, прорізаної в металевому екрані	102
4.2. Телеграфне рівняння для розподілення напруги вздовж вузької щілини	

і граничні умови на її кінцях	104
4.3. Властивості одиночної щілини в хвилеводі та її провідність. Гантелеподібна щілина	109
4.4. Дослідження властивостей щілин у прямокутних хвилеводах	115
4.4.1. Дослідження властивостей хвилеводів із щілиною	115
4.4.2. Провідність випромінювання із щілини в хвилевід	120
4.4.3. Провідність випромінювання щілини з хвилеводу в зовнішній об'єм	122
4.5 Дослідження властивостей двох щілин у хвилеводі	125
4.5.1. Щілини, які розташовані під різними кутами	125
4.5.2. Аналіз взаємної провідності між щілинами	127
4.5.3. Реактивна взаємна провідність	129
4.5.4. Активна взаємна провідність	132
4.5.5. Умови узгодження та повного випромінювання потужності з хвилеводу	132
4.5.6. Умови виходу потужності без відбиття	133
4.5.7. Умови повного виходу потужності	134
4.5.8. Розрахунок коефіцієнтів впливу активної провідності і умови повного виходу потужності	135
4.6. Методика вимірювання провідності щілин	137
4.7. Методика розрахунку електродинамічних характеристик щілини довільних розмірів та положення, прорізаної в стінках прямокутного хвилеводу	139
4.8. Дослідження залежності електродинамічних характеристик щілини, прорізаної у прямокутному хвилеводі, від зміни її розмірів та положення	152
4.9. Оптимізація розмірів та положення щілини за критерієм мінімуму коефіцієнта відбиття	167
4.10. Експериментальне дослідження КСХН поперечної щілини прорізаної в прямокутному хвилеводі за зміни її розмірів та положення	176
4.11. Експериментальне дослідження КСХН прямокутного хвилеводу з поздовжньою щілиною за зміни її розмірів та довжини штиря збудження	186
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 4	192
РОЗДІЛ 5. ХВИЛЕВОДИ З ЧАСТКОВИМ ЗАПОВНЕННЯМ ДІЕЛЕКТРИКАМИ	196
5.1. Використання хвилеводів з частковим діелектричним заповненням	196
5.2. Визначення ефективної діелектричної проникності прямокутного частково заповненого хвилеводу	200
5.3. Дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на	

розміри прямокутного хвилеводу.....	209
5.4. Експериментальне дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на електродинамічні характеристики та розміри прямокутного хвилеводу	219
5.5. Удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження.....	227
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 5	241
РОЗДІЛ 6. УЗГОДЖЕННЯ ЛІНІЙ ПЕРЕДАЧІ НВЧ.....	248
6.1. Принципи узгодження навантаження із лінією передачі.....	248
6.2. Трансформатори повних опорів на НВЧ	255
6.3. Чвертьхвильовий трансформатор.....	257
6.4. Трансформатор довжиною одна восьма від довжини хвилі.....	261
6.5. Трансформатор типу одиночної пересувної реактивної провідності	263
6.6. Двошлейфні та тришлейфні трансформатори.....	265
6.7. Плаский діелектричний трансформатор.....	269
6.8. Інші питання узгодження	270
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 6	273
РОЗДІЛ 7. УДОСКОНАЛЕНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ АНТЕНИ У ВИГЛЯДІ ВІДКРИТОГО КІНЦЯ КРУГЛОГО ХВИЛЕВОДУ	274
ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 7	288
ВИСНОВКИ.....	291
ДОДАТКИ.....	292
Додаток А. Розрахунки залежностей активної та реактивної провідностей випромінювання щілини в хвилевід та вільний простір, коефіцієнта відбиття щілини від зміни її параметрів, положення та діапазону частот	292

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ДС	– діаграма спрямованості;
ЕМХ	– електромагнітна хвиля;
ЕМП	– електромагнітне поле;
КБХ	– коефіцієнт біжучої хвилі;
КЗ	– коротке замикання;
ККД	– коефіцієнт корисної дії;
КЛ	– коаксіальна лінія;
КСХН	– коефіцієнт стоячої хвилі за напругою;
НВЧ	– надвисокі частоти;
РБХ	– режим біжучої хвилі;
РСХ	– режим стоячої хвилі;
ЦДУТ	– циліндричний діелектричний узгоджувальний трансформатор;
ЧЗХ	– частково заповнений хвилевід;
ЧДЗ	– часткове діелектричне заповнення.

ПЕРЕЛІК ПОЗНАЧЕНЬ

ρ	– об’ємна густина зарядів;
σ	– питома провідність середовища;
ε	– відносна діелектрична проникність середовища;
μ	– відносна магнітна проникність середовища;
ε_0	– відносна діелектрична проникність вакууму;
μ_0	– відносна магнітна проникність вакууму;
φ, ψ	– скалярні функції координат;
q	– спільний заряд еліпсоїда;
\bar{A}	– векторний потенціал;
k_0	– хвильове число в вільному просторі;
ω	– колова частота;
\bar{J}	– вектор густини струму;
c	– швидкість світла;
\bar{P}^e	– електричний вектор Герца;
\bar{P}^m	– магнітний вектор Герца;
λ_0	– довжина хвилі в вільному просторі;
λ	– робоча довжина хвилі;
$\lambda_{xв}$	– довжина хвилі в хвилеводі;
$\lambda_{рез}$	– резонансна довжина хвилі;
$\lambda_{кр}$	– критична довжина хвилі;
f	– робоча частота;
\bar{E}	– вектор напруженості електричного поля;
\bar{H}	– вектор напруженості магнітного поля;
$\bar{E}_{ст}$	– вектор напруженості стороннього електричного поля;
R_{Σ}	– потужність випромінювання;
R_{Σ}	– опір випромінювання;
C_n	– погонна ємність провідника;
L_n	– погонна індуктивність провідника;
\bar{M}_1	– вектор густини струму, що створюється вектором напруженості магнітного поля \bar{H}_1 ;
\bar{J}_1	– вектор густини струму, що створюється вектором напруженості електричного поля \bar{E}_1 ;
C_n^{\pm}	– амплітуда хвилі n типу, яка поширюється в напрямку зростання осі z та в напрямку її спадання;
\bar{E}_n^{\pm}	– вектор напруженості електричного поля хвилі n типу, яка поширюється в напрямку зростання осі z та в напрямку її спадання;

\bar{H}_n^\pm	– вектор напруженості магнітного поля хвилі n типу, яка поширюється в напрямку зростання осі z та в напрямку її спадання;
\bar{E}_m^\pm	– вектор напруженості електричного поля хвилі m типу, яка поширюється в напрямку зростання осі z та в напрямку її спадання;
\bar{H}_m^\pm	– вектор напруженості магнітного поля хвилі m типу, яка поширюється в напрямку зростання осі z та в напрямку її спадання;
N_n	– норма електромагнітного поля хвилі типу n ;
N_m	– норма електромагнітного поля хвилі типу m ;
$C^{(n)}$	– амплітуда падаючої хвилі в хвилеводі;
C_1^+	– амплітуда падаючої хвилі в хвилеводі в бік генератора ;
C_1^-	– амплітуда падаючої хвилі в хвилеводі в протилежний бік від генератора;
Γ	– коефіцієнт відбиття;
T	– коефіцієнт проходження;
$Y_{ш}$	– шунтуюча провідність;
\bar{F}	– магнітний векторний потенціал;
$\bar{E}_{щ}$	– вектор напруженості електричного поля щілини;
$\bar{H}_{щ}$	– вектор напруженості магнітного поля щілини;
α_{\mp}	– коефіцієнт зв'язку щілини з хвилеводом на основному типі поля;
G_0	– провідність випромінювання щілини в хвилевід;
G_Σ	– провідність випромінювання щілини в зовнішній простір;
jB	– реактивна провідність щілини;
Δ	– ширина щілини;
ε_r	– відносна діелектрична проникність матеріалу, яким заповнено хвилевід;
ε_{ef}	– ефективна діелектрична проникність;
t_x, t_y	– коефіцієнти заповнення хвилеводу вздовж відповідних осей;
η	– множник заповнення хвилеводу;
γ	– стала поширення в хвилеводі;
χ	– поперечне хвильове число;
$Z_{xв}$	– хвильовий опір;
$Z_{ш}$	– хвильовий опір штиря;
Y	– нормована провідність коаксіально-хвилеводного переходу зі сторони прямокутного хвилеводу;
$Z_{л}$	– хвильовий опір коаксіальної лінії живлення;

- $F_E(\theta)$ – нормована діаграма спрямованості в площині E;
 $F_H(\theta)$ – нормована діаграма спрямованості в площині H;
 K_{CXH} – коефіцієнт стоячої хвилі за напругою;
 Z_n – опір навантаження лінії;
 $K_{\bar{\sigma}}$ – коефіцієнт біжучої хвилі.

ПЕРЕДМОВА

Останнім часом у техніці надвисоких частот (НВЧ) та антенах відбуваються суттєві зміни, які пов'язані із освоєнням нових частотних діапазонів, удосконаленням елементної бази радіоелектронних пристроїв та застосуванням автоматизованих методів розрахунку і проектування. Зокрема, в діапазоні НВЧ часто застосовуються прямокутні та круглі хвилеводи в якості: ліній передачі енергії; елементів живлення антен; слабоспрямованих випромінювачів; елементів антенних систем. Тому вагоме значення мають питання узгодження прямокутних та круглих хвилеводів із їх пристроями збудження.

Матеріал монографії може бути застосований для розрахунку та проектування бортових та наземних антен сантиметрового діапазону хвиль радіотехнічних та телекомунікаційних систем різного призначення. Зокрема, слабоспрямованих випромінювачів у вигляді відкритих кінців прямокутного та круглого хвилеводів із покращеним узгодженням та частковим діелектричним заповненням (ЧДЗ) або без нього. Слабоспрямованих випромінювачів у вигляді гантелеподібних, поперечних, похилих, повздовжніх щілин та повздовжніх щілин, які збуджуються штирем. Для розрахунку та проектування антенних решіток (хвилевідно-щілинних антен). Для рішення питань резонансного узгодження та узгодження у смузї частот антен із лініями передачі енергії.

У монографії розглянуто методичний апарат аналізу пристроїв збудження прямокутних та круглих хвилеводів та прямокутних хвилеводів із ЧДЗ. Детально описані теоретичні підходи, які базуються на математичному апараті рівнянь Максвелла, рівнянь Гельмгольца, телеграфних рівнянь, електричних та магнітних векторних потенціалів, функції Гріна, леми Лоренца, умови ортогональності електромагнітних хвиль у прямокутних хвилеводах та дозволяють отримувати досить прості кінцеві вирази за достатньої для більшості практичних задач точності обчислень. Це дозволяє зручно будувати методики розрахунків антен, виконаних на базі прямокутних та круглих хвилеводів.

У монографії розглядаються розв'язки рівнянь Гельмгольца за допомогою функцій Гріна, теореми Умова-Пойтінга, рівняння

Фредгольма 2-го роду їх розв'язок методом послідовних наближень. Виведено лему Лоренца подібно до міркувань, які використовуються за доведення теореми Умова – Пойтінга. Розглядається електромагнітне поле (ЕМП) хвилеводу у вигляді векторного ряду Фур'є, що складається із суми власних хвиль порожнистого хвилеводу. Система власних хвиль хвилеводу отримана на основі рішення двомірних рівнянь Гельмгольца у поперечному перерізі хвилеводу. Визначено поперечні складові ЕМП у вигляді суми власних хвиль хвилеводу, помножених на коефіцієнти, залежні від повздовжньої координати. Струми збудження хвилеводу виражено через поля, що забезпечило визначеність без обмежень задачі збудження.

У монографії розглядаються задачі збудження хвилеводів за допомогою тонких штирів та вузьких щілин.

Зокрема виведено універсальний вираз (3.5.15) для нормованої шунтуючої провідності, що вноситься штирем, навантаженим на опори z_1 та z_2 , яка може бути застосована в різних часткових випадках за зміни характеру опорів навантажень z_1 та z_2 за розрахунку та проектування антен і елементів техніки надвисоких частот. Розглянуто застосування виразу (3.5.15) для окремих випадків: індуктивного штиря; резонансного штиря; коаксіально-хвилеводного переходу; детекторної головки НВЧ.

Визначено магнітний струм і векторний потенціал вузької щілини, прорізаної в металевому екрані та телеграфне рівняння для розподілення напруги вздовж вузької щілини з граничними умовами на її кінцях. На цій основі виведені вирази для активної та реактивної складових провідностей випромінювання із щілини в хвилевід та з хвилеводу в зовнішній простір. Зокрема визначено умови випромінювання потужності щілиною із хвилеводу з мінімальним відбиттям. Розглянуто властивості двох щілин у хвилеводі за їх різного розташування. Виведено вирази для розрахунку активної та реактивної взаємних провідностей двох щілин. Наведено методику вимірювання провідності щілини.

Детально описується методика розрахунку електродинамічних характеристик щілини довільних розмірів та положення, прорізаної в стінках прямокутного хвилеводу. Запропонована методика має невисоку складність. Показано визначення активної провід-

ності випромінювання щілини в хвилевід через норму його власної функції та коефіцієнт зв'язку щілини з хвилеводом на основному типі поля. А також розрахунок амплітуд прямої та зворотної хвиль основного типу, що збуджуються щілиною, через напругу між кромками щілини в її центрі й коефіцієнт її зв'язку з хвилеводом на основному типі поля. На основі наведеної методики шляхом моделювання проведений аналіз можливості змінювати електродинамічні характеристики щілини (зменшувати коефіцієнт відбиття щілини), прорізаної у прямокутному хвилеводі, через відповідний вибір її розмірів, положення та робочої довжини хвилі.

Розглядається питання оптимізації розмірів та положення щілини за критерієм мінімуму коефіцієнта відбиття шляхом викладення відповідної методики. Обґрунтовано та аналітично описано інтегральний коефіцієнт відбиття щілини в заданому діапазоні частот, який описується формулою (4.9.23).

Наведено результати експериментальних досліджень: зміни коефіцієнта стоячої хвилі за напругою (КСХН) поперечної щілини прямокутного хвилеводу за зміни її розмірів та положення; зміни КСХН прямокутного хвилеводу з повздовжньою щілиною за зміни її розмірів, положення та довжини штиря збудження.

Розглянуті питання застосування хвилеводів із частковим діелектричним заповненням та метод їх розрахунку за допомогою зв'язаних хвиль. Отримано аналітичні вирази для ефективної діелектричної проникності частково заповненого хвилеводу (ЧЗХ) з двома діелектричними пластинами та узагальнено випадок однієї діелектричної пластини за їх довільного розташування, проникностей та розмірів, шляхом введення множника заповнення. Наведено результати проведеного експериментального дослідження щодо можливості використання часткового діелектричного заповнення для зменшення необхідних розмірів прямокутних хвилеводів. За цього враховано: основні модифікації часткового заповнення; розміри елементів діелектричного заповнення; відносну діелектричну проникність матеріалу; коефіцієнти заповнення хвилеводу вздовж осей. Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що вони можуть бути використані для зменшення масогабаритних показників антенно-фідерних систем сан-

тиметрового діапазону хвиль, зокрема в відповідних портативних радіоелектронних засобах. Наведені результати експериментального дослідження впливу ЧДЗ на електродинамічні характеристики прямокутного хвилеводу підтверджують доцільність представленої методики.

Представлено удосконалену методику розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження. У методиці одночасно враховано ефективну діелектричну проникність ЧДЗ, зміну розмірів штиря збудження та його зміщення відносно осі хвилеводу для зменшення геометричних розмірів поперечного перерізу хвилеводу та покращення узгодження антени у визначеній смузі частот. З цією метою значення ефективної діелектричної проникності знайдено через власні поперечні векторні функції порожнистого хвилеводу. В методиці зокрема наводиться удосконалений вираз для розрахунку нормованої провідності коаксіально-хвилеводного переходу зі сторони прямокутного хвилеводу, який дозволяє забезпечити узгодження штиря збудження з коаксіальною лінією живлення шляхом визначення (оптимізації) його розмірів та положення у хвилеводі.

Послідовно вивчаються основні принципи узгодження хвилеводів різних перерізів із лінією передачі. Розглянуті різні види узгодження з допомогою: чвертьхвильового трансформатора; трансформатора довжиною $\lambda/8$; трансформатора типу одиночної пересувної реактивної провідності; двошлейфних та тришлейфних трансформаторів; плаского діелектричного трансформатора.

Детально розглядається удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу із циліндричним діелектричним узгоджувальним трансформатором (ЦДУТ). Методика відрізняється удосконаленням та виведенням нових розрахункових формул, що враховують вплив торцевих ємностей, які показують наступні особливості: довжина ЦДУТ повинна бути меншою чверті довжини хвилі, за цього величина зменшення визначається ємністю торців; торцеві ємності збільшують необхідний хвильовий опір цього трансформатора; смуга пропускання антени збільшується за зменшення перепаду опорів, які підлягають узгодженню. Для відкритого кінця хвилеводу кру-

глого перерізу із ЦДУТ, розрахованим за удосконаленою методикою, діаграми спрямованості (ДС) як у площині Е, так і в площині Н наближаються до ДС круглого хвилеводу із синфазним розкриттям.

Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів доведено збіжністю результатів розрахунку за граничних умов із відомими результатами, збіжністю отриманих формул за одиницями вимірювання та результатами експериментальних вимірювань.

Наведено графічний матеріал розрахункових та експериментальних залежностей, програми розрахунків та математичного моделювання Mathcad 15 Professional. Виготовлено: дослідні зразки антен на базі хвилеводів із пристроями збудження, а саме прямокутного хвилеводу із діелектричними пластинами та штирем збудження, круглого хвилеводу із ЦДУТ; дослідний зразок прямокутного хвилеводу із поперечною щілиною, що повертається; дослідний зразок прямокутного хвилеводу із поздовжньою щілиною, що повертається та штирями збудження.

Практичне значення результатів досліджень полягає у можливості синтезу (проектування) антен з покращеним узгодженням та зменшеним поперечним перерізом хвилеводу за незмінних його електричних розмірів.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕМИ ПОТЕНЦІАЛУ

1.1. Формули Гріна і розв'язок рівнянь Пуассона

Для розв'язку рівняння Гельмгольца, отриманого із рівнянь Максвелла [1.1–1.3], розглянуті задачі розповсюдження радіохвиль у хвилеводах та довгих лініях, що дозволило розрахувати поле навколо неоднорідностей та узгоджувати хвилеводи різних типів із навантаженням.

Більшість задач можна розв'язувати іншими методами, наприклад, із застосуванням формули Гріна [1.4–1.7].

Розглянемо виведення формул Гріна. Виведемо першу формулу [1.4–1.7]. Будемо вважати, що вектор $grad \psi$ множиться на функцію координати φ та інтегрується за замкненою поверхнею S . Потім використовується теорема Остроградського-Гауса. В отриманому об'ємному інтегралі від дивергенції добутку $\varphi grad \psi$ відкривається дивергенція добутку за формулою:

$$div(\varphi grad \psi) = \varphi \Delta \psi + (grad \varphi grad \psi).$$

У результаті отримуємо першу формулу Гріна:

$$\oint_S \varphi (grad \psi, d\bar{S}) = \oint_V \varphi \Delta \psi dV + \oint_V (grad \varphi grad \psi) dV. \quad (1.1.1)$$

Скалярному добутку можна надати інший вигляд:

$$(grad \psi, d\bar{S}) = \frac{d\psi}{dn} dS, \quad (1.1.2)$$

де n – відстань вздовж зовнішньої нормалі до поверхні S ;

dS – скалярне значення величини елементарної площі.

Виведемо другу формулу Гріна. Запишемо для цього формулу (1.1.1), врахувавши значення скалярного добутку (1.1.2). Потім поміняємо місцями в першій формулі Гріна скалярні функції φ і ψ :

$$\int_S \varphi \Delta \psi dV + \int_V (\text{grad } \varphi \text{ grad } \psi) dV = \oint_S \varphi \frac{d\psi}{dn} dS,$$

$$\int_V \psi \Delta \varphi dV + \int_V (\text{grad } \varphi \text{ grad } \psi) dV = \oint_S \psi \frac{d\varphi}{dn} dS.$$

Так як формула Гріна (1.1.1) була виведена для будь-яких двох функцій координат φ і ψ , що мають похідні та інтегруються в об'ємі V і на поверхні S , то ці функції рівноправні, їх можна міняти місцями.

Віднімемо друге рівняння із першого. У результаті віднімання інтеграли від скалярного добутку градієнтів скорочуються, так як скалярний добуток не залежить від порядку співмножників. Отримаємо другу формулу Гріна:

$$\int_V (\varphi \Delta \psi - \psi \Delta \varphi) dV = \oint_S \left(\varphi \frac{d\psi}{dn} - \psi \frac{d\varphi}{dn} \right) dS. \quad (1.1.3)$$

Друга формула Гріна має важливу роль у теорії потенціалу. Використаємо її для розв'язку основного рівняння електростатики, яке виходить із закону повного струму Фарадея-Максвелла [1.8]:

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (1.1.4)$$

де ρ – об'ємна густина зарядів, ε – відносна діелектрична проникність середовища.

Рівняння (1.1.4) має назву рівняння Пуассона. В ліву частину його входить лапласіан електростатичного потенціалу φ , а в праву – об'ємна густина зарядів ρ , що ділиться на відносну діелектричну проникність середовища ε , яка, за виведення рівняння Пуассона, не залежить від координат.

Вважається, що об'ємна густина зарядів задана як функція координат. Потрібно знайти електростатичний потенціал φ , створений об'ємними зарядами. Для розв'язку цієї задачі використовується друга формула Гріна (1.1.3). В курсі фізики за допомогою

потенціалу точкового заряду такий розв'язок не достатньо строгий, оскільки в деяких випадках його не існує. Метод, який використовується для розв'язку статичної задачі, може бути затосований для динамічних задач.

У другу формулу Гріна входять дві функції, одну з яких будемо вважати шуканим електростатичним потенціалом φ . Другу функцію, яка буде допоміжною і називається функцією Гріна, будемо шукати за наступних умов:

1. Нехай функція ψ залежить тільки від одного радіуса в сферичній системі координат;

2. Функція Гріна ψ задовольняє однорідному рівнянню Пуассона (1.1.4), тобто рівнянню Лапласа.

Запишемо рівняння Лапласа в сферичній системі координат:

$$\Delta\psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = 0, \quad (1.1.5)$$

враховуючи тільки похідні за радіусом відповідно до першої умови.

Інтегруючи рівняння (1.1.5), отримуємо:

$$\psi = -\frac{C_1}{r} + C_2,$$

де C_1, C_2 – довільні постійні інтегрування.

Виберемо із сімейства можливих функцій Гріна найпростішу, наприклад, $C_1 = -1, C_2 = 0$.

У результаті отримуємо наступний вираз:

$$\psi = \frac{1}{r}. \quad (1.1.6)$$

Розглянемо розв'язок рівняння Пуассона (1.1.4). Для цього підставимо в другу формулу Гріна (1.1.3) значення електростатичного потенціалу φ і функцію Гріна (1.1.6). За цього бачимо, що на початку координат, коли $r = 0$, функція Гріна прямує до нескінченності так, що формула (1.1.3) втрачає зміст. Для уникнення цього початок координат обирається у сфері малого радіуса δ і в якості об'єму V розглядається частина простору, що знаходиться

між поверхнями малої сфери із радіусом δ і концентричної сфери великого радіусу R . В подальшому, після отримання розв'язку, радіус малої сфери спрямовується до нуля, а великої – до нескінченності. У результаті чого об'єм V буде займати весь простір.

Таким чином, поверхня, що оточує об'єм V , буде складатися із поверхонь двох сфер – зовнішньої та внутрішньої, а об'єм буде знаходитися між ними. Зовнішньою нормаллю до об'єму на поверхні зовнішньої сфери буде продовження радіусу, а на поверхні внутрішньої сфери зовнішня до об'єму нормаль буде направлена до її центру так, що похідна за нормаллю у другій формулі Гріна (1.1.3) буде представляти собою похідну за радіусом із протилежним знаком.

Запишемо тепер другу формулу Гріна (1.1.3) для розглянутого вище випадку. Лапласіан функції Гріна ψ , згідно із рівнянням (1.1.5), що є визначенням функції ψ , буде дорівнювати нулю. Лапласіан шуканого потенціалу φ , згідно із рівнянням Пуассона (1.1.4), буде дорівнювати $-\rho/\varepsilon$.

Таким чином, ліву частину рівняння (1.1.3) можна записати в вигляді:

$$\int_V (\varphi \Delta \psi - \psi \Delta \varphi) dV = \frac{1}{\varepsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV. \quad (1.1.7)$$

Права частина формули Гріна (1.1.3) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \oint_S \left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS &= \int_{S_\delta} \left[\varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial (-r)} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{r \partial (-r)} \right] dS + \\ &+ \int_{S_R} \left[\varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial (-r)} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{r \partial r} \right] dS. \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

У формулі (1.1.8) інтеграл за поверхнею об'єму V , яка знаходиться між поверхнями малої сфери S_δ і великої сфери S_R , складається із двох – за поверхнею малої сфери і за поверхнею вели-

кої сфери. За цього диференціювання за відстанню вздовж зовнішньої, відносно об'єму V , нормалі відповідає диференціюванню за радіусом із протилежним знаком. Під знаком інтегралу за малою сферою є дві складові. Розглянемо границю інтеграла від першої складової за наближення радіуса сфери δ до нуля. Взявши похідну, враховуючи, що на поверхні сфери радіус постійний (дорівнює δ) і може бути винесений із під знаку інтегралу, отримаємо:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\int_{S_\delta} \varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial (-r)} dS \right] = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\delta^2} \int_{S_\delta} \varphi dS \right] = 4\pi\varphi. \quad (1.1.9)$$

У формулі (1.1.9) застосовано теорему про середнє значення і підставлено інтеграл у вигляді добутку середнього значення φ на площу поверхні сфери $4\pi\delta^2$. Після цього скорочено на δ^2 , і здійснено перехід до границі за $\delta \rightarrow 0$. У результаті в (1.1.9) отримано значення φ початку координат. Покажемо, що інтеграл за S_δ від другої складової в границях перетворюється в нуль. Для цього робиться заміна під знаком інтегралу похідної $\frac{\partial \varphi}{\partial r}$ на її найбільше абсолютне значення і оцінюється абсолютне значення інтеграла:

$$\left[\int_{S_\delta} \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} dS \right] \leq \frac{1}{\delta} \int_{S_\delta} M dS = 4\pi M \delta, \quad (1.1.10)$$

де M – найбільше абсолютне значення $\frac{\partial \varphi}{\partial r}$ на поверхні сфери.

За $\delta \rightarrow 0$ права частина (1.1.10) перетворюється в нуль.

Оцінимо абсолютне значення інтегралу за нескінченно віддаленою сферою, який виходить із інтегралу за поверхнею S_R радіусом R , що наближається до нескінченності.

Оскільки на поверхні S_R радіус $r = R$ і постійний, то його можна винести за знак інтегралу:

$$\int_{S_\delta} \left[\varphi - \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right] = -\frac{1}{R^2} \int_{S_R} \varphi dS - \frac{1}{R} \int_{S_R} \frac{\partial \varphi}{\partial r} dS. \quad (1.1.11)$$

Вираз (1.1.11) показує, що не всі значення потенціалу, як функції відстані від початку координат, дають збіжні значення інтегралу. Достатньою умовою збіжності є наступний вираз:

$$|\varphi| \leq \frac{A_0}{r^{1+\alpha}}, \quad r > R_0, \quad (1.1.12)$$

де α – постійне число, більше нуля; A_0, R_0 – великі постійні числа.

Дійсно:

$$\left| \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right| \leq \frac{\alpha A_0}{r^{2+\alpha}}, \quad (1.1.13)$$

підстановка формул (1.1.12) і (1.1.13) під знаки інтегралів у (1.1.11) із наступним інтегруванням показує, що за нескінченного зростання радіусу сфери інтеграл за її поверхнею перетворюється в нуль.

Підставляючи у (1.1.13) формули (1.1.7) та (1.1.9) та враховуючи, що (1.1.10), (1.1.11) перетворюються в нуль, можна отримати теорему електростатичного потенціалу:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV, \quad (1.1.14)$$

де r – відстань від елемента dV , в якому визначена об'ємна густина заряду ρ , до точки, в якій визначається потенціал φ .

Формула (1.1.14) зберігає зміст тільки за виконання умов збіжності інтегралу за нескінченно віддаленою сферою (1.1.12).

Розглянемо другу формулу Гріна (1.1.13), з якої отримано вираз електростатичного потенціалу (1.1.14), який можна записати у вигляді:

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV = 4\pi\varphi + \oint_{S_R} \left(\varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial n} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right) dS, \quad (1.1.15)$$

де n – відстань вздовж зовнішньої нормалі до поверхні S_R .

Якщо об'ємні заряди розподілені в кінцевій області простору, то інтеграл за нескінченно віддаленою сферою перетворюється в нуль. Але рівняння (1.1.15) показує, що поверхневий інтеграл дорівнює нулю за поверхнею будь-якого розміру та форми, за умови, що ці поверхні охоплюють всі об'ємні заряди і точку визначення потенціалу.

У багатьох практичних задачах розглядаються плоско паралельні електростатичні поля, які залежать від декартових координат.

Для опису плоско паралельного поля достатньо двох незалежних змінних, оскільки поле змінюється тільки в поперечній площині. В цьому випадку потрібно в якості замкнутої поверхні, за виведення теореми потенціалу, взяти поверхню циліндричну із утворюючими циліндр паралельними координатними лініями. Декартові координати ліній обмежені двома поперечними площинами, що знаходяться на одиничній відстані.

Поверхневі інтеграли за двома поверхнями поперечних перерізів за другою формулою Гріна (1.1.13) перетворюються в нуль, оскільки потенціал і функція Гріна не залежать від декартової координати і їх градієнти перпендикулярні поверхням поперечних перерізів.

За виведення теореми потенціалу, для цього випадку, можна обрати двовимірну область. Об'єм замінити на поверхню S , яка обмежена контуром, що отриманий шляхом перерізу циліндричною поверхнею поверхні поперечного перерізу. Дану поверхню позначимо S – двовимірний об'єм. Тоді поверхнею у другій фор-

мулі Гріна буде лінія контуру, описана вище, тобто поверхня буде одновимірною.

Рівняння Пуассона і відповідні йому рівняння Лапласа будуть двовимірні і функція Гріна для цієї задачі, що представляє собою рішення рівняння Лапласа в циліндричній системі координат, буде логарифмічною, а теорема потенціалу буде мати вигляд:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_S (\ln r) \rho dS. \quad (1.1.16)$$

Особливістю виразу (1.1.16) є те, що розмірність густини заряду така, як у формулі (1.1.14). Проте інтегрування за поверхнею передбачає розгляд інтегралів, що впливають за виведення формули (1.1.16), як об'ємних на одиницю довжини в напрямку декартової координати. Це необхідно для збіжності розв'язку. Потрібно також, щоб позитивний заряд був рівний сумарному від'ємному заряду, тобто заряду із позитивною густиною об'ємного заряду. Від'ємна густина заряду дозволяє визначати логарифм від числа r . В такому випадку підінтегральний вираз буде містити різницю логарифмів, і, відповідно, під знаком логарифму буде відношення відстаней, тобто безрозмірне число.

1.2. Поле трьохосового еліпсоїда

Використаємо теорему потенціалу для розрахунку еліпсоїдального електростатичного поля, яке утворюється навколо зарядженого еліпсоїда. Еліпсоїд будемо вважати провідником, так що його поверхня буде екіпотенціальною. Всередині еліпсоїда потенціал, відповідно, буде постійним і електричне поле буде рівним нулю.

Вибирається на поверхні еліпсоїда елемент ∂f_1 із густиною поверхневого заряду σ_1 . Необхідно знайти поле, яке даний заряд створює в деякій точці P всередині еліпсоїда, розташованій від цього елемента поверхні на відстані r_1 (рис. 1.1).

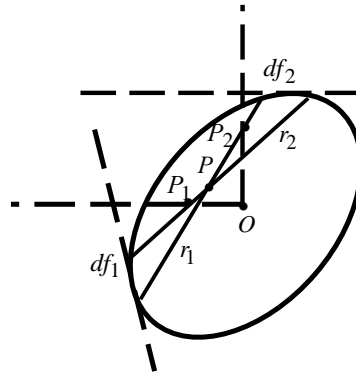


Рис. 1.1. Умова електростатичної рівноваги

Згідно із теоремою потенціалу (1.1.14), потенціал, утворений цим елементом, буде мати значення:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\sigma_1 df_1}{r_1}. \quad (1.2.1)$$

Напруженість електричного поля, створена цим потенціалом, буде направлена вздовж r_1 і буде дорівнювати значенню:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\sigma_1 df_1}{r_1^2}. \quad (1.2.2)$$

Через точку P і краї елемента df_1 проводиться конічна поверхня до перетину із протилежною поверхнею еліпсоїда (рис. 1.1), на якій даний конус вирізає поверхню df_2 . Напруженість електричного поля, створена зарядом, розташованим на поверхні df_2 і в точці P , буде за величиною дорівнювати:

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\sigma_2 df_2}{r_2^2}. \quad (1.2.3)$$

Оскільки ці поля мають протилежні напрямки, якщо вони рівні за величиною, результуюче поле від цих двох елементів заряду в точці P буде дорівнювати нулю. Вказану умову можна представити прирівнявши формули (1.2.2) і (1.2.3):

$$\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\sigma_1 df_1}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\sigma_2 df_2}{r_2^2}. \quad (1.2.4)$$

Якщо умова (1.2.4) буде виконана для будь-якої точки всередині еліпсоїда і для будь-якої пари спряжених елементів, то результуюче поле всередині еліпсоїда буде дорівнювати нулю. Умову (1.2.4) можна вважати умовою електростатичної рівноваги. Умову можна також змінити, зауваживши, що тілесний кут $d\omega$ вирізаний обома конусами, однаковий для них. Тому можна пов'язати між собою поверхні df_1 та df_2 за допомогою виразу для тілесного кута через площу цих поверхонь і косинус кутів, які складаються радіус векторами $\overline{r_1}$ та $\overline{r_2}$ із нормаллями $\overline{n_1}$ і $\overline{n_2}$ до поверхонь df_1 та df_2 :

$$d\omega = \frac{df_1}{r_1^2} \cos(n_1, r_1) = \frac{df_2}{r_2^2} \cos(n_2, r_2). \quad (1.2.5)$$

Використовуючи рівність (1.2.5), можна переписати (1.2.4) у наступному вигляді:

$$\frac{\sigma_1}{\cos(n_1, r_1)} = \frac{\sigma_2}{\cos(n_2, r_2)}. \quad (1.2.6)$$

Рівність (1.2.6) представляє собою умову електростатичної рівноваги незалежно від форми металевих поверхонь. Звідси вводяться геометричні співвідношення для еліпсоїда. Відношення косинусів в умовах електростатичної рівноваги (1.2.6) можна замінити відношенням відстаней від точки P до дотичної площини в елементах df_1 та df_2 . Для того щоб довести це, розглянемо вираз для нормалі до поверхні еліпсоїда, яка описується рівнянням:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1. \quad (1.2.7)$$

Знайдемо нормаль до поверхні еліпсоїда, як градієнт лівої частини, помноживши його скалярно на вектор, направлений на df_1 та df_2 і нормуючи співмножники до одиниці, отримаємо $\cos(n_2, r_2)$. Змінивши напрямок вектора та помноживши на градієнт в точці df_1 , отримаємо $\cos(n_1, r_1)$. Після цього можна буде ви-

разити відношення косинусів, що входять у (1.2.6) через параметри еліпсоїда.

Позначимо координати точок елементів df_1 та df_2 відповідно через $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$, вектор направлений від df_1 та df_2 :

$$\bar{r}_{12} = \bar{e}_x(x_1 - x_2) + \bar{e}_y(y_1 - y_2) + \bar{e}_z(z_1 - z_2),$$

вектор, направлений протилежно:

$$\bar{r}_{21} = \bar{e}_x(x_2 - x_1) + \bar{e}_y(y_2 - y_1) + \bar{e}_z(z_2 - z_1).$$

Значення градієнтів у точках x_1, y_1, z_1 і x_2, y_2, z_2 визначаються диференціюванням (1.2.7). Наприклад, градієнт у точці x_1, y_1, z_1 :

$$\text{grad}\Phi(x_1, y_1, z_1) = \bar{e}_x \frac{2x_1}{a^2} + \bar{e}_y \frac{2y_1}{b^2} + \bar{e}_z \frac{2z_1}{c^2}.$$

Для отримання одиничного вектора зовнішньої нормалі до поверхні еліпсоїда, потрібно розділити значення градієнта на його модуль. Зауважимо це і перейдемо до обчислення відношення косинусів. Для цього спочатку перетворимо скалярні добутки векторів на градієнти:

$$\left(\bar{r}_{12} \text{grad}\Phi(x_1, y_1, z_1)\right) = 2 \left[\frac{x_1 x_2}{a^2} + \frac{y_1 y_2}{b^2} + \frac{z_1 z_2}{c^2} - 1 \right]. \quad (1.2.8)$$

Замінено суму відношень квадратів координат до квадратів півосей через одиницю із рівняння поверхні еліпсоїда (1.2.7).

Другий скалярний добуток буде відрізнятися від першого тільки зміною координат, тобто, замість координати першої точки повинні увійти координати другої і навпаки. У результаті отримаємо той самий вираз (1.2.8). Таким чином, відношення скалярних добутків буде дорівнювати одиниці:

$$\frac{\left(\bar{r}_{21} \text{grad}\Phi(x_1, y_1, z_1)\right)}{\left(\bar{r}_{12} \text{grad}\Phi(x_2, y_2, z_2)\right)} = 1. \quad (1.2.9)$$

Проте модулі градієнта різні, а так як відношення косинусів визначається відношенням скалярних добутків векторів на нормаль, то

$$\frac{\text{grad}\Phi(x_2, y_2, z_2)}{\text{grad}\Phi(x_1, y_1, z_1)} = \frac{\cos(n_1, r_1)}{\cos(n_2, r_2)}. \quad (1.2.10)$$

Перед виведенням формули (1.2.8) визначено градієнт з якого можна знайти відношення модулів (1.2.10):

$$\frac{\cos(n_1, r_1)}{\cos(n_2, r_2)} = \frac{\sqrt{x_2^2/a^4 + y_2^2/b^4 + z_2^2/c^4}}{\sqrt{x_1^2/a^4 + y_1^2/b^4 + z_1^2/c^4}}. \quad (1.2.11)$$

У формулу (1.2.11) можна ввести відстань від початку координат до площин дотичних до поверхні еліпсоїда в точках $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$. Відстань від початку координат до дотичної площини можна визначити як скалярний добуток векторної координати точки на зовнішню нормаль. Вираз для відстані до дотичної поверхні в точці x_1, y_1, z_1 буде наступним:

$$P_1 = \left(\overline{e_x x_1 + e_y y_1 + e_z z_1} \frac{\overline{e_x \frac{2x_1}{a^2} + e_y \frac{2y_1}{b^2} + e_z \frac{2z_1}{c^2}}}{\sqrt{4x_1^2/a^4 + 4y_1^2/b^4 + 4z_1^2/c^4}} \right) = \quad (1.2.12)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x_1^2/a^4 + y_1^2/b^4 + z_1^2/c^4}}.$$

Порівнюючи вирази (1.1.11) і (1.2.12), можемо ввести в (1.2.11) відстань від початку координат до дотичних площин p_1 та p_2 (рис. 1.1):

$$\frac{\cos(n_1, r_1)}{\cos(n_2, r_2)} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.2.13)$$

Тоді умову електростатичної рівноваги (1.1.6) можна переписати наступним чином:

$$\frac{\sigma_1}{p_1} = \frac{\sigma_2}{p_2}. \quad (1.2.14)$$

Таким чином, відношення густини заряду до довжини нормалі, опущеної на початок координат на дотичну поверхню, є пос-

тійною величиною. Оскільки постійна величина не залежить від точки P , в якій перетинаються конуси, що опираються на площі df_1 та df_2 , то, відповідно, можна провести через точку P декілька ліній, що з'єднують протилежні площі на поверхні еліпсоїда. Тому постійна величина відношення поверхневої густини заряду до довжини нормалі буде однакою для всіх площ на еліпсоїді. Тоді можна написати рівняння для розподілення заряду на поверхні еліпсоїда в наступному вигляді:

$$\sigma = \text{const } P, \quad (1.2.15)$$

де константа може бути визначена через спільний заряд еліпсоїда q , який повинен бути рівним поверхневому інтегралу від поверхневої густини заряду σ :

$$q = \oint_S \sigma dS = \text{const} \oint_S p dS. \quad (1.2.16)$$

Зауважимо, що добуток dS на довжину нормалі, опущеної на початок координат на дотичну поверхню p , дорівнює потрійному значенню об'єму конуса з вершиною на початку координат, що опирається на площу dS . Додаючи всі об'єми конусів, отримаємо потрійний об'єм еліпсоїда, який дорівнює $(4/3)\pi abc$. Підставимо це значення в (1.2.16), визначивши звідти константу. Потім, підставляючи ці значення у (1.2.15), отримаємо важливе співвідношення між поверхневою густиною заряду і відстанню до дотичної поверхні p :

$$\sigma = \frac{q}{(4/3)\pi abc} p. \quad (1.2.17)$$

Розглянемо фізичний зміст виразу (1.2.17). Відомо, що еліпсоїд екіпотенціальний. Проте заряд на його поверхні, відповідно до виразу (1.2.17), розподілений нерівномірно. Заряд розподілений на частинах поверхні, які мають найбільшу кривизну. Чим більш витягнутий еліпсоїд, тим більша частина його заряду зміщена на його кінці. Оскільки нормальна складова вектора електричної індукції дорівнює густині поверхневого заряду на поверх-

ні еліпсоїда, яка є провідником, то напруженість електричного поля дорівнює електричній індукції, поділеній на діелектричну проникність середовища. Вона буде тим більша, чим більша поверхнева густина заряду. Це означає, що на частинах еліпсоїда, які мають більшу кривизну, зростає сила електричного поля.

Знайдемо розподілення потенціалу навколо зарядженого еліпсоїда. Доведемо, що поверхня нескінченно близько розташованого еліпсоїда, має такі фокуси, як і початкова (конфокальна), і є еквіпотенціальною. Запишемо рівняння поверхні цього еліпсоїда:

$$\frac{x_1^2}{a^2 + d\mu} + \frac{y_1^2}{b^2 + d\mu} + \frac{z_1^2}{c^2 + d\mu} = 1. \quad (1.2.18)$$

Знайдемо приріст потенціалу початкового еліпсоїда за переміщення на відстань dn вздовж нормалі до його поверхні:

$$d\varphi = (\text{grad } \varphi, \bar{n}) dn = -\frac{\sigma}{\varepsilon} dn = -\frac{q\rho dn}{4\pi\varepsilon abc}. \quad (1.2.19)$$

За постійного значення $d\varphi$ із попередньої рівності отримуємо рівняння для dn і, відповідно, рівняння для поверхні нового еквіпотенціального еліпсоїда, потенціал якого відрізняється на $d\varphi$ від початкового потенціалу. Знайдемо зв'язок ρdn (1.2.19), який є постійним для еквіпотенціальної поверхні, та $d\mu$ з рівняння (1.2.18). Якщо такий зв'язок може бути встановлений для всіх точок еліпсоїда, то це доведе, що еліпсоїд (1.2.18) буде мати еквіпотенціальну поверхню.

Позначимо векторну координату початкового еліпсоїда (1.2.7), як $\bar{r} = \bar{e}_x x + \bar{e}_y y + \bar{e}_z z$, а відповідну їй координату еліпсоїда (1.2.18):

$$\bar{r}_1 = \bar{e}_x x_1 + \bar{e}_y y_1 + \bar{e}_z z_1 = \bar{r} + \bar{n} dn, \quad (1.2.20)$$

де вектор одиничної нормалі \bar{n} до поверхні початкового еліпсоїда дорівнює:

$$n = \frac{\text{grad } \Phi}{|\text{grad } \Phi|} = \rho \left(\bar{e}_x \frac{x}{a^2} + \bar{e}_y \frac{y}{b^2} + \bar{e}_z \frac{z}{c^2} \right), \quad (1.2.21)$$

Визначаючи x_1, y_1, z_1 із попередніх виразів і підставивши їх у рівняння екіпотенціальної поверхні (1.2.18), отримуємо:

$$\frac{x^2 \left(1 + \frac{pdn}{a^2}\right)^2}{a^2 + d\mu} + \frac{y^2 \left(1 + \frac{pdn}{b^2}\right)^2}{b^2 + d\mu} + \frac{z^2 \left(1 + \frac{pdn}{c^2}\right)^2}{c^2 + d\mu} = 1. \quad (1.2.22)$$

Рівняння (1.2.22) показує, що з точністю до малих величин другого порядку виконується рівність:

$$d\mu = 2pdn. \quad (1.2.23)$$

Обмежуючись членами першого порядку, з (1.2.22) можна отримати наступну рівність:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \right) (2pndn - d\mu) = 1,$$

звідки, приймаючи до уваги рівняння еліпсоїда (1.2.7), отримуємо (1.2.23). Таким чином, можна переходити послідовно від одного еліпсоїда до нескінченно близько розташованого до нього екіпотенціального еліпсоїда. З рівняння (1.2.19) і співвідношення (1.2.23) можна записати рівність:

$$d\varphi = - \frac{qd\mu}{8\pi\varepsilon\sqrt{(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(c^2 + \mu)}}. \quad (1.2.24)$$

Будемо вважати потенціал у нескінченності рівним нулю, тоді розподілення потенціалу навколо еліпсоїда буде мати вигляд:

$$\varphi = - \frac{q}{8\pi\varepsilon} \int_{\infty}^{\mu} \frac{qd\mu}{\left[(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(c^2 + \mu) \right]^{1/2}}. \quad (1.2.25)$$

Вважаючи на поверхні еліпсоїда $\mu = 0$, отримаємо вираз для ємності еліпсоїда:

$$C = - \frac{q}{8\pi\varepsilon} \left[\int_0^{\infty} \frac{d\mu}{\left[(a^2 + \mu)(b^2 + \mu)(c^2 + \mu) \right]^{1/2}} \right]^{-1}. \quad (1.2.26)$$

Формула (1.2.26) дозволяє визначити у всіх випадках ємність еліпсоїда. Розглянемо два окремих випадки ємності видовженого і сплющеного еліпсоїдів обертання. У першому випадку $a > b = c$. Введемо заміну змінної інтегрування в (1.2.26), допускаючи $\sqrt{a^2 + \mu} = \xi$:

$$\int_0^{\infty} \left[(b^2 + \mu) \sqrt{a^2 + \mu} \right]^{-1} d\mu = 2 \int_0^{\infty} (\xi^2 - f^2) d\xi =$$

$$= -\frac{1}{f} \ln \left[\frac{a-f}{a+f} \right], \quad f = \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (1.2.27)$$

Підставляючи (1.2.27) в (1.2.26) отримаємо значення ємності видовженого еліпсоїда обертання:

$$C = \frac{8\pi\epsilon f}{\ln \left[\frac{a+f}{a-f} \right]}, \quad a > b, \quad C = \frac{8\pi\epsilon a}{\ln \frac{2a}{b}}. \quad (1.2.28)$$

У другому випадку $a = b > c$, введемо заміну змінної $\sqrt{c^2 + \mu} = \xi$, тоді інтеграл в (1.2.26) буде мати вигляд:

$$\int_0^{\infty} \frac{d\mu}{(a^2 + \mu) \sqrt{c^2 + \mu}} = \int_0^{\infty} \frac{2d\xi}{a^2 - c^2 + \xi^2} = \frac{2}{\sqrt{a^2 - c^2}} \times$$

$$\times \int_{c/\sqrt{a^2 - c^2}}^{\infty} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{2}{\sqrt{a^2 - c^2}} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}} \right). \quad (1.2.29)$$

Перетворимо даний вираз у дужках, виконавши заміну змінної:

$$\frac{c}{a} = \sin \alpha, \quad \frac{c}{\sqrt{a^2 - c^2}} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (1.2.30)$$

Тоді вираз, що знаходиться в дужках у (1.2.29) може бути записаний наступним чином:

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha) = \frac{\pi}{2} - \alpha = \arccos \frac{c}{a}. \quad (1.2.31)$$

З урахуванням (1.2.29) в останньому виразі, формула (1.2.26) для ємності стисненого еліпсоїда обертання приймає вигляд:

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\sqrt{a^2 - c^2}}{\arccos \frac{c}{a}}. \quad (1.2.32)$$

У виразі (1.2.32) можна спрямувати розмір c до нуля. За цього $\arccos \frac{c}{a} = \frac{\pi}{2}$, а стиснений еліпсоїд обертання переходить в нескінченну тонку круглу пластину. Тоді формула (1.2.32) буде мати вигляд:

$$C = 8\varepsilon a. \quad (1.2.33)$$

Виведені формули мають вагомe практичне значення. Формула (1.2.28) для видовженого еліпсоїда обертання може бути використана для розрахунку ємності провідника, довжина якого значно більша його діаметра. Формула (1.2.33) використовується для розрахунку ємності, що утворюється на кінцях деяких типів антен, а також для розрахунків щілин у металевих екранах, що закінчуються круглими отворами.

1.3. Розв'язок рівняння Гельмгольца за допомогою функцій Гріна

Використаємо другу формулу Гріна для розв'язку рівняння Гельмгольца, яке отримуємо із рівняння Максвелла [1.6] з допомогою векторного потенціалу:

$$\Delta \bar{A} + k^2 \bar{A} = -\bar{J}, \quad (1.3.1)$$

де $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ – хвильове число; ω – колова частота; ε, μ – відносні діелектрична та магнітна проникності середовища (постійні за виведення рівняння (1.3.1)); \bar{A} – векторний потенціал; \bar{J} – ве-

ктор густини струму. Вектор густини струму в правій частині (1.3.1) передбачається заданим як функція координат, а векторний потенціал – шуканим.

Щоб використати другу формулу Гріна, в яку входять скалярні функції, потрібно розбити рівняння (1.3.1) на три скалярних рівняння в декартовій системі координат. Тоді отримаємо:

$$\begin{cases} \Delta A_x + k^2 A_x = -J_x, \\ \Delta A_y + k^2 A_y = -J_y, \\ \Delta A_z + k^2 A_z = -J_z. \end{cases} \quad (1.3.2)$$

Розв'яжемо перше рівняння системи (1.3.2). Інші розв'язуються аналогічно. Знайдемо функцію Гріна для першого рівняння. Ця функція також використовується для розв'язку основних рівнянь електростатики. Вона повинна задовольняти однорідному рівнянню Гельмгольца, тобто першому рівнянню (1.3.1) з правою частиною, що дорівнює нулю:

$$\Delta \psi + k^2 \psi = 0. \quad (1.3.3)$$

Крім того, потрібно, щоб функція Гріна залежала тільки від одного радіусу в сферичній системі координат. В цьому випадку останній вираз набуде вигляду:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dx} \left(r^2 \frac{d\psi}{dr} \right) + k^2 \psi = 0. \quad (1.3.4)$$

Отримане рівняння розв'язується за допомогою заміни залежної змінної. Замість невідомої функції ψ вводиться нова невідома функція ψ_1 , яка пов'язана із першою наступною залежністю:

$$\psi = \frac{\psi_1}{r}. \quad (1.3.5)$$

Підстановка цього значення спрощує рівняння (1.3.4) і приводить його до наступного вигляду:

$$\frac{d^2 \psi_1}{dr^2} + k^2 \psi_1 = 0. \quad (1.3.6)$$

Це лінійне однорідне рівняння другого порядку із постійними коефіцієнтами має два лінійно-незалежних розв'язки:

$$\psi_1 = C_1 e^{ikr} + C_2 e^{-ikr}, \quad (1.3.7)$$

де C_1 та C_2 – довільні постійні.

З множини можливих розв'язків виберемо один, за умови, що $C_1 = 0$, $C_2 = 1$. За цього не враховуємо розв'язок з упередженим потенціалом, тобто з додатними показниками (уявними) і лишаємо тільки один розв'язок – з від'ємним уявним показником, що дає запізнення за фазою за мірою збільшення r . Це приведе, в подальшому, до появи потенціалу після появи струму, що його викликав. Одночасно використання рішення з додатним уявним показником призвело б до появи потенціалу раніше появи струму, тобто причини.

Отже, функція Гріна буде мати вигляд:

$$\psi = \frac{e^{-ikr}}{r}. \quad (1.3.8)$$

Як і в електростатичній задачі, функція Гріна перетворюється в нескінченність на початку координат. У зв'язку з цим необхідно виділити початок координат за допомогою сфери малого радіуса δ і розглядати область, що знаходиться між малою сферою, з одного боку, і сферою великого радіусу R , який спрямуємо до нескінченності – з іншого.

Тепер використаємо другу формулу Гріна, прийнявши в ній $\varphi = A$, і оберемо функцію Гріна ψ , отриману в (1.3.8):

$$\begin{aligned} \int_V (A_x, \Delta \psi - \psi \Delta A_x) dV &= \int_{S_\delta} \left(A_x, \frac{d\psi}{d(-r)} - \frac{dA_x}{d(-r)} \right) dS + \\ &+ \int_{S_R} \left(A_x, \frac{d\psi}{dr} - \frac{dA_x}{dr} \right) dS. \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

У формулі (1.3.9) S_δ , S_R – площі малої та великої сфер. На основі рівняння (1.3.3) і першого рівняння (1.3.2) можна перетворити об'ємний інтеграл виразу (1.3.9) до вигляду:

$$\int_V (A_x, \Delta \psi - \psi \Delta A_x) dV = \int_V \psi J_x dV. \quad (1.3.10)$$

Отриманий вираз (1.3.10) аналогічний виразу об'ємного інтегралу для електростатичного потенціалу.

Розглянемо границю до якої прямує поверхневий інтеграл малої сфери, якщо її радіус наближається до нуля. Спочатку розглянемо інтеграл першої складової підінтегральної функції:

$$\int_{S_\delta} \left(A_x, \frac{d\psi}{d(-r)} - \frac{dA_x}{d(-r)} \right) dS = \frac{e^{ik\delta}}{\delta^2} \int_{S_R} A_x dS + \frac{ie^{ik\delta}}{\delta^2} \int_{S_R} A_x dS. \quad (1.3.11)$$

Використовуючи теорему про середнє, винесемо середнє значення A_{xcep} за знак інтегралу та інтегруючи, отримаємо:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{S_\delta} \left(A_x, \frac{d\psi}{d(-r)} \right) dS = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\left(\frac{1}{\delta^2} + \frac{ik}{\delta} \right) e^{-ik\delta 4\pi\delta^2 A_{xcep}} \right] = 4\pi A_x.$$

Оцінимо інтеграл від другої складової:

$$\left| \int_{S_\delta} \psi \frac{dA_x}{dr} dS \right| \leq \left| \int_{S_\delta} \frac{e^{-ikr}}{r} M dS \right| \leq 4\pi M \delta, \quad (1.3.12)$$

де M – найбільше абсолютне значення похідної за сферою. За $\delta = 0$ цей інтеграл перетворюється в нуль.

Нехай за збільшення сфери до нескінченності, інтеграл дорівнює нулю.

У результаті вирази (1.3.12), (1.3.10), (1.3.11) та рівність нулю інтегралу за нескінченно віддаленою сферою, дозволяють другу функцію Гріна (1.1.3) представити у вигляді:

$$A_x = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-ikr}}{r} J_x dV. \quad (1.3.13)$$

Ця формула відрізняється від виразу для електростатичного потенціалу видом функції Гріна, яка в (1.3.13) включає експоненціальний множник з уявним показником.

1.4. Збіжність інтегралу за нескінченно віддаленою сферою

У попередньому підрозділі не завершено питання про величину поверхневого інтегралу в (1.3.9) за поверхнею S_R – нескінченно віддаленою сферою. Вираз (1.3.13) був виведений за умови, що даний інтеграл дорівнює нулю.

Доведемо, що умова перетворення цього інтегралу в нуль має місце, якщо струми J_x зосереджені в кінцевій області простору V . Доказ представимо наступним чином: у виразі підінтегральної функції в якості векторного потенціалу A_x підставимо значення (1.3.13), яке було отримане за умови, що поверхневий інтеграл за сферою $\delta = 0$ перетворюється в нуль за нескінченного збільшення радіусу. Тепер дане передбачення потрібно перевірити, користуючись отриманим у (1.3.13) значенням векторного потенціалу. Для цього розглянемо інтеграл за сферою S_R в рівнянні (1.3.9). Підставимо в (1.3.9) значення функції Гріна (1.1.2) і значення векторного потенціалу (1.3.13). Беручи до уваги, що значення векторного потенціалу потрібно визначити на поверхні сфери S_R в точці M (рис. 1.2), потрібно під знаком інтегралу у виразі векторного потенціалу (1.3.13) відраховувати відстань від точки M на поверхні сфери до елемента dV , в якому зосереджений струм J_x .

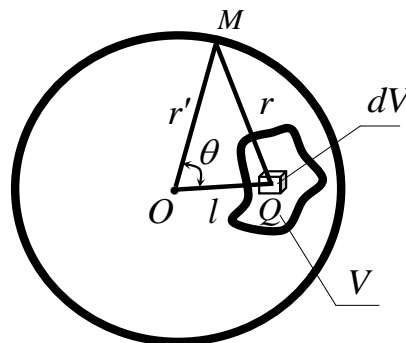


Рис. 1.2. Векторний потенціал збіжності інтегралу

Ця відстань на рис. 1.2. позначена як r . За цього векторний потенціал має вигляд:

$$A_x = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-ikr}}{r} J_x dV. \quad (1.4.1)$$

Інтеграл за поверхнею S_R , за підстановки в нього значення функції Гріна (1.3.8), можна записати у вигляді:

$$I = \int_{S_\delta} \left[\left(-ik - \frac{1}{r'} \right) A_x - \frac{dA_x}{dr} \right] \frac{e^{-ikr'}}{r'} dS. \quad (1.4.2)$$

Відстань r' відраховується від центру сфери ($r' - R$ – радіус сфери). Виразимо відстань r через радіуси r' , l і кут θ трикутника OMQ за допомогою теореми косинусів (рис. 1.2):

$$r^2 = r'^2 + l^2 - 2r'l \cos \theta. \quad (1.4.3)$$

Під знак інтегралу в (1.4.2) входять, крім значень векторного потенціалу, ще значення його похідної за r . Знайдемо ці значення за допомогою (1.4.1) та (1.4.3):

$$\frac{dA_x}{dr} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{d}{dr} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) J_x dV = \frac{1}{4\pi} \int_V \left(-\frac{ik}{r} - \frac{1}{r'^2} \right) e^{-ikr} \frac{dr}{r'} J_x dV. \quad (1.4.4)$$

Скориставшись (1.4.3), знайдемо похідну $\frac{dr}{dr'}$. Для цього про- диференціюємо даний вираз по r' і визначимо рівняння відносно похідної:

$$\frac{dr}{dr'} = \frac{r' - l \cos \theta}{(r'^2 + l^2 - 2r'l \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}. \quad (1.4.5)$$

Підставимо тепер значення векторного потенціалу (1.4.1) та його похідної (1.4.4) з урахуванням (1.4.5) у вираз (1.4.2):

$$I = \frac{1}{4\pi} \int_{S_\delta} \int_V \left[\left(ik + \frac{1}{r} \right) \frac{r' - l \cos \theta}{r} - \left(ik + \frac{1}{r'} \right) \right] \frac{e^{-ik(r+r')}}{r'r} J_x dV dS.$$

Потрібно знайти границю даного виразу за $r' \rightarrow \infty$. Тоді члени в круглих дужках $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{r}$ можуть бути не враховані через мале значення порівняно із ik . В результаті отримуємо наступне значення інтегралу, справедливе за достатньо великого радіусу сфери:

$$I = \frac{ik}{4\pi} \int_{S_\delta} \int_V \left(\frac{r' - l \cos \theta}{r} - 1 \right) \frac{e^{-ik(r+r')}}{r'r} J_x dV dS. \quad (1.4.6)$$

Розглянемо різницю:

$$\frac{r' - l \cos \theta}{r} - 1 = \frac{1 - \frac{l \cos \theta}{r}}{\sqrt{1 - 2 \frac{l \cos \theta}{r'} - \frac{l^2}{r'^2}}} = -1 + \frac{l^2}{r'^2} + \dots \quad (1.4.7)$$

З точністю до членів вищого порядку, які можуть не враховуватись за розгляду збіжності інтегралу, в (1.4.7). Тоді модуль інтегралу можна представити в такому вигляді:

$$|I| = \frac{ik}{4\pi} \int_{S_\delta} \int_V \frac{l^2 e^{-ik(r+r')}}{2r'^2 r} J_x dV dS \leq \frac{k}{4\pi} \int_{S_\delta} \int_V \frac{l^2}{2r'^2 r} |J_x| dV dS. \quad (1.4.8)$$

Замінімо в останньому інтегралі густину струму та відстань максимальними значеннями:

$$r = r' \sqrt{1 - 2 \frac{l \cos \theta}{r'} - \frac{l^2}{r'^2}} \geq \sqrt{1 - 2 \frac{l}{r'}}. \quad (1.4.9)$$

Підставивши максимальне значення струму і відстань, а також мінімальне значення із (1.4.9), отримуємо оцінку інтегралу (1.4.8) в наступному вигляді:

$$|I| = \frac{k}{4\pi} \int_{S_\delta} \int_V \frac{|J_{x \max}|}{2r'^4 \sqrt{1 - 2\frac{l_{\max}}{r'}}} l_{\max}^2 dV dS = \frac{k}{4\pi} \frac{|J_{x \max}| V 4\pi R^2}{2R^4 \sqrt{1 - 2\frac{l_{\max}}{R}}}, \quad (1.4.10)$$

де R – радіус сфери, і за збільшення його до нескінченності, інтеграл (1.4.10) перетворюється в нуль, що потрібно було довести. Таким чином, вираз векторного потенціалу через густину струму (1.3.13) можна вважати правильним.

1.5. Фізичний зміст теореми запізнюючих потенціалів

У підрозділі 1.3 був отриманий вираз (1.3.13) для складової A_x векторного потенціалу. Оскільки початкове рівняння (1.3.2) аналогічне для двох інших складових, то можна написати:

$$\begin{cases} A_x = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-ikr}}{r} J_x dV, \\ A_y = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-ikr}}{r} J_y dV, \\ A_z = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-ikr}}{r} J_z dV. \end{cases}$$

Помноживши ці рівняння на одиничні вектори декартової системи координат і додавши їх, отримаємо вираз, який пов'язує векторний потенціал із вектором густини струму:

$$\bar{A} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{e^{-ikr}}{r} \bar{J} dV. \quad (1.5.1)$$

Ці вирази справедливі для будь-якої системи координат, оскільки розподіл векторів на складові в декартовій системі координат має допоміжне значення.

Для того, щоб зрозуміти фізичний зміст отриманої рівності, потрібно замість спектральних функцій густини струму і векторного потенціалу ввести функції часу за допомогою інтегрального

перетворення Фур'є. Для цього помножити рівність (1.5.1) на $e^{i\omega t}$ і проінтегрувати за $-\infty \leq \omega \leq +\infty$. Порядок інтегрування за частотою і за об'ємом можна поміняти місцями, оскільки об'єм від частоти не залежить:

$$\bar{A}(t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{1}{r} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{J}(\omega) e^{i\omega(t-\sqrt{\epsilon\mu}r)} d\omega \right] dV,$$

де $\bar{A}(t)$ – дійсний векторний потенціал, що залежить від часу; $\bar{J}(\omega)$ – спектральна густина струму. В цій рівності вираз в дужках є значення густини струму функції $(t - \sqrt{\epsilon\mu}r)$.

Швидкість світла через параметри середовища можна записати:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}},$$

де ϵ_0 – відносна діелектрична проникність вакууму, μ_0 – відносна магнітна проникність вакууму.

Відстань, поділена на цю швидкість, дає час запізнювання. Вираз у квадратних дужках під знаком інтегралу є зворотнім перетворенням Фур'є від вектора густини струму. За цього замість часу, що входить в звичайне перетворення Фур'є, наявна різниця $t - r/c$. Тому густина струму буде функцією не часу, а цієї різниці:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{J}(\omega) e^{i\omega(t-\sqrt{\epsilon\mu}r)} d\omega = \bar{J}\left(t - \frac{r}{c}\right).$$

Підставляючи це значення в підінтегральний вираз, отримаємо вираз запізнюючих потенціалів:

$$\bar{A}(t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\bar{J}\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r} dV. \quad (1.5.2)$$

Вираз (1.5.2) показує фізичний зміст запізнюючих потенціалів. Згідно із цим виразом, потенціал $\bar{A}(t)$ в деякій точці простору створюється струмами, розташованими в інших точках простору, не миттєво. Від кожного елемента об'єму приходить із запізненням на час розповсюдження світла r/c , в зв'язку з чим потенціал називається запізнюючим.

Вище формулу Гріна із додатним уявним показником не розглядали за переходу від загального розв'язку (1.3.7) однорідного рівняння Гельмгольца до часткового розв'язку (1.3.8), який в подальшому використано. Причина такого вибору функції Гріна полягає в наступному. У випадку застосування функції із додатним уявним показником у виразі аналогічному (1.5.2) можна отримати знак “плюс” перед членом r/c . Це означає, що векторний потенціал виникає раніше за струм, який його викликав, що суперечить закону причинності.

1.6. Випромінювання диполя Герца

Диполь Герца являє собою математичну ідеалізацію першого випромінювача, який складався із двох металевих сфер. Між сферами виникала електрична іскра, що спричиняла коливний розряд, який був причиною випромінювання радіохвиль. Це було експериментально досліджено Герцом вперше для доказу теорії Максвелла. Також Герц вперше використав теорію векторного потенціалу для математичного дослідження поля випромінювання. Вектор Герца, використаний ним, є інтеграл за часом від векторного потенціалу, поділений на діелектричну проникність середовища:

$$\bar{P}^e = \frac{1}{i\omega\epsilon} \bar{A}.$$

Пізніше введено магнітний вектор Герца:

$$\bar{P}^m = \frac{1}{i\omega\mu} \bar{F}.$$

На відміну від магнітного вектора Герца, введений Герцем вектор називається електричним вектором Герца. Вектор Герца від-

різняється тільки коефіцієнтом пропорційності від вектора потенціалу та нічого нового не вносить, порівняно із векторним потенціалом. Тому будемо використовувати термін векторний потенціал.

Електричний диполь Герца являє собою струм, що змінюється у часі за гармонійним законом із частотою ω в прямолінійному провіднику, довжина якого мала порівняно із довжиною хвилі і відстанню до точки спостереження. За таких припущень у виразі векторного потенціалу (1.5.1) функцію Гріна можна винести з під знаку інтегралу:

$$\bar{A} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\bar{J} e^{-ikr}}{r} dV \approx \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_V \bar{J} dV, \quad (1.6.1)$$

де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число; λ – довжина хвилі; r – відстань від об'єму до точки спостереження.

Формула (1.6.1) показує, що за будь-якого розподілення струму в просторі, якщо поперечні розміри області V , занятої струмами, значно менші за довжину хвилі, поле випромінювання таке як поле випромінювання прямолінійного провідника (за виключенням випадку еліптичної поляризації). У випадку прямолінійного провідника, розташованого вздовж полярної осі z в сферичній системі координат, що має довжину l і поперечний переріз S_0 , об'ємний інтеграл (1.6.1) можна перетворити до наступного вигляду:

$$\int_V \bar{J} dV = \bar{e}_z \int_l \int_{S_0} j dS dl = \bar{e}_z \int_l l dl = \bar{e}_z Il. \quad (1.6.2)$$

Підставивши (1.6.2) у (1.6.1), отримаємо:

$$\bar{A} = \bar{e}_z \frac{Il}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r}. \quad (1.6.3)$$

Це найпростіший вираз для векторного потенціалу. Його можна також розглядати, як і вираз для векторного потенціалу, утвореного елементом l провідника довільної довжини.

Припустимо, що диполь розташований на початку координат сферичної системи, і знайдемо його поле випромінювання. Для цього виразимо одиничний вектор \bar{e}_z через одиничні вектори сферичної системи координат, які позначимо $\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_\alpha$:

$$\bar{e}_z = \bar{e}_r \cos \theta - \bar{e}_\theta \sin \theta. \quad (1.6.4)$$

Знайдемо значення вектора напруженості магнітного поля

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \text{rot} \bar{A} = \frac{Il}{4\pi} \left[\text{grad} \frac{e^{-ikr}}{r}, \bar{e}_z \right] = \\ &= \bar{e}_\alpha ik \frac{Il}{4\pi} \sin \theta + \bar{e}_\alpha \frac{Il}{4\pi r^2} \sin \theta. \end{aligned} \quad (1.6.5)$$

Вектор напруженості електричного поля знайдемо за допомогою виразу:

$$\bar{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon} \left[\text{grad} \text{div} \bar{A} + k^2 \bar{A} \right].$$

Згідно із виразом (1.6.3), дивергенцію можна знайти як похідну за z :

$$\text{div} \bar{A} = \frac{Il}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) = \frac{Il}{4\pi} \left(-\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) e^{-ikr} \frac{\partial r}{\partial z}.$$

Похідну радіусу за z можна розрахувати безпосередньо:

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{z}{r} = \cos \theta.$$

Тепер можна знайти значення градієнта від дивергенції \bar{A} в сферичній системі координат:

$$\begin{aligned} \text{grad} \left\{ \frac{Il}{4\pi} \left(-\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) e^{-ikr} \cos \theta \right\} &= \left\{ \left(\frac{(ik)^2}{r} + 2\frac{ik}{r^2} + \frac{1}{r^2} \right) \times \right. \\ &\times \cos \theta \bar{e}_r + \left. \left(\frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \frac{\sin \theta}{r} \bar{e}_\theta \right\} e^{-ikr}. \end{aligned}$$

Враховуючи значення векторного потенціалу (1.6.3) і вираз \bar{e}_z (1.6.4), підставимо їх у формулу для градієнта дивергенції, отримаємо:

$$\begin{aligned} \bar{E} = \frac{Il}{4\pi i \omega \varepsilon} \left\{ \bar{e}_r 2 \left(\frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \cos \theta + \right. \\ \left. + \bar{e}_\theta 2 \left(-\frac{k^2}{r} + \frac{ik}{r^2} + \frac{1}{r^2} \right) \sin \theta \right\} e^{-ikr}. \end{aligned} \quad (1.6.6)$$

Вирази (1.6.5) і (1.6.6) дають значення векторів напруженостей магнітного і електричного полів диполя. В знаменник різних складових входять відстані до диполя різної степені, які зменшуються з різною швидкістю. Щоб порівняти їх за величиною, потрібно помножити і розділити отримані вирази (1.6.6) на k^2 . Тоді знаменники залежатимуть від відношення відстані до довжини хвилі $kr = 2\pi r / \lambda$. За міру цього відношення можна вибрати $kr = 1$. Вектор напруженості електричного поля (1.6.6) має два члени з кубічною залежністю знаменника від відстані. Вектор напруженості магнітного поля (1.6.5) таких членів не має. Вектор напруженості електричного поля ближньої зони можна перетворити наступним чином. Замість струму ввести заряд $q = I/i\omega$, оскільки ділення на $i\omega$ в частотній області еквівалентне інтегруванню за часом у часовій області:

$$\bar{E} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon} \frac{\bar{e}_r 2 \cos \theta + \bar{e}_\theta 2 \sin \theta}{r^3} e^{-jkr}. \quad (1.6.7)$$

Можна показати, що вираз (1.6.7) з точністю до експоненціального фазового множника представляє собою напруженість електричного поля електростатичного диполя, орієнтовану вздовж осі z . За $\lambda r \leq 1$ експоненціальним множником можна знехтувати.

Дійсно, якщо розглянути електричне поле двох протилежних зарядів, що знаходяться на відстані l один від одного, та розташованих симетрично відносно початку координат вздовж осі z , яке вони створюють на відстані r під кутом θ до осі z , отримаємо:

$$\bar{E} = -grad \left(\frac{\frac{ql}{4\pi\epsilon}}{r-l/2\cos\theta} - \frac{\frac{ql}{4\pi\epsilon}}{r+l/2\cos\theta} \right) = -grad \left(\frac{ql \frac{\cos\theta}{4\pi\epsilon}}{r^2 - (l/2\cos\theta)^2} \right).$$

Для диполя добуток $ql = const$ за $l \rightarrow 0$. За цього скорочується член, що має l^2 в знаменнику. Можна бачити, що за $r \gg l$, цим членом можна знехтувати. Беручи від залишеного виразу градієнт у сферичній системі координат, отримаємо вираз (1.6.7) з точністю до експоненціального множника.

Електромагнітне поле середньої зони має квадратичні члени в знаменнику. З виразів (1.6.6) та (1.6.5) можна отримати:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\Pi}{4\pi r^2} (\bar{e}_r 2\cos\theta + \bar{e}_\theta 2\sin\theta) e^{-ikr}, \\ \bar{H} &= \frac{\Pi}{4\pi r^2} \bar{e}_\alpha \sin\theta e^{-ikr}. \end{aligned} \quad (1.6.8)$$

Таке електромагнітне поле розповсюджується порівняно не на велику відстань, внаслідок квадратичної залежності. Проте, якщо електромагнітне поле ближньої зони було чисто електростатичним і не мало парного йому магнітного поля. За малих відстаней магнітне поле співпадає з фазою струмів. Електромагнітне поле дальньої зони має в знаменнику першу степінь відстані і, відповідно, зменшується повільніше за два попередні:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{ik}{4\pi r} \frac{\Pi}{r} \bar{e}_\theta \sin\theta e^{-ikr}, \\ \bar{H} &= \frac{ik}{4\pi r} \frac{\Pi}{r} \bar{e}_r \sin\theta e^{-ikr}. \end{aligned} \quad (1.6.9)$$

Електростатичне і магнітне поле дальньої зони співпадають за фазою та перпендикулярні одне одному і напрямку розповсюдження. Хвилі в дальній зоні мають сферичні поверхні рівних фаз. Амплітудне розподілення залежить від кута θ . Максимальне значення амплітуди отримуємо в напрямку $\theta = \pi/2$, тобто в екваторіальній площині, яка перпендикулярна до осі диполя, і проходить через його центр. Якщо прийняти амплітуду електричного

поля в напрямку найбільшого її значення за одиницю і побудувати залежність амплітуди від кута θ , то отримаємо діаграму спрямованості (рис. 1.3).

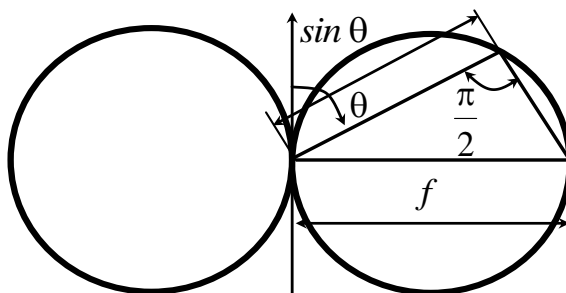


Рис. 1.3. Діаграма спрямованості диполя Герца

В просторі діаграма спрямованості представляє собою круглий тороїд без отвору в центрі. Вектори напруженості електричного і магнітного полів в дальній зоні пов'язані між собою залежністю:

$$\bar{E} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} [\bar{H}, \bar{e}_r], \quad (1.6.10)$$

де ε_0 – відносна діелектрична проникність вільного простору; μ_0 – відносна магнітна проникність вільного простору; \bar{e}_r – одиничний вектор, спрямований в сторону розповсюдження електромагнітної хвилі (EMX); $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ – хвильовий опір середовища, як і для плоскої хвилі.

1.7. Енергетичні теореми Умова-Пойнтінга

Розглянемо дійсну теорему для дійсних векторів функцій часу. Утворимо векторний добуток електричного поля на магнітне. Цей векторний добуток буде мати розмірність потужності, яка ділиться на метр квадратний, і напрямком буде перпендикулярний напрямку електричного і магнітного полів. Вище показано, що в дальній зоні випромінювання хвилі розповсюджуються перпендикулярно електричному і магнітному полям. Ці співставлення приводять до припущення, що утворений векторний добуток дає

перенесення енергії електромагнітним полем, тобто потужності на одиницю поверхні. Щоб перевірити справедливність припущення, оточимо об'єм V , в якому будуть зосереджені струми \vec{j} , поверхнею S та проінтегруємо векторний добуток за цією поверхнею, щоб отримати потужність, яка випромінюється цією поверхнею S . Потрібно зв'язати цю потужність зі струмами в об'ємі, використавши до поверхневого інтегралу теорему Остроградського-Гауса:

$$\oint_S [\vec{E}, \vec{H}] d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} [\vec{E}, \vec{H}] dV. \quad (1.7.1)$$

Для дивергенції векторного добутку існує векторна тотожність:

$$\operatorname{div} [\vec{E}, \vec{H}] = [\vec{H}, \operatorname{rot} \vec{E}] - [\vec{E}, \operatorname{rot} \vec{H}]. \quad (1.7.2)$$

Значення $\operatorname{rot} \vec{E}$ і $\operatorname{rot} \vec{H}$ можна визначити через густину струму і похідну від вектора електричної індукції за часом з рівняння Максвелла. З другого рівняння можна визначити ротор електричного поля через швидкість зменшення вектора магнітної індукції. Підставивши ці значення в (1.7.1), отримаємо:

$$\oint_S [\vec{E}, \vec{H}] d\vec{S} = \int_V \left(\left[\vec{E}, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right] + \left[\vec{H}, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \right) dV - \int_V [\vec{j}, \vec{E}] dV. \quad (1.7.3)$$

Можна спростити підінтегральний вираз, якщо проникності середовища є скалярні величини незалежні від часу і поля, тобто, якщо $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, тоді (1.7.3) приймає наступний вигляд:

$$\oint_S [\vec{E}, \vec{H}] d\vec{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2} \right) dV - \int_V [\vec{j}, \vec{E}] dV. \quad (1.7.4)$$

Останні два рівняння носять назву теореми Умова-Пойнтінга. Значення інтегралів у (1.7.3) наступні. Інтеграл за поверхнею є потужність випромінювання. Похідна від об'ємного інтегралу є сумарна потужність, що накопичується в електромагнітному полі. Сам інтеграл – енергія електромагнітного поля, причому пер-

ша складова підінтегрального виразу дає енергію електричного поля в одиниці об'єму, а друга – магнітного поля. Нарешті, останній об'ємний інтеграл є потужність, яка споживається в об'ємі електричним струмом. Якщо цей інтеграл має від'ємне значення, то це означає, що струми збуджують електромагнітне поле, яке потім переносить енергію, отриману від джерела струму через поверхню S , яка частково запасається у вигляді електромагнітної енергії поля всередині об'єму.

Комплексна теорема Умова-Пойнтінга для комплексних векторів функцій частоти ω представляє собою істотно іншу теорему, та не може бути виведена із (1.7.4). Вектором, що характеризує потужність електромагнітного випромінювання через одиницю поверхні, в даному випадку є векторний добуток електричного поля на комплексно-спряжене значення магнітного поля:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} [\bar{E}, \bar{H}^*]. \quad (1.7.5)$$

Коефіцієнт $1/2$ вводиться для того, щоб характеризувати середнє значення потужності, оскільки вектори мають амплітудне значення. \bar{H}^* – комплексно-спряжене значення вектора магнітного поля, яке вводиться для характеристики потужності подібно тому, як значення комплексно-спряженого струму в теорії змінних струмів для характеристики потужності.

Інтегруючи (1.7.5) за замкнутою поверхнею S , та зробивши перехід до об'ємного інтегралу за допомогою теореми Остроградського-Гауса і виразивши дивергенцію за допомогою тотожності (1.7.2), а потім, скориставшись рівняннями Максвелла, отримаємо комплексну теорему Умова-Пойнтінга:

$$\oint_S \frac{1}{2} [\bar{E}, \bar{H}^*] d\bar{S} = -i\omega \int_V \left(\frac{\mu [\bar{H}, \bar{H}^*]}{2} - \frac{\varepsilon [\bar{E}, \bar{E}^*]}{2} \right) dV - \int_V \frac{1}{2} [\bar{J}^*, \bar{E}] dV. \quad (1.7.6)$$

У виразі (1.7.6) під знаком об'ємного інтегралу замість суми енергії електричного та магнітного полів, як це має місце в дійс-

ній теоремі (1.7.4), стоїть різниця, що відповідає різним знакам реактивної потужності, пов'язаній з магнітним і електричним полями. Тому можливий деякий просторовий резонанс, коли ці дві складові з різними знаками одна з одною компенсуються. Останній інтеграл (1.7.6) є потужністю, що виділяється чи поглинається струмами в об'ємі V . Ліва частина є потужністю випромінювання. Якщо густина струму в середовищі з великими втратами може бути виражена як:

$$\bar{J} = \sigma \bar{E}, \quad (1.7.7)$$

де σ – питома провідність середовища, тоді

$$\int_V \frac{1}{2} [\bar{E}, \bar{J}^*] dV = \int_V \sigma \left(\frac{[\bar{E}, \bar{E}^*]}{2} \right) dV > 0.$$

Додатне значення цього інтегралу відповідає поглинанню потужності в об'ємі, а у виразі (1.7.6) – надходження до об'єму потужності через поверхню S , так як дійсна частина інтегралу за поверхнею буде від'ємною.

Використаємо висновки попереднього підрозділу для розрахунку потужності, яку випромінює диполь Герца в дальній зоні. Для цього перетворимо векторний добуток за допомогою рівності (1.6.9)

$$\frac{1}{2} [\bar{E}, \bar{H}^*] = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{k^2}{2(4\pi)^2} \frac{(\Pi)^2}{r^2} (\sin \theta)^2 \bar{e}_r.$$

Як видно, випромінювання направлено в сторону \bar{e}_r , тобто за радіусами, і його потужність зменшується пропорційно квадрату радіусу. Знайдемо повну потужність, інтегруючи даний вираз за поверхнею сфери:

$$d\bar{S} = \bar{e}_r r^2 \sin \theta d\theta d\alpha.$$

Помножимо вектор Умова-Пойнтінга на векторний елемент поверхні сфери і проінтегруємо за всією поверхнею сфери. Знайдемо потік потужності через поверхню сфери, що оточує диполь, тобто випромінювання диполя у всі сторони. Для цього потрібно інтегрувати за α в межах від 0 до 2π і за θ від 0 до π :

$$P = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{(kl)^2}{2(4\pi)^2} I_c^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta d\alpha, \quad (1.7.8)$$

де $I_c = \frac{1}{2}I$ – середньоквадратичне значення струму диполя.

Виконавши інтегрування за допомогою заміни змінної

$$\sin^2 \theta d\theta = -\sin^2 \theta d(\cos \theta) = (\cos^2 \theta - 1)d(\cos \theta),$$

отримаємо для повітря (вакууму), прийнявши $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$, Ом

наступне значення потужності, яка випромінюється диполем:

$$P_\Sigma = 80\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2. \quad (1.7.9)$$

Поділивши це значення потужності на квадрат середньоквадратичного значення струму, отримаємо еквівалентне значення опору, яке характеризує втрати енергії диполем на випромінювання. Даний опір називається опором випромінювання [1.8]:

$$R_\Sigma = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2. \quad (1.7.10)$$

Вираз (1.7.7) показує, що опір випромінювання різко зменшується за збільшення довжини хвилі. Ця закономірність має місце для довгохвильових антен, довжина яких значно менше довжини хвилі.

Варто зауважити, що удосконалення конструкції не покращує випромінювання, оскільки струм в антені розподілений рівномірно (оптимально (1.6.1)).

Потужність випромінювання повинна бути максимальною. Тому завдання оптимізації буде зведене до отримання максимуму інтегралу (1.7.8) за заданих габаритів чи втрат на випромінювання.

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 1

- 1.1. Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн / Б. М. Петров. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 556 с.
- 1.2. Баскаков С. И. Электродинамика и распространение радиоволн / С. И. Баскаков. – М.: Радиотехника, 2013. – 416 с.
- 1.3. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
- 1.4. Манойлов В. Ф., Коровкин Ю. М. Лемма Лоренца для невязимных сред / В. Ф. Манойлов, Ю. М. Коровкин // Известия вузов. Радиотехника. – 1978. – №7. – С. 70–72.
- 1.5. Манойлов В. Ф. Лемма Лоренца и теоремы взаимности для анизотропных сред / В. Ф. Манойлов // Труды Житомирского филиала КПИ. – 1994. – № 2. – С. 45–43.
- 1.6. Федоров Н. Н. Основы электродинамики / Н. Н. Федоров. – М.: Высш. школа, 1980. – 400 с.
- 1.7. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М.: Наука, 1989. – 543 с.
- 1.8. Пименов Ю. В., Вольман В. И., Муравцев А. Д. Техническая электродинамика / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцев. – М.: Радио и связь, 2000. – 536 с.

РОЗДІЛ 2

ТЕЛЕГРАФНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ РОЗПОДІЛЕННЯ СТРУМУ І ПОТЕНЦІАЛУ ВЗДОВЖ ОДИНОЧНОГО ТОНКОГО ПРОВІДНИКА

2.1. Векторний потенціал одиночного тонкого провідника

Розглядається випадок розподілення струму в провіднику, якщо він протікає по ньому без повернення до джерела. Такий випадок має важливе значення для розуміння явищ, що відбуваються в антенних пристроях, розміри яких близькі до довжини хвилі складових електромагнітного поля навколо провідника.

Припустимо, що є циліндричний провідник круглого перерізу, розташований вздовж осі z циліндричної системи координат так, що поверхня провідника є координатною поверхнею $r = \alpha$. Електричне поле, яке впливає на провідник, змінюється поступово в напрямку поперечних розмірів провідника обмежених його товщиною (поперечним струмом знехтуємо). Тоді струм у провіднику буде розподілений симетрично відносно його осі. Проте струм поблизу кінців провідника дещо розходить від центру до периферії, будемо вважати, що вектор густини струму має скрізь напрямок, паралельний осі z . Кут α в циліндричній системі координат відраховується від площини, яка проходить через вісь z і точку спостереження, в якій необхідно знайти векторний потенціал. Ця площина є координатною площиною $\alpha = 0$. Виходячи з цього, знайдемо значення векторного потенціалу, що створюється струмом у просторі навколо провідника, користуючись теоремою запізнюючих потенціалів. Однак вираз векторного потенціалу, що витікає з даної теореми, є розв'язком рівняння Гельмгольца, яке було виведене за умови незалежності діелектричної проникності ε від координат, а провідник має значення ε , яке відмінне від ε_0 у вільному просторі [2.1]. Щоб уникнути даного ускладнення перетворимо рівняння Максвелла до наступного вигляду [2.1]:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = i\omega\varepsilon \bar{E} = i\omega\varepsilon_0 \bar{E} + i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0) \bar{E}.$$

Вважається, що провідник знаходиться у вільному просторі, тоді вводиться значення ε_0 . Представимо вектор густини струму у вигляді:

$$\bar{J} = i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\bar{E}. \quad (2.1.1)$$

Тоді рівняння Максвелла для однорідного середовища, що має у всіх точках простору однакову діелектричну проникність, можна записати наступним чином:

$$\text{rot}\bar{H} = i\omega\varepsilon_0\bar{E} + \bar{J}, \text{rot}\bar{E} = -i\omega\varepsilon_0\bar{H}.$$

Отже, замінено дію провідника дією струму, що в ньому протікає. Якщо струм визначати за виразом (2.1.1). Виходить, що струми протікають в однорідному середовищі з хвильовим числом $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Позначимо координати елемента об'єму, в якому протікає струм, через r', α', z' так, що сам елемент об'єму буде мати значення:

$$dV = dr'r'd\alpha'dz'. \quad (2.1.2)$$

Відстань R між точкою спостереження $(r, 0, z)$ і точкою (r', α', z') , де розташований елемент об'єму dV , буде визначатися за формулою:

$$R = \sqrt{(z' - z)^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \alpha}. \quad (2.1.3)$$

Позначимо квадрат катета, що залежить від r та r' наступним чином:

$$t = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \alpha. \quad (2.1.4)$$

Вираз векторного потенціалу буде мати вигляд [2.2]:

$$\bar{A} = \frac{\bar{e}_z}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \frac{ie^{-ikR}}{R} r' d\alpha dr' dz', \quad (2.1.5)$$

де z_1 і z_2 – координати початку і кінця провідника. Густина струму, внаслідок аксіальної симетрії, є функцією тільки двох координат, оскільки не залежить від α .

Надалі необхідним буде значення векторного потенціалу на поверхні провідника за $r = \alpha$ і поблизу провідника за $r > \alpha$. Ви-значення векторного потенціалу на поверхні провідника дозво-лить записати граничні умови, що приведе до диференціального рівняння для струму в провіднику. В процесі інтегрування пере-міщуємо об'єм dV вздовж провідника, зокрема, до точки спосте-реження. Тоді, якщо точка спостереження розташована на повер-хні провідника, відстань R , що входить в підінтегральний вираз (2.1.5), перетворюється в нуль так, що підінтегральна функція стає за цього нескінченною. Якщо точка спостереження знахо-диться поблизу провідника, то знаменник підінтегрального вира-зу (2.1.4) стає малим, а функція – зростає. Поблизу цієї точки пі-дінтегральний вираз вносить найбільший вклад у значення інтег-ралу і його можна знайти наближено, відокремивши із підінтег-ральної функції ту її частину, яка перетворюється в нескінчен-ність. Це буде головне значення інтегралу. Відокремивши голов-не значення інтегралу, розкладемо підінтегральну функцію на три складові. Запишемо скалярне значення інтегралу:

$$A = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{j(z) \cos kR}{R} dV + \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{[j(z) - j(z')] \cos kR}{R} dV - \frac{i}{4\pi} \int_V \frac{j(z') \sin kR}{R} dV. \quad (2.1.6)$$

У формулі (2.1.6) скорочено позначений інтеграл за об'ємом, введено значення $j(z)$ – густини струму в перерізі z (переріз, в якому знаходиться точка спостереження) на відміну від $j(z')$ – густини струму в перерізі z' (переріз, в якому знаходиться еле-мент об'єму). Експоненціальна функція представлена за форму-лою Ейлера у вигляді косинуса і синуса, помноженого на уявну одиницю. Підінтегральні функції в двох останніх інтегралах не перетворюються в нескінченність, так як за $R \rightarrow 0$ чисельники пі-дінтегральних виразів також прямують до нуля: в останньому ін-тегралі перетворюється в нуль $\sin kR$, а в попередньому – різниця

$j(z) - j(z')$. Таким чином, головне значення має перший інтеграл, підінтегральна функція якого перетворюється в нескінченність за $R=0$.

В даному підрозділі будемо розглядати тільки головне значення векторного потенціалу. В подальшому внесемо поправки в це головне значення за рахунок відкинутих членів у (2.1.6), але в основному можна отримати розподілення струму вздовж провідника. Запишемо головне значення інтегралу в циліндричній системі координат відповідно до (2.1.5):

$$A(r, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\alpha j(r', z) \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos kR}{R} dr' d\alpha dz'. \quad (2.1.7)$$

У формулі (2.1.7) змінено порядок інтегрування, винесено за знак інтегралів за z' і α густину струмів $j(r', z)$, яка не залежить від z' , оскільки додали та відняли в (2.1.6) густину струму, залежну від z . Від кута густина струму не залежить внаслідок симетрії струму, яку передбачено.

Проінтегруємо (2.1.7) за z' :

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos kR}{R} dz' = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{R} - \int_{z_1}^{z_2} \frac{1 - \cos kR}{R} dz'. \quad (2.1.8)$$

Спочатку проінтегруємо першу складову, ввівши заміну змінної $y = z' - z + \sqrt{(z' - z)^2 + t^2}$, скориставшись значеннями (2.1.3) і (2.1.4) для R і t^2 :

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{R} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dy}{y} = \ln \left[\frac{z_2 - z + \sqrt{(z' - z)^2 + t^2}}{z_1 - z + \sqrt{(z' - z)^2 + t^2}} \right]. \quad (2.1.9)$$

Оскільки товщина провідника значно менша його довжини, знайдемо наближене значення функції під знаком логарифму. Так як точка z знаходиться між z_1 та z_2 , то $z_1 - z < 0$ і $z_2 - z > 0$. Значення кореня квадратного, яке є відстанню, завжди додатне.

Тому в чисельнику можна знехтувати t^2 , в знаменнику потрібно взяти наближене значення кореня квадратного:

$$\sqrt{(z' - z)^2 + t^2} = z - z_1 + \frac{t^2}{2(z - z_1)} + \dots \quad (2.1.10)$$

Підставивши (2.1.10) в (2.1.9), за цього різниця $z - z_1$ скорочується, в результаті чого отримуємо наближене значення логарифму:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{R} = \ln \left(\frac{4(z_2 - z)(z - z_1)}{t^2} \right). \quad (2.1.11)$$

В другому інтегралі (2.1.8) можна знехтувати t^2 порівняно із $(z' - z)^2$, оскільки чисельник перетворюється в нуль за $R = 0$:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos kR}{R} dz' = \int_0^{k(z-z_1)} \frac{1 - \cos k\xi}{R} d\xi + \int_0^{k(z_2-z)} \frac{1 - \cos k\xi}{R} d\xi. \quad (2.1.12)$$

Інтеграли формули (2.1.12) табличні та виражаються через інтегральний косинус, що являє собою спеціальну функцію [2.2]:

$$\int_0^x \frac{1 - \cos t}{t} dt = \ln \gamma x - Cix, \quad (2.1.13)$$

де $\ln \gamma = 0,577\dots$ – число Ейлера. З цієї формули виходить, зокрема, що за малих значень аргументу косинус інтегральний дорівнює логарифму від γx , оскільки інтеграл в лівій частині приблизно дорівнює $x^2/2$.

Використовуючи (2.1.13) до (2.1.12) та підставивши після цього (2.1.11) і (2.1.12) у (2.1.8), отримуємо наступний вираз:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos kR}{R} dz' = \ln \frac{1}{(kt)^2} + 2 \ln 2 + Cik(z_2 - z) + Cik(z - z_1), \quad (2.1.14)$$

На рисунку 2.1 наведена залежність інтегрального косинуса від його аргументу, з якої видно, що зі збільшенням аргументу він від'ємний і зростає за абсолютним значенням [2.2].

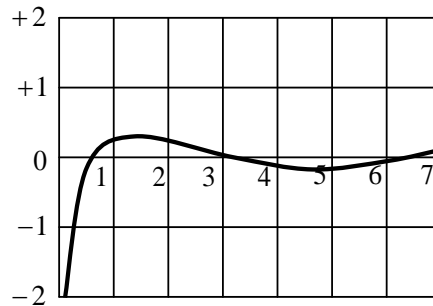


Рис. 2.1. Графік інтегрального косинуса

На кінцях провідника за $z = z_1$ і за $z_2 = z$ інтеграл (2.1.14) перетворюється в $-\infty$, що є наслідком наближення зробленого в (2.1.10), обмежившись першими двома членами розкладання в ряд Маклорена. З виразу (2.1.9) випливає, що це призводить до помилкового результату на кінцях провідника. Щоб компенсувати ці помилки і спростити результати, усереднюють інтеграл (2.1.14) за довжиною провідника, інтегруючи за z поділивши на $z_2 - z_1 = l$ – довжину провідника. За цього користуються табличним інтегралом [2.2]:

$$lCikl - \frac{\sin kl}{k} = \int_0^l Cikx dx.$$

Використавши наведену формулу в (2.1.14), отримуємо:

$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{\cos kR}{R} dz' = \ln \frac{1}{(kt)^2} + 2 \ln 2 - 2 \ln \gamma + 2Cikl - 2 \frac{\sin kl}{kl}. \quad (2.1.15)$$

Проінтегруємо перший член виразу (2.1.15), враховуючи (2.1.4):

$$\int_0^{2\pi} \ln \frac{1}{(kt)^2} d\alpha = 2\pi \ln \frac{1}{kr} - \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \ln \left[1 + \left(\frac{r'}{r} \right)^2 - 2 \frac{r'}{r} \cos \alpha \right] d\alpha. \quad (2.1.16)$$

Останній інтеграл у (2.1.16) табличний. За $\frac{r'}{r} \leq 1$ даний інтеграл дорівнює нулю. Вказана умова виконується для всіх r' , якщо $r \geq a$, тобто для точки спостереження, яка знаходиться поза провідником.

Враховуючи (2.1.15) і (2.1.16), отримаємо (2.1.17) у наступному вигляді:

$$A(r, z) = \int_0^a j(r', z) \left[\ln \frac{1}{kr} + \ln 2 - \ln \gamma + Cijkl - \frac{\sin kl}{kl} \right] r' dr'. \quad (2.1.17)$$

У даному виразі, тільки густина струму $j(r', z)$ залежить від координати інтегрування r' . Даний інтеграл можна виразити через струм $I(z)$ у провіднику:

$$\int_0^a j(r', z) r' dr' = \frac{1}{2\pi} I(z), \quad (2.1.18)$$

де a – радіус провідника.

Виконавши підстановку у попередній вираз, отримаємо кінцеве значення векторного потенціалу, який утворюється струмом у провіднику:

$$A(r, z) = N(r)I(z), \quad (2.1.19)$$

де

$$N(r) = \frac{1}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{kr} + \ln 2 - \ln \gamma + Cijkl - \frac{\sin kl}{kl} \right]. \quad (2.1.20)$$

Значення $r \geq a$, причому r може бути тільки незначно більше, оскільки в (2.1.6) за відокремлення головної частини вважається, що в процесі інтегрування R буде близьким до нуля.

Вираз (2.1.18) показує, що векторний потенціал в основному залежить (з точки зору головного значення) від струму, що протікає в провіднику в тому місці, де визначається векторний потенціал. Струм за цього розподілений в провіднику симетрично відносно його осі та будь-як, залежно від радіусу, всередині провідника. У виразі (2.1.20) можна вважати інтегральний косинус та $\frac{\sin kl}{kl}$ приблизно рівними нулю для довгих, порівняно з довжиною хвилі, провідників. У даному випадку:

$$N(r) = \frac{1}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{kr} + \ln 2 - \ln \gamma \right]. \quad (2.1.21)$$

Для провідників коротких, порівняно з довжиною хвилі, на підставі рівняння (2.1.13) можна замінити інтегральний косинус логарифмом і прийняти відношення синуса до його аргументу рівним одиниці. Тоді (2.1.20) приймає вигляд:

$$N(r) = \frac{1}{2\pi} \left[\ln \frac{2l}{r} - 1 \right]. \quad (2.1.22)$$

2.2. Граничні умови на поверхні провідника та виведення телеграфних рівнянь

Результати попереднього підрозділу дають можливість написати телеграфні рівняння для розподілення струму і скалярного динамічного потенціалу φ вздовж провідника.

В теорії динамічних потенціалів є умова калібрування векторного потенціалу $\operatorname{div} \bar{A} = -i\omega \varepsilon \varphi$, де φ – скалярний динамічний потенціал. Оскільки векторний потенціал спрямований вздовж осі z , його дивергенція рівна похідній за z . На підставі (2.1.19) отримуємо умови калібрування у вигляді телеграфного рівняння [2.1]:

$$\frac{dl}{dz} = -i\omega \frac{\varepsilon}{N} \varphi. \quad (2.2.1)$$

Рівняння (2.2.1) має загальний зв'язок між векторним і скалярним потенціалами і відображає залежність векторного потенціалу від струму і геометричних розмірів провідника [2.3–2.5].

Друге телеграфне рівняння виходить за рівності дотичних складових електричного поля всередині і поза провідником на його поверхні. Поза провідником напруженість електричного поля створюється струмом, що протікає в провіднику. У відповідності із теорією векторного потенціалу, значення вектора цієї напруженості електричного поля можна представити рівністю [2.1]:

$$\bar{E} = -grad\varphi - i\omega\mu_0\bar{A}. \quad (2.2.2)$$

Крім того, провідник може знаходитися в електричному полі, яке створюється іншими джерелами. Це електричне поле називається стороннім і його вектор позначається \bar{E}^{cm} . Сума цих електричних полів характеризує електричне поле поза провідником [2.5, 2.6].

Всередині провідника електричне поле визначається струмом, що протікає в провіднику відповідно до формул скін-ефекту і залежить від опору провідника, який приходить на одиницю його довжини z_0 та називається погонним опором. Прирівняємо дотичні складові електричного поля. Для цього спроектуємо суму зовнішніх полів на вісь провідника і прирівняємо добуток погонного опору на струм в провіднику. Враховуючи, що проекція градієнта на напрямок z рівна похідній від функції за цим напрямком, отримаємо телеграфне рівняння:

$$\frac{d\varphi}{dz} = -i\omega\mu_0NI - z_0I + E_z^{cm}. \quad (2.2.3)$$

Телеграфні рівняння (2.2.1) і (2.2.3) нагадують рівняння довгої лінії.

Погонна ємність, що приходить на одиницю довжини, відповідно до рівняння (2.2.1) буде мати значення:

$$C_n = \frac{\varepsilon_0}{N}. \quad (2.2.4)$$

Погонна індуктивність із рівняння (2.2.3) виходить у вигляді:

$$L_n = \mu_0 N, \quad (2.2.5)$$

а хвильовий опір:

$$\rho = \sqrt{\frac{L_n}{C_n}} = N \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}. \quad (2.2.6)$$

Необхідність наявності двох телеграфних рівнянь замість одного рівняння другого порядку, зумовлена постановкою граничних умов.

2.3. Граничні умови на кінцях провідника

Рівняння (2.2.1) і (2.2.3) дають можливість задати граничні умови на кінцях провідника. Якщо на кінці провідника є кругла тонка пластинка, то за формулою (1.2.33) можна знайти її ємність. Струм і скалярний потенціал на цій ємності будуть пов'язані наступною рівністю:

$$I = i\omega C\varphi, \quad (2.3.1)$$

яка є граничною умовою, що пов'язує струм і скалярний потенціал на кінці провідника [2.6]. Припустимо, що ємність дуже велика, наприклад, як для екрану чи землі. Так як струм за цього буде мати обмежену величину, оскільки він залежить від параметрів провідника та хвильового опору, а ємність дуже велика, то з рівняння (2.3.1) випливає умова на кінці провідника:

$$\varphi = 0. \quad (2.3.2)$$

Така ж гранична умова буде мати місце, якщо провідник приєднаний до внутрішньої стінки хвилеводу, що і використаємо в подальшому. Нехай між екраном і провідником включений опір z_a . Якщо вибрати додатний напрямок струму від екрану, то гранична умова буде мати вигляд:

$$\varphi = -z_a I, \quad (2.3.3)$$

де знак мінус з'являється тому, що додатний напрямок струму визначений за напрямком від ємності екрану, а додатне значення φ визначено на провіднику відносно екрану. Таким чином, виходить, що додатний напрямок струму визначений від меншого до

більшого. Варто відмітити, що введення на кінцях провідника грубих припущень за обчислення векторного потенціалу понижує точність результатів за живлення провідників на кінцях. У напрямку уточнення значення векторного потенціалу були виконані роботи, в яких значення N на кінцях провідника апроксимується прямолінійною залежністю від відстані так, що на кінцях провідника його значення перетворюється в нуль. Така апроксимація, запропонована Ю. Г. Дмитрієвим, дає значно точніші результати.

Диференціальні рівняння (2.2.1) і (2.2.3) зводяться до одного диференціального рівняння другого порядку, яке вимагає для визначення двох довільних постійних двох граничних умов. Ці умови повинні бути розглянуті на кінцях провідника. Вирішуючи вказані диференціальні рівняння, можна знайти розподілення струму і потенціалу вздовж провідника. В багатьох випадках, якщо в провіднику не виникає резонанс або якщо за відсутності резонансу втрати не мають значення, цього достатньо. Наближено можна вважати погонний опір провідника рівним нулю. Тоді за резонансу або струм, або потенціал перетворюється в нескінченність і рішення є неприйнятним. Щоб виправити рішення, вводять раніше відкинуті складові в вираз для векторного потенціалу.

2.4. Виведення інтегрального рівняння для струму, що протікає вздовж прямолінійного провідника

Розглянемо випадок симетричної прямолінійної антени, для якої можна знайти безпосереднє значення векторного потенціалу, вирішуючи диференціальне рівняння, яке отримуємо від використання граничних умов на поверхні антени.

Поза антеною записується значення аксіальної складової електричного поля, вираженого через векторний потенціал, створений струмом в антені з додаванням проекції стороннього поля на напрямок осі провідника. В результаті отримуємо наступне диференціальне рівняння [2.1]:

$$\frac{d^2 A}{dz^2} + k^2 A = i\omega\varepsilon \left(Z_n I - E_z^{cm} \right), \quad (2.4.1)$$

де Z_n – опір провідника.

Диференціальне рівняння (2.4.1) можна вирішити безпосередньо відносно векторного потенціалу, а потім, відносно струму. Припустимо, що в центрі антени є генератор з напругою $2U$ так, що:

$$\int_{-\Delta}^{\Delta} E_z^{cm} dz = 2U, \quad (2.4.2)$$

де $-\Delta, \Delta$ – довжина провідника від його центру, де вмикається напруга, вліво та вправо відповідно.

В інших місцях є розподілення стороннього поля, наприклад, викликане радіохвилями, що розповсюджуються від передавальної радіостанції. Така постановка задачі, на перший погляд – не можлива, насправді має зміст в тому випадку, якщо приймальна антена навантажена на коаксіальний кабель, що має певний опір. Тоді падіння напруги в місці підключення кабелю, можна розглядати за формулою (2.4.2). У випадку передавальної антени $E_z^{cm} = 0$ скрізь, за виключенням центру антени, де дотична складова електричного поля, яка визначається формулою (2.4.1), буде складатися із суми розв'язків однорідного рівняння і окремого розв'язку неоднорідного рівняння. Знайдемо спочатку розв'язок однорідного рівняння:

$$\frac{d^2 A}{dz^2} + k^2 A = 0. \quad (2.4.3)$$

Розв'язок цього рівняння для двох половин антени буде однаковим, але повинен мати різні довільні постійні інтегрування, так як провідник розділений на дві частини, між якими включена напруга генератора. Будемо вважати, що в (2.4.3) $\Delta \rightarrow 0$, а напруга визначається дельта-функцією.

Запишемо рівняння (2.4.3) для обох частин провідника:

$$\begin{cases} A_f = C_1 \cos kz + B_1 \sin kz, & z > 0, \\ A_f = C_2 \cos kz + B_2 \sin kz, & z < 0. \end{cases} \quad (2.4.4)$$

Векторний потенціал буде симетричним. За цього припускаємо симетрію антени, тобто $Z_n(z) = Z_n(-z)$ і симетрію її збудження стороннім полем, тобто $E_z^{cm}(z) = E_z^{cm}(-z)$. Обмежимо дане рішення цією умовою. Тоді для векторного потенціалу отримаємо:

$$A(z) = A(-z). \quad (2.4.5)$$

Ця умова приводить до наступного співвідношення для довільних постійних:

$$C_1 = C_2 = C_0; B_1 = B_2 = B_0. \quad (2.4.6)$$

Знайдемо тепер окремий розв'язок рівняння (2.4.2). Припустимо, що він має вигляд:

$$A_e = \frac{i\omega\varepsilon}{k} \int_0^z [Z_n(z')I(z') - E_z^{cm}(z')] \sin k(z - z') dz'. \quad (2.4.7)$$

Перевіримо його справедливість підстановкою в рівняння (2.4.2), для чого продиференціюємо його двічі за z , що входить у (2.4.7) в якості верхньої границі і параметра в підінтегральному виразі.

За диференціювання перший раз підінтегральна функція від верхньої границі перетворюється в нуль, за повторного разу – вона перетворюється у вираз в дужках за $z = z'$. В результаті значення другої похідної від (2.4.7) буде мати вигляд:

$$\frac{d^2 A_e}{dz^2} = i\omega\varepsilon \left[Z_n(z)I(z) - E_z^{cm}(z) - k^2 \int_0^z [Z_n(z')I(z') - E_z^{cm}(z')] \times \right. \\ \left. \times \sin k(z - z') dz' \right].$$

Сума окремого розв'язку (2.4.7) і розв'язок однорідного рівняння (2.4.6) буде мати вигляд:

$$A = C_0 \cos kz + B_0 \sin k|z| + \frac{i\omega\varepsilon}{k} \int_0^z [Z_n(z')I(z') - E_z^{cm}(z)] \times \quad (2.4.8)$$

$$\times \sin k(z - z') dz'.$$

Одну із постійних можна визначити, інтегруючи рівняння (2.4.2) в межах від $z = -\Delta$ до $z = \Delta$, спрямовуючи Δ до нуля і користуючись (2.4.3). Так як у рівнянні (2.4.2) всі члени кінцеві, крім E_z^{cm} , яке перетворюється в нескінченність в точці $z = 0$, і другої похідної векторного потенціалу, яка також повинна перетворюватися в нескінченність, щоб компенсувати рівність. Визначимо похідну від (2.4.8) в точках $z = -\Delta$, $z = \Delta$ та підставимо в проінтегроване рівняння (2.4.2), отримаємо:

$$\left[\frac{dA}{dz} \right]_{z=\Delta} - \left[\frac{dA}{dz} \right]_{z=-\Delta} = kB \cos k\Delta - (-kB \cos k\Delta) = \quad (2.4.9)$$

$$= i\omega\varepsilon \int_{-\Delta}^{\Delta} E_z^{cm} dz = -i\omega\varepsilon 2U.$$

Перейдемо в (2.4.9) до границі за $\Delta \rightarrow 0$, отримаємо:

$$B = -\frac{i\omega\varepsilon}{k} U = -i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} U.$$

Підставимо значення в (2.4.8), отримаємо вираз для векторного потенціалу, який залежить від однієї довільної постійної інтегрування C_0 :

$$A = C_0 \cos kz - i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} U \sin k|z| + i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \int_0^z [z_n(z')I(z') - \quad (2.4.10)$$

$$- E_z^{cm}(z')] \sin k(z - z') dz'.$$

Прирівняємо це значення (2.4.10) до значення, отриманого з теореми запізнюючих потенціалів.

В результаті отримаємо наступне рівняння, що визначає струм у провіднику і має довільну сталу $I_0 = C_0/N$:

$$\begin{aligned}
 I_0 \cos kz - \frac{iU}{\rho} \sin k|z| &= \frac{1}{4\pi N} \int_{-l}^l \left\{ \frac{\cos k(z-z')}{\sqrt{(z-z')^2 + a^2}} \times \right. \\
 &\times [I(z') - I(z)] - i \frac{\sin k(z-z')}{\sqrt{(z-z')^2 + a^2}} I(z') \left. \right\} dz' + \\
 &+ \frac{i}{\rho} \int_0^z [E_z^{cm}(z') - Z_n(z')I(z')] \sin k(z-z') dz'.
 \end{aligned} \tag{2.4.11}$$

де $\rho = N\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – хвильовий опір провідника антени.

Рівняння (2.4.11) містить значення невідомого струму під знаком визначеного інтеграла, взятого за довжиною антени (l – половина довжини).

Крім того, струм $I(z)$ входить безпосередньо у (2.4.11) у вигляді окремої складової. Таке рівняння близьке до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду [2.1].

2.5. Інтегральне рівняння Фредгольма 2-го роду і його розв'язок методом послідовних наближень

Інтегральне рівняння Фредгольма 2-го роду має вигляд [2.1]:

$$\varphi(s) = \Lambda \int_a^b k(s,t) \varphi(t) dt = f(s). \tag{2.5.1}$$

де $\varphi(s)$ – невідома функція; $k(s,t) = k(t,s)$ – ядро, яке представляє собою відому функцію; $f(s)$ – відома функція дійсної змінної s ; Λ – мале постійне число.

Якщо число Λ достатньо мале, тобто менше найменшого, так званого власного числа, яке отримуємо з розв'язку однорідного рівняння (2.4.1), якщо його права частина дорівнює нулю, то рівняння допускає рішення методом послідовних наближень. Порівнюючи це рівняння з отриманим вище (2.4.11), бачимо, що

воно може бути розв'язано методом послідовних наближень у тому випадку, якщо N – велике, тобто провідник досить тонкий.

Метод послідовних наближень полягає в наступному [2.1, 2.4]. Спочатку припускається, що інтеграл в (2.4.1) дорівнює нулю, тобто не враховуємо його значень і знаходимо нульове наближення $\varphi^0(s) = f(s)$. Потім підставляють нульове наближення замість невідомої функції під знак інтегралу. В результаті знаходимо перше наближення:

$$\varphi^1(s) = f(s) + \Lambda \int_a^b k(s,t)f(t)dt.$$

Далі підставляють замість невідомої функції під знак інтегралу знайдене перше наближення і знаходиться друге наближення:

$$\varphi^2(s) = f(s) + \Lambda \int_a^b k(s,t)f(t)dt + \Lambda^2 \int_a^b k(s,t) \int_a^b k(s,t,t')f(t')dt'dt.$$

Для знаходження третього наближення підставляється під знак інтегралу друге і т. д., доки отримане наближення не буде достатнім.

В результаті можна отримати ряд функцій, розташованих за степенями малого числа Λ , яке може бути мажоритарне геометричній прогресії.

Якщо число Λ достатньо мале, то ряд буде збіжним і чим менше Λ , тим швидше буде збігатися ряд послідовних наближень, причому кожне наступне послідовне наближення отримується з попереднього із поправкою, яка зменшується.

2.6. Розв'язок інтегрального рівняння для струмів у провіднику Галена. Вхідний опір симетричного вібратора

Інтегральне рівняння (2.4.11) відрізняється від (2.4.1) наявністю довільної сталої I_0 . Для кожного наближення потрібно визначати довільну постійну з граничних умов на кінцях провідника $I(l) = I(-l) = 0$. За цього виникають труднощі, так як

довільна стала, визначена в одному наближенні, порушить граничні умови в наступному.

Метод Галена полягає в тому, щоб підставити під знак інтегралу значення струму з деякими змінами таким чином, щоб граничні умови виконувалися автоматично [1.1, 1.7, 1.8]. Для кожного із наближень, що підставляються під знак інтегралу, віднімається попереднє його значення за $z=l$. Так як наближення дає значення струму, то, віднімаючи його значення на кінці провідника, де струм дорівнює нулю, по суті нічого не віднімаємо. За такого методу в значенні довільної сталої поступово, за мірою покращення наближення, вноситься все менша поправка. Наприклад, нульове наближення, що підставляється під знак інтегралу, буде, згідно із (2.4.11), мати наступний вигляд:

$$I_0(z) = I_0(\cos kz - \cos kl) - \frac{lU}{\rho} (\sin k|z| - \sin kl), \quad (2.6.1)$$

де $\rho = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – хвильовий опір провідника антени, Ом.

Не будемо знаходити струм, як функцію відстані z методом послідовних наближень, так як практично достатньо нульового наближення, яке представляє собою вхідний струм антени (згідно із рівнянням (2.4.11) за $z=0$, тобто в місці включення генератора, I_0 представляє собою вхідний струм антени). Тому значення вхідного струму дає необхідні дані про вхідний опір антени, причому з урахуванням випромінювання, так як тепер врахували відкинуті, за виведення головного значення векторного потенціалу, члени, які визначають втрати енергії на випромінювання.

Знайдемо довільну сталу для найбільш простого випадку, що має найбільше практичне значення, коли погонний опір антени можна прийняти рівним нулю в режимі передавання. В цьому випадку останній інтеграл у (2.4.11) перетворюється в нуль. Підставимо в це рівняння значення (2.6.1) нульового наближення у формі, запропонованій Галеном, і після цього покладемо $z=l$. Тоді струм $I(l)=0$, в силу граничних умов і інтегрального рівняння, перетворюється в алгебраїчне для визначення I_0 , розв'язуючи яке, отримаємо:

$$I_0 = \frac{lU}{\rho} \left[\frac{\sin kl - \frac{1}{4\pi N} \int_{-l}^l \frac{e^{-ik|l-k'|}}{\sqrt{(l-z')^2 + a^2}} (\sin kz' - \sin kl) dz'}{\cos kl - \frac{1}{4\pi N} \int_{-l}^l \frac{e^{-ik|l-k'|}}{\sqrt{(l-z')^2 + a^2}} (\cos kz' - \cos kl) dz'} \right]. \quad (2.6.2)$$

За допомогою цієї рівності легко знайти вхідний опір, поділивши напругу $2U$ на вхідний струм антени.

Для антени близької до напівхвильової (тобто $2l \cong \frac{\lambda}{2}$, в чисельнику (2.4.2) $\sin kl \cong 1$) значенням інтегралу можна знехтувати [2.6, 2.9], оскільки N – велике число. В знаменнику, навпаки, значення косинуса мале і інтеграл значно впливає на опір:

$$z_{ex} = \frac{2\rho}{l} \left[\cos kl - \frac{1}{4\pi N} \int_{-l}^l \frac{e^{-ik|l-k'|}}{\sqrt{(l-z')^2 + a^2}} \cos kz' dz' \right]. \quad (2.6.3)$$

Інтеграл має дійсну і уявну частину. За рівності дійсної частини інтегралу та косинуса із зворотнім знаком настає резонанс і вхідний опір стає дійсним.

Знайдемо значення опору для диполя, що має довжину, рівну половині довжини хвилі:

$$z_{ex} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos^2 t + l \cos t \sin t}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{2} - t\right)^2 + (ka)^2}} dt. \quad (2.6.4)$$

За малих значень a інтеграл зводиться до інтегрального косинуса і синуса. В цьому випадку для антени, що працює у вільному просторі $z_{ex} = 73,1 + j43,1 \text{ Ом}$ [2.10]. За збільшення радіуса a в провіднику, як видно із формули (2.6.4), опір зменшується. Реактивний опір антени, що дорівнює приблизно 40 Ом, може бути скомпенсований за рахунок деякого укорочення

вібратора. Величина цього укорочення може бути розрахована за формулою (2.6.3), яку можна переписати наступним чином [2.10]:

$$z_{ex} = \frac{2\rho}{l} [\cos kl + 73,1 + j43,1]. \quad (2.6.5)$$

Косинус для цього випадку можна розкласти в ряд Тейлора навколо значень $kl = \frac{\pi}{2}$; $z \cos kl = k\Delta l$ де Δl – величина укорочення вібратора. З (2.6.5), прирівнявши реактивну частину опору до нуля, отримаємо формулу укорочення вібратора $\Delta l = \frac{43,1}{2k\rho}$.

Можна знайти ширину смуги пропускання вібратора (2.6.5), знайшовши відхилення частоти від резонансної, за якого значення реактивного опору вібратора стає рівним активному. Це дає рівність:

$$\Delta\omega = \left(\frac{73,1c}{2\rho} \right) \cdot 10^{-6}, \text{ МГц,}$$

де c – швидкість світла.

Звідси виходить, що антена великого діаметру більш широкопосмугова, ніж малого.

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 2

2.1. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.

2.2. Hallen E. Electromagnetic Theory. London: Chapman & Hall, 1962. – 622 p.

2.3. Пименов Ю. В., Вольман В. И., Муравцев А. Д. Техническая электродинамика: Учебное пособие для вузов / Под ред. Ю. В. Пименова. – М.: Радио и связь, 2000. – 536 с.

2.4. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебное пособие для вузов. – М.: Наука, 1989. – 544 с.

2.5. Шамеева Н. И. Электродинамический расчет симметричного вибратора, возбуждаемого в разрез двухпроводной линией // Докл. АН. – 1971. – Т. 201. – №2. – С. 328 – 330.

2.6. Леонтович М. А., Левин М. Л. К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн // Журнал технической физики. - 1944. – Т.14. – №9. – С. 481 – 506.

2.7. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны: Учебник для студентов радиотехнических специальностей вузов. – М.: Энергия, 1975. – 434 с.

2.8. Жук М. С., Молочков Ю. Б. Проектирование антенно-фидерных устройств. – М.: Энергия, 1966. – 648 с.

2.9. Кочержевский Г. Н. Антенно-фидерные устройства. – М.: Радио и связь, 1989. – 352 с.

2.10. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства: Учебное пособие для вузов связи. – М.: Связь, 1977. – 440 с.

РОЗДІЛ 3 ТЕОРІЯ ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЕВОДІВ

3.1. Лема Лоренца

Теорема Лоренца представляє собою квадратичне співвідношення для двох електромагнітних полів, створених різними джерелами, але на одній і тій же частоті. Лема Лоренца широко використовується в електродинаміці як допоміжне співвідношення. Вивід подібний до міркувань, що використовуються за доведення теореми Умова-Пойнтінга [3.1, 3.2].

Припустимо, що існує перша група сторонніх струмів \bar{J}_1 і \bar{M}_1 , що створюють електромагнітні поля \bar{H}_1 і \bar{E}_1 . Далі припустимо, що є друга група сторонніх струмів \bar{J}_2 і \bar{M}_2 , що створюють електромагнітні поля \bar{H}_2 і \bar{E}_2 .

Нехай об'єм V оточений замкнутою поверхнею S . Використаємо теорему Остроградського-Гауса до наступного поверхневого інтегралу, утвореного векторами електромагнітних полів двох джерел:

$$\begin{aligned} & \oint_S ([\bar{E}_1, \bar{H}_1] - [\bar{E}_2, \bar{H}_2]) d\bar{S} = \\ & = \int_V (\text{div}[\bar{E}_1, \bar{H}_2] - \text{div}[\bar{E}_2, \bar{H}_1]) dV = \\ & = \int_V ([\bar{H}_2 \text{rot} \bar{E}_1] - [\bar{E}_1 \text{rot} \bar{H}_2] + \\ & + [\bar{E}_2 \text{rot} \bar{H}_1] - [\bar{H}_1 \text{rot} \bar{E}_2]) dV \end{aligned}$$

У вище наведених рівняннях, які пов'язують вектори напруженостей електричного і магнітного полів зі сторонніми струмами, немає позначень комплексних амплітуд всіх величин.

Ці допоміжні математичні співвідношення не мають фізичних міркувань і придатні для будь-яких чотирьох векторів, що диференціюються в просторі.

Тепер запишемо рівняння Максвелла для двох електромагнітних полів, створених різними джерелами на одній і тій же частоті:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \bar{H}_1 = \bar{J}_1 + i\omega \varepsilon \bar{E}_1, \\ \operatorname{rot} \bar{E}_1 = -\bar{m}_1 - i\omega \mu \bar{H}_1, \\ \operatorname{rot} \bar{H}_2 = \bar{J}_2 + i\omega \varepsilon \bar{E}_2, \\ \operatorname{rot} \bar{E}_2 = -\bar{m}_2 - i\omega \mu \bar{H}_2. \end{cases}$$

Підставимо значення роторів рівнянь Максвелла в попередню тотожність. Після очевидних скорочень отримуємо лему Лоренца:

$$\begin{aligned} & \oint_S ([\bar{E}_1, \bar{H}_1] - [\bar{E}_2, \bar{H}_2]) d\bar{S} = \\ & = \int_V ([\bar{J}_1, \bar{E}_2] - [\bar{J}_2, \bar{E}_1] - \\ & \quad - [\bar{m}_1, \bar{H}_2] - [\bar{m}_2, \bar{H}_1]) dV. \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

Щоб продемонструвати використання леми, розглянемо теорему взаємності для двох антен, що мають електричні струми. Для доказу теореми охопимо обидві антени замкнутою поверхнею, яку потім направимо до нескінченності таким чином, щоб найкоротша відстань від цієї поверхні до будь-якої із антен прямувала до нескінченності. Використовуючи міркування, аналогічні тим, які були за виведення теореми запізнюючих потенціалів, можна довести, що інтеграл лівої частини (3.1.1) прямує до нуля за спрямування поверхні до нескінченності.

Об'єм V у правій частині (3.1.1) ділиться на два об'єми для кожної з антен окремо:

$$\int_V [\bar{J}_1, \bar{E}_2] dV = \int_V [\bar{J}_2, \bar{E}_1] dV. \quad (3.1.2)$$

Ця теорема взаємності доцільна для середовищ зі скалярними діелектричною та магнітною проникностями, як завгодно залежними від координат. Теорема взаємності стверджує, що не може бути такої ситуації, щоб одна антена, будучи передавальною, створювала поле навколо другої антени, а друга антена, працюючи в режимі передавання не створювала поля, навколо першої. Із теореми взаємності впливає також подібність діаграми спрямованості антени за роботи її в якості приймальної чи передавальної. Лема Лоренца є допоміжною також за розглядання теорії збудження хвильоводів, розробленої Л. І. Вайнштейном [3.3].

Лема Лоренца і теорема взаємності для анізотропного середовища отримані в роботах [3.4, 3.5].

3.2. Електромагнітне поле хвильоводу у вигляді векторного ряду Фур'є, що складається із суми власних хвиль порожнистого хвильоводу

У роботах [3.6, 3.7] була викладена теорія хвиль в регулярних хвильоводах із стінками, які є нескінченними провідниками. Довгу лінію будь-якої конструкції можна розглядати як хвильвід, наприклад, смужкову лінію, будь-яку уповільнювальну систему і т. п.

Вказані пристрої об'єднуються тим, що на достатньо великій відстані від центру електромагнітне поле перетворюється в нуль, у зв'язку з чим можуть бути представлені граничні умови і можна отримати дискретний спектр хвильових чисел, розпочинаючи із дійсних (для тих, які розповсюджуються) і закінчуючи нескінченним числом (для тих, які не розповсюджуються).

Припустимо, що електромагнітне поле всередині хвильоводу поза межами збуджуючих його струмів, може бути представлено у вигляді суми хвиль порожнистого хвильоводу, помножених на коефіцієнти, які залежать від способу збудження хвильоводу.

Пронумеруємо хвилі порожнистого хвилеводу одним індексом n , розташували їх у порядку зростання абсолютного значення хвильового числа, а у випадку однакових чисел – спочатку будемо розташовувати хвилі електричного типу, а потім – магнітного.

Крім того, потрібно записувати знак показника експоненціальної залежності від відстані вздовж хвилеводу, так як хвилі можуть розповсюджуватися по хвилеводу в двох напрямках. Знак показника будемо вказувати зверху.

Уявлення хвиль у вигляді суми так, як було наведено, не дає повного вираження для повздовжніх складових полів в тих місцях, де у хвилеводі є струми, в зв'язку з чим потрібно вводити добавку, залежну від повздовжньої складової, відносно осі хвилеводу, густини струму. В цьому вигляді можна записати вирази для електричного і магнітного полів [3.8]:

$$\begin{aligned}\bar{E} &= \sum_n (C_n^+ \bar{E}_n^+ + C_n^- \bar{E}_n^-) - \bar{e}_z \frac{J_z}{i\omega\epsilon}, \\ \bar{H} &= \sum_n (C_n^+ \bar{H}_n^+ + C_n^- \bar{H}_n^-) - \bar{e}_z \frac{J_z}{i\omega\mu},\end{aligned}\tag{3.2.1}$$

де C_n^\pm – амплітуди хвиль порожнистого хвилеводу з індексом n в додатному напрямку осі z (із знаком “+”, в бік зростання осі z) та від’ємному напрямку осі z (із знаком “-”, в бік зменшення осі z); \bar{E}_n^\pm , \bar{H}_n^\pm – вектори напруженостей електричного та магнітного полів хвилі з індексом n порожнистого хвилеводу у відповідних напрямках; J_z – густина струму вздовж осі z ; ϵ , μ – відносна електрична та магнітна проникності середовища, яке заповнює хвилевід.

Хвилі порожнистого хвилеводу задовольняють рівнянням Максвелла і однорідним граничним умовам для дотичної складової електричного поля на стінках хвилеводу, якщо він металевий. Якщо хвилевід іншого типу хвилі задовольняє рівнянням Максвелла і природнім граничним умовам, які витікають із способу визначення хвиль. У випадку включення у хвилевід пристроїв, що мають інші значення діелектричної і

магнітної проникностей, ніж середовище, яке заповнює хвилевід, можна ввести значення густини струму в місцях, віддалених від середини хвилеводу:

$$\bar{J} = i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\bar{E}, \quad \bar{m} = i\omega(\mu - \mu_0)\bar{H}. \quad (3.2.2)$$

За цього вектори \bar{E} і \bar{H} визначаються так як у формулі (3.2.1). Для визначення коефіцієнтів розкладання у векторні ряди використовується лема Лоренца (3.1.1).

Спочатку розглянемо основні властивості хвиль порожнистого хвилеводу, для чого передбачимо, що струми всередині хвилеводу зосереджені в деякій області всередині об'єму V , обмеженого поверхнею S , яку проведемо наступним чином.

Нехай поверхня співпадає з внутрішньою поверхнею стінок хвилеводу і з поверхнями двох плоских поперечних перерізів, перпендикулярних осі хвилеводу z . Ці дві поперечні площини, знаходяться в місцях перерізів $z = z_1$ і $z = z_2$ відокремлюють ту частину хвилеводу, в якій знаходяться струми збудження. Нехай \bar{H}_1 і \bar{E}_1 у виразі (3.1.1) леми Лоренца – електромагнітне поле, виражене струмами із формули (3.2.1); \bar{H}_2 і \bar{E}_2 у (3.2.1) – електромагнітне поле одної із хвиль порожнистого хвилеводу, наприклад, \bar{E}_m^+ і \bar{H}_m^+ .

Допустимо для простоти, що всередині хвилеводу є тільки електричні струми. Виведення для випадку наявності магнітних струмів буде представляти собою прості узагальнення остаточного виразу. Використаємо вираз (3.2.1) леми Лоренца для цього випадку, зауваживши, що хвиля порожнистого хвилеводу не має струмів у виділеному об'ємі, або в (3.2.1) \bar{J} дорівнює нулю:

$$\oint_S \left[\bar{H}_m^+ \sum_n (C_n^+ \bar{E}_n^+ + C_n^- \bar{E}_n^-) \right] - \left[\bar{E}_m^+ \sum_n (C_n^+ \bar{H}_n^+ + C_n^- \bar{H}_n^-) \right] dS = \int_V [\bar{J}, \bar{E}_m^+] dV, \quad (3.2.3)$$

де \bar{E}_m^\pm , \bar{H}_m^\pm – вектори напруженостей електричного та магнітного полів хвилі з індексом m порожнистого хвилеводу у відповідних напрямках для другої групи струмів.

Інтеграл у лівій частині розбивається на три інтеграли: за бічною поверхнею хвилеводу і за двома поперечними перерізами. Інтеграл за бічною поверхнею дорівнює нулю, так як у випадку металевого хвилеводу електричні поля порожнистого хвилеводу перпендикулярні його стінкам, як і вектор $d\bar{S}$. Векторно-скалярний добуток, що має два колінеарних вектори, які дорівнюють нулю. У випадку уповільнювальних систем бічну поверхню можна взяти на такій відстані, щоб електромагнітні поля на ній були достатньо малі.

Таким чином, в лівій частині (3.2.3) залишається два інтеграли з поверхнями поперечних перерізів $S_1(z_1)$ і $S_2(z_2)$ і між цими поперечними перерізами знаходяться, за умовою, струми збудження.

Розглянемо спочатку поперечний переріз $S_1(z_1)$. Так як ліва частина (3.2.3) представляє собою поверхневий інтеграл, то значення координати z у виразах хвиль порожнистого хвилеводу, що входять в показники експонент, які залежать від відстані вздовж хвилеводу, приймуть значення $z = z_1$, однакові для всіх хвиль.

Припустимо, що нехай поверхня $S_1(z_1)$ переміщується вліво. За цього, оскільки поверхня не перетинає нових струмів, права частина (3.2.3) залишається незмінною. Незмінним також буде інтеграл за поверхнею $S_1(z_1)$, не дивлячись на те, що z_1 в показниках всіх експонент змінюється за переміщення цієї поверхні.

Це можливо тільки в тому випадку, якщо всі інтеграли, що є множниками біля експоненціальних членів, в яких змінюється показник за переміщення площини, дорівнюють нулю. Це дає наступні рівності:

$$\oint_{S_1} \left([\bar{E}_n^-, \bar{H}_m^+] - [\bar{E}_m^+, \bar{H}_n^-] \right) d\bar{S} = 0, \quad (3.2.4)$$

$$\oint_{S_1} \left([\bar{E}_n^+, \bar{H}_m^+] - [\bar{E}_m^+, \bar{H}_n^+] \right) d\bar{S} = 0.$$

Тільки один інтеграл, в якому скорочуються експоненціальні множники з різними знаками в показниках експонент, не залежить від z_1 і, відповідно, не дорівнює нулю. Його значення довільне, так як амплітуда хвиль порожнистого хвилеводу ніяк не визначена.

Аналогічно виходить за переміщення поверхні $S_2(z_2)$ в бік збільшення z_2 . Знову не перетворюється в нуль тільки той інтеграл, який не залежить від z_2 . Запишемо вираз для цього інтегралу:

$$\oint_{S_2} \left([\bar{E}_n^-, \bar{H}_n^+] - [\bar{E}_n^+, \bar{H}_n^-] \right) d\bar{S} =$$

$$= - \oint_{S_1} \left([\bar{E}_n^-, \bar{H}_n^+] - [\bar{E}_n^+, \bar{H}_n^-] \right) d\bar{S} = N_n, \quad (3.2.5)$$

де N_n – норма поля власної n -ої хвилі в хвилеводі.

Знак мінус перед інтегралом за S_1 визначається протилежним, порівняно до інтегралу за S_2 , напрямком елемента поверхні $d\bar{S}$, який повинен бути завжди зовнішнім відносно об'єму V , розміщеному між поверхнями. Врахувавши попередні міркування, можна переписати формулу (3.2.3) в такому вигляді:

$$C_m^-(z_2) - C_m^-(z_1) = \frac{1}{N_m} \int_V [\bar{J}, \bar{E}_m^+] dV, \quad (3.2.6)$$

де N_m – норма поля власної m -ої хвилі в хвилеводі.

Таким чином, відбувається зміна коефіцієнта за рахунок струмів, розташованих в об'ємі. Аналогічно до цього можна записати:

$$C_m^-(z_1) - C_m^-(z_2) = \frac{1}{N_m} \int_V [\bar{J}, \bar{E}_m^-] dV. \quad (3.2.7)$$

Співвідношення (3.2.3) і (3.2.4) мають спільне значення і не залежать від наявності чи відсутності струмів в тому чи іншому об'ємі хвилеводу. Ці співвідношення характеризують спільну властивість незалежності від умов його збудження хвиль порожнистого хвилеводу. У ці вирази входять тільки поля порожнистого хвилеводу і його геометричні розміри.

Строго кажучи, доведено рівність нулю інтегралів (3.2.4) тільки для випадків нерівних хвильових чисел. Бувають випадки виродження, коли одному хвильовому числу відповідає більше одного типу хвилі. Найбільш часто зустрічаються випадки, коли одна хвиля електричного типу, інша – магнітного. Тоді можна довести безпосередньо справедливність формул (3.2.4).

Інших випадків виродження практично не буває. Варто відмітити, що дані висновки зберігаються для всіх хвилеводів як з додатною, так і з від'ємною дисперсією.

Розглянемо вплив амплітуд хвиль порожнистого хвилеводу на результати, отримані попередньо. Для цього покладемо, що в (3.2.6) $C_m^-(z_1) = 0$ і (3.2.9) $C_m^+(z_2) = 0$, іншими словами, це відповідає випадку, коли хвилі виникають тільки за рахунок струмів, зосереджених в об'ємі між площинами.

Звернемося до виразу (3.2.1). Значення поля пропорційне амплітудам хвиль порожнистого хвилеводу і величинам коефіцієнтів. Але самі величини коефіцієнтів на підставі формул (3.2.6) і (3.2.7), (3.2.5) обернено пропорційні амплітудам хвиль порожнистого хвилеводу, оскільки ці амплітуди входять в квадраті в знаменнику (3.2.6) і (3.2.7) та в першій степені – в їх чисельнику під знаки об'ємних інтегралів.

Таким чином, результат (3.2.1) не залежить від вибору амплітуд полів порожнистого хвилеводу і їх можна вибирати довільно. Вираз (3.2.3) також має довільну величину.

Можна прийняти цю величину, рівною одиниці, але тоді розмірності полів порожнистого хвилеводу не зберігаються. Хоча це не вносить похибку в розрахунки, однак може бути незручним за перевірки обчислень. Більш зручно зберігати значення норми і визначати її в кінці.

Зауважимо, що на відміну від звичайного розуміння норми, величина (3.2.3) може бути додатною, чи від'ємною залежно від типу хвилі порожнистого хвилеводу. Так величина додатна для хвиль електричного типу і від'ємна для хвиль магнітного типу. Зміна знаку (3.2.5) викликає зміну знаку в (3.2.6) і (3.2.7). Зручно мати справу з додатною величиною, пристосувавши для цього (3.2.6) і (3.2.7).

У підсумку введемо диференціальні рівняння для зміни коефіцієнтів в областях, зайнятих струмами. Припустивши, що відстань між площинами $S_1(z_1)$ і $S_2(z_2)$ є малою, перейдемо в (3.2.6) і (3.2.7) до повторних інтегралів за поверхнею і вздовж хвилеводу, потім скористаємося теоремою про середнє, запишемо добуток поверхневого інтегралу на приріст довжини, після чого поділимо обидві частини отриманої таким чином рівності на приріст довжини і перейдемо до границі, спрямовуючи цей приріст до нуля.

В результаті отримаємо диференціальні рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{dC_n^-}{dz} &= \frac{1}{N_n} \int_S [\bar{J}, \bar{E}_n^+] dS, \\ \frac{dC_n^+}{dz} &= \frac{1}{N_n} \int_S [\bar{J}, \bar{E}_n^-] dS. \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

Додавання магнітних струмів не викликає ускладнень.

3.3. Повнота системи власних хвиль

Хвилі порожнистого хвилеводу можна називати власними хвилями. Назва пов'язана з рішенням рівнянь в часткових похідних, коли власним числам (хвильовим) відповідають власні хвилі.

В даний час існують теорії збудження хвильоводів, що ґрунтуються на використанні леми Лоренца – Г. В. Кисунько та Л. І. Вайнштейна. Теорія Г. В. Кисунько ґрунтується на використанні трьох різних векторних функцій, теорія Л. І. Вайнштейна може ґрунтуватися на використанні тільки двох типів хвиль – поперечно-електричних і поперечно-магнітних. За цього використовуються хвилі, що відрізняються від спеціальних векторних функцій в інших теоріях, мають основне значення в техніці хвильоводних ліній передачі.

В попередньому підрозділі знайдений спосіб визначення коефіцієнтів ряду (3.2.1), але питання про те, чи є цей ряд дійсним полем у хвильоводі, залишається не вирішеним. Щоб вирішити це питання, приймемо, що ряди (3.2.1) неправильно представляють поле і, коефіцієнти визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \frac{dC_n^-}{dz} &= \frac{1}{N_n} \int_S ([\bar{J}, \bar{E}_n^+] - [\bar{m}, \bar{H}_n^+]) dS, \\ \frac{dC_n^+}{dz} &= \frac{1}{N_n} \int_S ([\bar{J}, \bar{E}_n^-] - [\bar{m}, \bar{H}_n^-]) dS. \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

які є узагальненнями формул (3.2.6) на випадок як електричних, так і магнітних струмів. Насправді вектори напруженостей електричного і магнітного полів мають вигляд:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \sum_n (C_n^+ \bar{E}_n^+ + C_n^- \bar{E}_n^-) - \bar{e}_z \frac{J_z}{i\omega\epsilon} + \bar{E}_\delta; \\ \bar{H} &= \sum_n (C_n^+ \bar{H}_n^+ + C_n^- \bar{H}_n^-) - \bar{e}_z \frac{J_z}{i\omega\mu} + \bar{H}_\delta. \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

де додаткові вектори напруженостей електричного і магнітного полів \bar{E}_δ і \bar{H}_δ можуть існувати, але не враховуються за визначення коефіцієнтів рядів. Знайдемо умови, за яких це може мати місце.

Поля (3.3.2) повинні відповідати рівнянням Максвелла і однорідним умовам на стінках хвильоводу для дотичних

складових електричного поля. Ця обставина повинна накласти певні умови на \bar{E}_δ і \bar{H}_δ . Для виявлення цих умов підставимо (3.3.2) в рівняння Максвелла. Спочатку підставимо (3.3.2) в перше рівняння:

$$\text{rot}\bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} - \bar{m}. \quad (3.3.3)$$

Після підстановки помножимо рівняння на \bar{H}_m скалярно і проінтегруємо за площею поперечного перерізу хвилеводу. Згідно із (3.3.2) маємо:

$$\begin{aligned} \text{rot}\bar{E} = & \sum_n \left(C_n^+ \text{rot}\bar{E}_n^+ + C_n^- \text{rot}\bar{E}_n^- \right) - \text{rot} \left(\frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\epsilon} \right) + \\ & + \sum_n \left(\left[\bar{e}_z, \bar{E}_n^+ \right] \frac{dC_n^+}{dz} + \left[\bar{e}_z, \bar{E}_n^- \right] \frac{dC_n^-}{dz} \right) + \text{rot}\bar{E}_\delta. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Крім того, врахуємо однорідне рівняння Максвелла для власних хвиль:

$$\begin{aligned} \sum_n \left(C_n^+ \text{rot}\bar{E}_n^+ + C_n^- \text{rot}\bar{E}_n^- \right) = \\ = -i\omega\mu \sum_n \left(C_n^+ \bar{H}_n^+ + C_n^- \bar{H}_n^- \right). \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Звідси можна замінити першу суму в (3.3.2), після чого підставити в рівняння Максвелла значення ротора і магнітного поля з (3.3.4), отримаємо:

$$\begin{aligned} \sum_n \left[\bar{e}_z, \bar{E}_n^+ \right] \frac{dC_n^+}{dz} + \left[\bar{e}_z, \bar{E}_n^- \right] \frac{dC_n^-}{dz} + \text{rot}\bar{E}_\delta - \\ - \text{rot} \left(\frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\epsilon} \right) = -i\omega\mu\bar{H}_\delta - \bar{m} + \bar{e}_z m_z. \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

Запишемо подібне рівняння за підстановки у друге роторне рівняння Максвелла:

$$\sum_n \left[\bar{e}_z, \bar{H}_n^+ \right] \frac{dC_n^+}{dz} + \left[\bar{e}_z, \bar{H}_n^- \right] \frac{dC_n^-}{dz} + \text{rot} \bar{H}_\delta - \text{rot} \left(\frac{\bar{e}_z m_z}{i\omega\mu} \right) = -i\omega\varepsilon \bar{E}_\delta - \bar{J} + \bar{e}_z j_z. \quad (3.3.7)$$

Помножимо рівність (3.3.6) на \bar{H}_m^- скалярно і проінтегруємо за площею поперечного перерізу хвилеводу, рівність (3.3.7) помножимо на \bar{E}_m^- і також проінтегруємо, і додамо рівності. Виконаємо перестановку у векторно-скалярних добутках так, щоб векторно перемножилися значення електричного та магнітного полів, а одиничний вектор \bar{e}_z перемножився на ці векторні добутки скалярно. Винесемо за дужки похідні коефіцієнтів за повздовжньою координатою, і поміняємо місцями операції додавання та інтегрування.

В результаті, на підставі рівності (3.2.4), всі інтеграли зникнуть, крім одного, який, на підставі (3.2.5), буде представляти собою норму N_m і отримаємо наступний вираз:

$$\begin{aligned} & -N_m \frac{dC_m^+}{dz} + \int_S [\text{rot} \bar{E}_\delta, \bar{H}_m] dS - \int_S \left[\text{rot} \left(\frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon} \right), \bar{H}_m \right] dS + \\ & + \int_S [\text{rot} \bar{H}_\delta, \bar{E}_m] dS - \int_S \left[\text{rot} \left(\frac{\bar{e}_z m_z}{i\omega\mu} \right), \bar{E}_m \right] dS = \\ & = -i\omega \int_S (\mu [\bar{H}_\delta, \bar{H}_m]) dS + i\omega \int_S (\varepsilon [\bar{E}_\delta, \bar{E}_m]) dS + \\ & + \int_S ([\bar{j}, \bar{E}_m] - [\bar{m}, \bar{H}_m]) dS. \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

Перша складова лівої частини скорочується з останньою складовою на підставі формули (3.3.1), яка визначає похідну від коефіцієнта.

Перетворимо вираз об'ємного інтегралу від дивергенції:

$$\begin{aligned} \int_V \operatorname{div} \left(\frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon}, \bar{H}_m^- \right) dV &= \oint_S \left(\frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon}, \bar{H}_m^- \right) d\bar{S} = \\ &= \int_V \operatorname{rot} \left(\bar{H}_m^-, \frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon} \right) dV - \int_V \operatorname{rot} \left(\frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon}, \bar{H}_m^- \right) dV. \end{aligned}$$

Виберемо об'єм V , обмежений двома плоскими поверхнями поперечних перерізів хвилеводу і частиною бічної поверхні, розташованої між ними. Поверхневий інтеграл перетворюється тоді в нуль, оскільки на поверхні поперечних перерізів вектори \bar{e}_z і $d\bar{S}$ колінеарні, а на бічній поверхні хвилеводу струми збудження дорівнюють нулю.

Перейшовши від об'ємних інтегралів до поверхневих шляхом повторного інтегрування за S і z використавши теорему про середнє і спрямувавши інтеграл за z до нуля, отримаємо:

$$\int_S \left(\operatorname{rot} \bar{H}_m^-, \frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon} \right) dS = - \int_S \left(\operatorname{rot} \frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon}, \bar{H}_m^- \right) dS. \quad (3.3.9)$$

Крім того, можна із однорідного рівняння Максвелла замінити $\operatorname{rot} \bar{H}_m^- = i\omega\varepsilon \bar{E}_m^-$. У результаті отримаємо:

$$\int_S \left(\operatorname{rot} \frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon}, \bar{H}_m^- \right) dS = - \int_S \left(\bar{e}_z j_z, \bar{E}_m^- \right) dS. \quad (3.3.10)$$

Виконавши подібне перетворення, отримаємо:

$$\int_S \left(\operatorname{rot} \frac{\bar{e}_z j_z}{i\omega\varepsilon}, \bar{E}_m^- \right) dS = - \int_S \left(\bar{e}_z m_z, \bar{H}_m^- \right) dS. \quad (3.3.11)$$

Векторно-скалярний добуток за боковою стінкою хвилеводу у формулі, аналогічній (3.3.9), скорочується внаслідок колінеарності векторів \bar{E}_m^- і $d\bar{S}$ на стінці хвилеводу.

Повернемося тепер до аналізу рівності (3.3.9). Інтеграли виду (3.3.10) і (3.3.11) скорочуються і в результаті отримуємо наступну рівність:

$$\int_S \left(\text{rot} \bar{E}_\delta + i\omega\mu \bar{H}_\delta, \bar{H}_m^- \right) dS + \int_S \left(\text{rot} \bar{H}_\delta - i\omega\varepsilon \bar{E}_\delta, \bar{E}_m^- \right) dS = 0. \quad (3.3.12)$$

Рівняння (3.3.12) можна трактувати інакше, ввівши додаткові, невраховані за виведення формули, струми:

$$\begin{aligned} -\bar{m}_\delta &= \text{rot} \bar{E}_\delta + i\omega\mu \bar{H}_\delta, \\ \bar{J}_z &= \text{rot} \bar{H}_\delta - i\omega\varepsilon \bar{E}_\delta. \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

Виходить що, умова із (3.3.12) накладається на струм:

$$\int_S [\bar{J}_z, \bar{E}_m^-] dS - \int_S [\bar{m}_z, \bar{H}_m^-] dS = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.3.14)$$

Аналогічно цьому можна отримати другу рівність:

$$\int_S [\bar{J}_z, \bar{E}_m^+] dS - \int_S [\bar{m}_z, \bar{H}_m^+] dS = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.3.15)$$

За співвідношення струмів, що задаються рівняннями (3.3.14) і (3.3.15), і за визначення коефіцієнтів розкладання формулами (3.3.1), виходить, що може існувати невраховане рядами поле, якщо $\bar{J}_z = \bar{m}_z = 0$. Це означає, що спосіб визначення коефіцієнтів не дає можливості врахувати хвилі, які не збуджуються струмами даного об'єму.

Дані рівності показують, що за їх виконання магнітні струми компенсують дію електричних струмів. Це можна безпосередньо побачити із формули (3.3.1). Взагалі в хвилеводі можна підібрати таке розподілення струмів, щоб він не збуджувався. Рівності (3.3.10) і (3.3.11) разом з рівністю (3.3.8) показують, що повздовжні складові струмів у виразах для полів (3.3.1) можуть бути вибрані довільно, так як повздовжні значення вибраних полів скорочуються незалежно від їх значення.

Таким чином, вираз для поля задовольняє рівнянням Максвелла і граничним умовам на стінках хвилеводу. Вибір саме

таких виразів для додаткових повздовжніх складових поля, пов'язаних із струмами збудження, пояснюється наступним чином.

Система власних хвиль хвилеводу будується на основі рішення двомірних рівнянь Гельмгольца у поперечному перерізі хвилеводу. Тому система є повною відносно поперечних складових електромагнітного поля.

Виникають питання, наскільки поперечні складові визначають повздовжні? Щоб відповісти на них, можна задати поперечні складові в вигляді рядів:

$$\begin{aligned}\bar{E}_t &= \sum_n (C_n^+ \bar{E}_{nt}^+ + C_n^- \bar{E}_{nt}^-), \\ \bar{H}_t &= \sum_n (C_n^+ \bar{H}_{nt}^+ + C_n^- \bar{H}_{nt}^-),\end{aligned}\tag{3.3.16}$$

що складаються із поперечних власних хвиль хвилеводу.

Рівняння Максвелла також треба розділити на повздовжні та поперечні. Позначивши одиничний вектор, направлений вздовж осі хвилеводу через \bar{e}_z , можна записати співвідношення:

$$\begin{aligned}\text{rot} \bar{E}_t &= \text{rot} \bar{E}_z + \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right], \\ \text{rot} \bar{E}_z &= \text{rot} \bar{E}_t - \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right],\end{aligned}\tag{3.3.17}$$

де t і z – власне позначають поперечні та повздовжні векторні складові.

У справедливості співвідношень легко впевнитися, використовуючи декартову систему координат, однак ці співвідношення будуть справедливі і в тому випадку, якщо тільки одна координата z буде декартовою, тобто буде мати метричний коефіцієнт рівний одиниці, і фіксований напрямок координатних ліній.

Міркування запозичені у Л. І. Ванштейна, побудовані якраз на тому, що у випадку однієї декартової координати є зв'язок між

повздожніми і поперечними складовими електромагнітних полів.

Співвідношення (3.3.17) дають можливість розділяти рівняння Максвелла на поперечні:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{E}_z + \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right] &= -i\omega\mu\bar{H}_t - \bar{m}_t, \\ \operatorname{rot} \bar{H}_z + \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right] &= i\omega\varepsilon\bar{E}_t - \bar{J}_t, \end{aligned} \quad (3.3.18)$$

і повздожні рівняння

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{E}_z - \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right] &= -i\omega\mu\bar{H}_z - \bar{m}_z, \\ \operatorname{rot} \bar{H}_z + \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right] &= i\omega\varepsilon\bar{E}_z - \bar{J}_z. \end{aligned} \quad (3.3.19)$$

Для власних хвиль ці рівняння будуть однорідними. Використовуючи ці однорідні рівняння $\bar{J}_z = \bar{m}_z = 0$ для власних хвиль, можна для полів (3.3.16) встановити зв'язок між поперечними та повздожніми складовими. Це саме важливе місце в теорії збудження, побудованій на використанні леми Лоренца, і тому зупинимося на цьому докладніше. Візьмемо ротор із рівнянь (3.3.18) і використовуючи (3.3.19):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{E}_t &= \sum_n \left(\left[\bar{e}_{zt}, \bar{E}_{nt}^+ \right] \frac{dC_n^+}{dz} + \left[\bar{e}_{zt}, \bar{E}_{nt}^- \right] \frac{dC_n^-}{dz} + \right. \\ &+ C_n^+ \operatorname{rot} \bar{E}_{nt}^+ + C_n^- \operatorname{rot} \bar{E}_{nt}^- \left. \right) = \sum_n \left(\left[\bar{e}_z, \bar{E}_{nt}^+ \right] \frac{dC_n^+}{dz} + \left[\bar{e}_z, \frac{d\bar{E}_{nt}^+}{dz} \right] C_n^+ - \right. \\ &\left. - i\omega\mu\bar{H}_{nt}^+ C_n^+ + \left[\bar{e}_z, \bar{E}_{nt}^- \right] \frac{dC_n^-}{dz} + \left[\bar{e}_z, \frac{d\bar{E}_{nt}^-}{dz} \right] C_n^- - i\omega\mu\bar{H}_{nz}^- C_n^- \right) = \\ &= \sum_n \frac{d}{dz} \left(\left[\bar{e}_z, C_n^+ \bar{E}_{nt}^+ \right] + C_n^- \bar{E}_{nt}^- - i\omega\mu \left(C_n^+ \bar{H}_{nz}^+ + C_n^- \bar{H}_{nz}^- \right) \right). \end{aligned}$$

Інакше це можна переписати як тотожність, що пов'язує поперечну частину електричного поля з повздовжньою частиною магнітного:

$$\operatorname{rot} \bar{E}_t - \left[\bar{e}_z, \frac{\bar{E}_t}{dz} \right] = -i\omega\mu \sum_n (C_n^+ \bar{H}_{nt}^+ + C_n^- \bar{H}_{nt}^-). \quad (3.3.20)$$

Формула (3.3.20) є основною. В ліву частину входить поперечна частина електричного поля, яка складається із суми власних хвиль хвилеводу, а в праву частину рівняння входить сума повздовжніх частин магнітних полів власних хвиль. Представлення поля у вигляді суми власних хвиль хвилеводу, помножених на коефіцієнти, залежні тільки від однієї повздовжньої координати, метричний коефіцієнт якої дорівнює одиниці, визначило цю залежність.

Підставивши значення (3.3.20) в ліву частину першого рівняння (3.3.19), отримаємо:

$$-i\omega\mu \sum_n (C_n^+ \bar{H}_{nt}^+ + C_n^- \bar{H}_{nt}^-) = \frac{\bar{m}_z}{i\omega\mu}, \quad (3.3.21)$$

звідки легко визначити значення повздовжньої частини магнітного поля, вираженої через власні поля хвилеводу

$$\bar{H}_z = \sum_n (C_n^+ \bar{H}_{nt}^+ + C_n^- \bar{H}_{nt}^-) - \frac{\bar{m}_z}{i\omega\mu}. \quad (3.3.22)$$

Аналогічно цьому отримаємо:

$$\bar{E}_z = \sum_n (C_n^+ \bar{E}_{nt}^+ + C_n^- \bar{E}_{nt}^-) - \frac{\bar{J}_z}{i\omega\epsilon}. \quad (3.3.23)$$

Отже, визначення поперечних складових електромагнітного поля у вигляді суми власних хвиль хвилеводу, помножених на коефіцієнти, залежні від повздовжньої координати, приводять в залежність повздовжніх складових електромагнітного поля від струмів збудження. Якщо струми задані, то це призводить до обмежень у використанні теорії збудження.

Якщо струми виражаються через поля, то тоді задача виявляється повністю визначеною і знову обмежень не виникає. Завдяки обмеженню сукупності розкладання полів в ряди, досягають простоти і виразності в описі явищ в лініях передачі енергії НВЧ.

3.4. Способи збудження електромагнітних хвиль у хвилеводах

Відомі різноманітні способи збудження електромагнітного поля заданого типу в хвилеводах.

Застосовуються збуджуючі пристрої наступних типів:

штирьові;

рамкові або петльові;

щілинні;

штир-щілинні.

Загальні особливості розміщення збуджуючих пристроїв полягають в наступному.

За збудження поля пристроєм штирьового типу штир (або штирі) варто розташовувати в місці, де напруженість електричного поля у хвилеводі максимальна. Вісь штиря повинна співпадати із напрямком силових ліній вектора напруженості електричного поля \vec{E} (рис. 3.1).

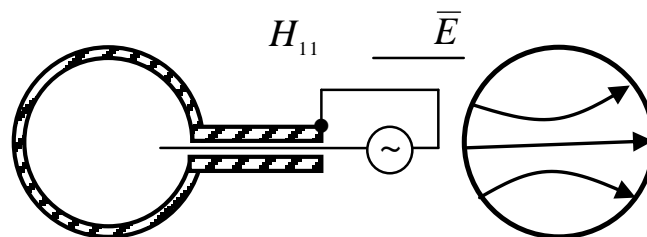


Рис. 3.1. Круглий хвилевід із штирем паралельним силовим лініям електричного поля

На рисунку 3.2 схематично показані способи збудження штирьовими антенами полів різного типу в прямокутному хвилеводі.

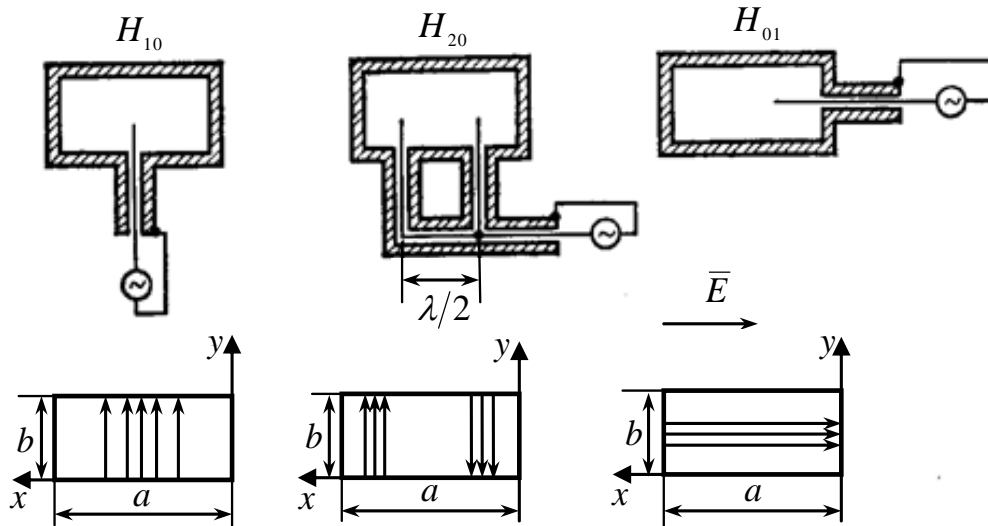


Рис. 3.2. Збудження хвилеводу штирем для різних типів хвиль прямокутного хвилеводу

За збудження поля пристроєм рамкового чи петлевого типу петлю необхідно розташовувати в місці, де напруженість магнітного поля у хвилеводі максимальна. Площина петлі повинна бути перпендикулярна силовим лініям вектора напруженості магнітного поля \vec{H} (рис. 3.3). На рис. 3.3 наведений приклад збудження петлею хвилі типу H_{10} в прямокутному хвилеводі та H_{11} у круглому хвилеводі.

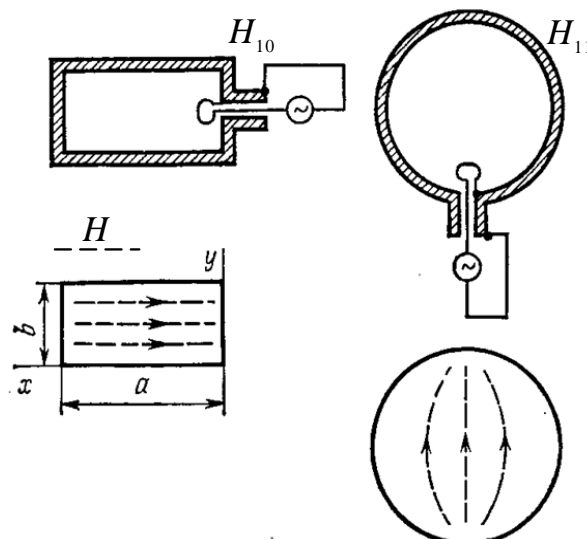


Рис. 3.3. Збудження круглого та прямокутного хвилеводів петлею

За збудження поля антеною щілинного типу щілину необхідно розташувати так, щоб вона перетинала лінії поверхневого струму в стінках хвилеводу.

На рис. 3.4 представлено збудження хвилі H_{11} в прямокутному хвилеводі за допомогою щілини та іншого хвилеводу, в якому розповсюджується дана хвиля.

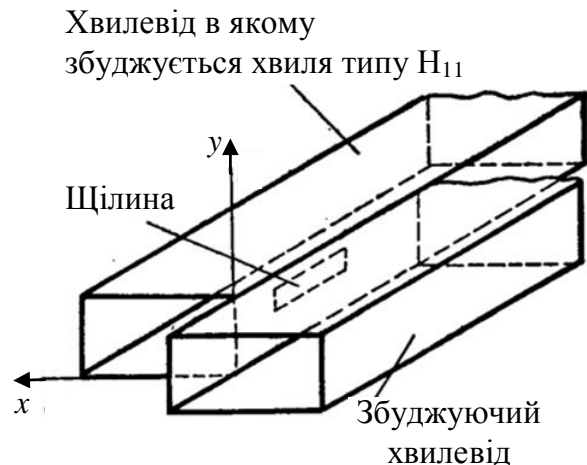


Рис. 3.4. Прямокутний хвилевід який збуджується щілиною

На рис. 3.5 показано збудження хвилі типу H_{10} в прямокутному хвилеводі за допомогою штир-щілинного збуджувача.

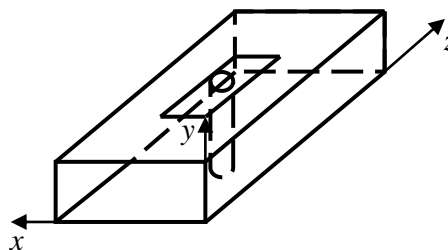


Рис. 3.5. Прямокутний хвилевід із штир-щілинним збуджувачем

3.5. Збудження хвилеводу за допомогою штиря

Розглянемо задачу про збудження хвилеводу штирем з врахуванням теоретичних положень, розглянутих вище, щоб за різних окремих випадків можна було використовувати отримані результати для розрахунку конструкцій техніки НВЧ.

Нехай прямокутний хвилевід 1 (рис. 3.6), короткозамкнений на кінці металевою стінкою 2, перпендикулярною осі хвилеводу, в якому може розповсюджуватися тільки один тип хвилі. На відстані $l_{кз}$ від короткозамкненої стінки і на відстані a_1 від вузької стінки розташований штир 3, перпендикулярний широким стінкам хвилеводу.

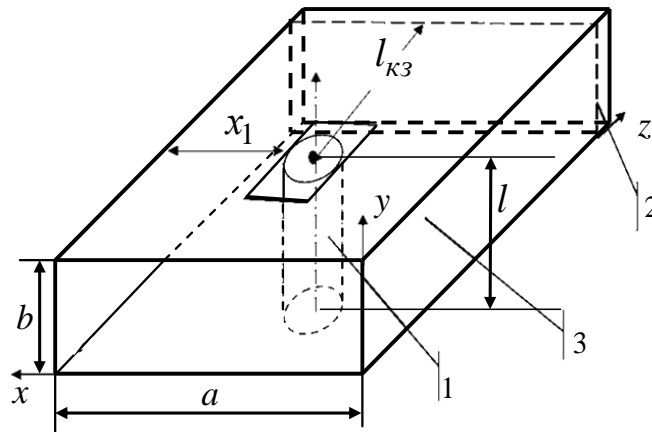


Рис. 3.6. Прямокутний хвилевід із короткозамкненою стінкою

Штир (круглий циліндричний провідник) з'єднаний із стінками хвилеводу через зосереджені комплексні опори z_1 та z_2 , розмірами яких можна знехтувати. За такого розташування штиря його довжина l повинна дорівнювати розміру вузької стінки хвилеводу b .

Проте, збережемо в розрахунках довжину штиря l , припускаючи в подальшому розгляд випадку, коли штир менший за b , вважаючи за цього, що $z_2 = \infty$. Або опір штиря має ємнісний характер, якщо він знаходиться близько від широкої стінки, тобто якщо довжина штиря менша b .

Виберемо декартову систему координат, пов'язану з хвилеводом, вважаючи вісь z спрямовану вздовж осі хвилеводу, вісь x – спрямовану за внутрішньою стороною вузької стінки, а y – за внутрішньою стороною широкої стінки через центр штиря, точніше через його опір z_1 . Відстань вздовж осі штиря будемо відраховувати від широкої стінки, що співпадає з площиною (x, y) вве-

деною декартовою системою координат. Для струму в штирі справедливі телеграфні рівняння:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = -ik\rho I + E_{\xi}^{cm}, \quad (3.5.1)$$

де φ – скалярний динамічний потенціал; k – хвильове число; I – струм, який протікає по штирю; E_{ξ}^{cm} – напруженість стороннього електричного поля; $\rho = N \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ – хвильовий опір штиря,

$$\frac{\partial I}{\partial \xi} = \frac{-ik}{\rho\varphi}. \quad (3.5.2)$$

Розв’язок рівняння (3.5.1) залежить від стороннього поля і від умов на кінцях провідника. Виключимо потенціал із рівняння. В результаті отримаємо рівняння другого порядку для струму:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial \xi^2} + k^2 I = \frac{-ikE_{\xi}^{cm}}{\rho}.$$

Рівнянню задовольняє частковий розв’язок:

$$I_e = -\frac{i}{\rho} \int_0^{\xi} E_{\xi}^{cm}(\xi') \sin k(\xi - \xi') d\xi', \quad (3.5.3)$$

в чому можна переконатися, підставивши його в рівняння. З рівнянь (3.5.2) і (3.5.3) можна знайти частковий розв’язок для потенціалу:

$$\varphi_e = \int_0^{\xi} E_{\xi}^{cm}(\xi') \cos k(\xi - \xi') d\xi'. \quad (3.5.4)$$

Вибір нижньої границі інтегрування значення не має, так як в подальшому будуть визначені довільні сталі інтегрування.

Запишемо загальний розв’язок однорідних рівнянь відповідно до (3.5.4) та (3.5.5):

$$(3.5.5)$$

$$I_f = \frac{1}{i\rho} (A \sin k\xi - B \cos k\xi),$$

$$\varphi_f = (A \cos k\xi - B \sin k\xi).$$

Додавши значення часткових розв'язків (3.5.3) та (3.5.4) отримаємо розв'язок системи рівнянь (3.5.1) і (3.5.2) залежні від двох довільних сталих A , B . Сталі визначаються із граничних умов на кінцях провідника. За $\xi = 0$ маємо опір z_1 :

$$\frac{\varphi(0)}{I(0)} = \frac{\varphi_e(0) + \varphi_f(0)}{I_e(0) + I_f(0)} = -z_1. \quad (3.5.6)$$

За $\xi = l$ провідник навантажений на опір z_2 :

$$\frac{\varphi(l)}{I(l)} = \frac{\varphi_e(l) + \varphi_f(l)}{I_e(l) + I_f(l)} = z_2. \quad (3.5.7)$$

Підставивши значення I_e , φ_e , I_f і φ_f із виразів (3.5.3), (3.5.4) та (3.5.5) за $\xi = 0$ – в рівняння (3.5.6) і за $\xi = l$ – в рівняння (3.5.7), отримаємо два рівняння з двома невідомими довільними сталими A, B . Розв'язавши дані рівняння, для чого потрібно підставити значення довільних сталих у першу рівність (3.5.1) і додавши до нього (3.5.3), отримаємо значення струму:

$$I(\xi) = -\frac{l}{i\rho} \left[\left(\frac{z_1}{i\rho} \sin k\xi - 1 \right) \int_0^\xi E_\xi^{cm} \left(\frac{z_2}{i\rho} \sin k(l-\xi) - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos k(l-\xi) \right) d\xi + \int_0^\xi E_\xi^{cm}(\xi') \sin k(\xi - \xi') d\xi' \right]. \quad (3.5.8)$$

Таким чином, вирішена частина задачі: за заданим значенням складової електричного поля дотичної до провідника і граничними умовами на кінцях провідника, вираженими у вигляді опорів z_1 та z_2 , що з'єднують кінці провідника із стінками хвилеводу, знайдений струм у провіднику.

Вираз (3.5.8) виведений у загальному вигляді без врахування форми хвилеводу і місця включення провідника і, відповідно, підходить для провідника, включеного в будь-який хвилевід або довгу лінію.

Друга частина задачі складається із знаходження дотичної складової стороннього електричного поля E_{ξ}^{cm} , діючого на провідник у хвилеводі. Це буде поле, наведене на провідник струмами, що протікають у стінках хвилеводу. В даному випадку використовуються висновки попереднього підрозділу, прийнявши до уваги тільки хвилю основного типу прямокутного хвилеводу, описаного вище за постановки задачі.

Поле цієї хвилі може розглядатися як створене струмами, що протікають по стінках хвилеводу, в той час як поле, яке можна було б отримати за допомогою додавання хвиль хвилеводу вищих типів або отримати в замкнутій формі, як поле навколо провідника.

Поле хвилі основного типу буде складатися з поля падаючої хвилі, що має амплітуду (коефіцієнт розкладання у векторний ряд Фур'є) $C^{(n)}$ і хвилі, збудженої струмом в штирі, яку можна знайти за допомогою леми Лоренца.

В даному випадку, за розташування штиря у поперечній площині хвилеводу, сума полів хвиль, випромінених в обидві сторони хвилеводу, залишається в області, що займає штир, постійною так, що можна брати для розрахунку або амплітуду хвилі, яка випромінюється в сторону короткозамкненої стінки, або – в сторону генератора.

Приймемо значення амплітуди хвилі, яка випромінюється в сторону генератора C_1^+ . Можна ввести в розгляд ще амплітуду хвилі, відбитої від короткозамкненої стінки і повернутої в місце розташування штиря – $C^{(n)} e^{-2k_1 l_{кз}}$, де $l_{кз}$ – відстань від штиря до короткозамкненої стінки; k_1 – уявне хвильове число хвилі основного типу, $k_1 = \sqrt{(\pi/a)^2 - k^2}$ і хвилі, збудженої штирем в сторону короткозамкненої стінки та відбитої в область штиря – $C_1^- e^{-2k_1 l_{кз}}$.

Знак мінус перед амплітудами відбитих хвиль з'являється внаслідок зміни фази на 180° за відбиття.

Задачу можна також розв'язувати наступним чином. Знайти провідність у перерізі штиря і додати до неї провідність короткозамкнутого відрізка хвилеводу. Тоді відбиті хвилі для розрахунку провідності, яка вноситься штирем, вводити не потрібно. Результати обох методів аналізу повністю співпадають.

Зупинимося на другому методі, менш громіздкому. Будемо вважати, що штир розташований в нескінченному хвилеводі, або в хвилеводі, навантаженому на узгоджене навантаження. Шукаємо значення шунтуючої провідності, яка вноситься штирем у хвилевід. Визначаємо амплітуду хвилі, яка випромінюється в сторону генератора, скориставшись лемою Лоренца:

$$C_1^+ = \frac{1}{N_1} \int_0^l E_{1\xi}^- I(\xi) d\xi = \frac{E_{1\xi}^-}{N_1} \int_0^l I(\xi) d\xi. \quad (3.5.9)$$

Значення поля власної хвилі хвилеводу $E_{1\xi}^-$ винесли за знак інтегралу, оскільки поле прямокутного хвилеводу не залежить від ξ . Також не залежить від ξ і E_ξ^{cm} у виразі (3.5.8) для струму штиря. Враховуючи це і вираз (3.5.9), виконавши інтегрування, отримаємо:

$$C_1^+ = I \frac{E_{1\xi}^- E_\xi^{cm}}{N_1 i k \rho} \left\{ 1 - \frac{1 - \cos kl}{kl} + \frac{\left[\frac{z_1 z_2}{\rho^2} (1 - \cos kl) + \left(\frac{z_1 z_2}{\rho^2} + 1 \right) \sin kl + \frac{z_1 - z_2}{i\rho} \sin kl + \cos kl - 1 \right] \frac{\sin kl}{kl}}{\frac{z_1 - z_2}{i\rho} \cos kl} \right\}. \quad (3.5.10)$$

Спростимо запис виразу (3.5.10) до наступного вигляду:

$$C_1^+ = E_\xi^{cm} I_1^+. \quad (3.5.11)$$

Рівняння (3.5.11) дає значення амплітуди хвилі, збудженої струмом у штирі, яка разом з амплітудою падаючої хвилі, визначає стороннє поле на штирі:

$$E_{1\xi}^{cm} = (C^{(n)} + C_1^+) E_{1\xi}^+. \quad (3.5.12)$$

У (3.5.12) враховано, що для прямокутного хвилеводу $\bar{E}_1^+ = \bar{E}_1^-$. З (3.5.11) і (3.5.12) знайдемо коефіцієнт відбиття:

$$\Gamma = \frac{C_1^+}{C^{(n)}}.$$

Звідси можна знайти значення шунтуючої провідності за формулою:

$$Y_{ш} = \frac{2\Gamma}{1+\Gamma} = -2 \frac{C_1^+}{C_1^+ + C^{(n)}}. \quad (3.5.13)$$

З іншого боку, із (3.5.11) і (3.5.12) слідує вираз:

$$C_1^+ = (C_1^+ + C^{(n)}) E_{1\xi}^{cm} I_1^+. \quad (3.5.14)$$

Із (3.5.14) виходить значення шунтуючої провідності:

$$Y_{ш} = -2 E_{1\xi}^{cm} I_1^+,$$

звідки, підставляючи (3.5.10), отримаємо значення шунтуючої провідності, що вноситься штирем, навантаженим на опори z_1 та z_2 :

$$Y_{ш} = -\frac{2}{ik\rho} \frac{E_{1\xi}^{cm} E_{1\xi}^+}{N_1} \left\{ 1 - \frac{1 - \cos kl}{kl} + \frac{\left[\frac{z_1 z_2}{\rho^2} (1 - \cos kl) + \left(\frac{z_1 z_2}{\rho^2} + 1 \right) \sin kl + \frac{z_1 - z_2}{i\rho} \sin kl + \cos kl - 1 \right] \frac{\sin kl}{kl}}{\left[\frac{z_1 - z_2}{i\rho} \cos kl \right]} \right\}. \quad (3.5.15)$$

Вираз можна застосовувати для багатьох окремих випадків, що мають практичне значення в техніці сантиметрових хвиль. У

виразі (3.5.15) можна розглядати провідність штиря, помножену на взаємний опір хвилеводу, який можна визначити за формулою:

$$z_b = \frac{-E_{1\xi}^- E_{1\xi}^+}{kN_1} l = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{l}{b} \frac{\sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right)^2}{ka \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{ka}\right)^2}}, \quad (3.5.16)$$

де x_1 – відстань від штиря до вузької стінки хвилеводу; a, b – розміри широкої та вузької стінок прямокутного хвилеводу. Інша частина виразу (3.5.15) представляє собою провідність штиря.

3.6. Окремі випадки: індуктивний штир, резонансний штир, коаксіально-хвилеводний перехід, детекторна головка НВЧ

Найбільш простий випадок – індуктивний штир, що використовується для узгодження хвилеводу з навантаженням. В цьому випадку провідність, яка шунтує хвилевід, може бути розрахована за формулами (3.5.15) та (3.5.16), якщо вважати, що $z_1 = z_2 = 0$ (штир приєднаний до широких стінок хвилеводу) і $l = b$. Тоді всі тригонометричні функції в формулі (3.5.15) скорочуються і шунтуюча провідність має вигляд:

$$Y_{ш} = -i \frac{2}{\rho} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi x_1}{a}\right)}{ka \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{ka}\right)^2}}. \quad (3.6.1)$$

Враховавши значення хвильового опору штиря (3.5.2) $\rho = N \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$, отримаємо безрозмірну провідність (3.6.1). Порівняємо це значення зі значенням, отриманим за допомогою методу додавання хвиль у хвилеводі:

$$Y_w = -i2 \frac{1}{\frac{1}{2\pi} \left[\ln \left(\left(\frac{2a \sin \left(\frac{\pi x_1}{a} \right)^2}{r} \right) - 2 \right) \right]} \frac{\sin \left(\frac{\pi x_1}{a} \right)^2}{ka \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{ka} \right)^2}}.$$

Із порівняння цих формул виходить, що число N для штиря радіусом r , що знаходиться в прямокутному хвилеводі, повинно мати вигляд:

$$N = \frac{1}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{2a \sin \left(\frac{\pi x_1}{a} \right)^2}{r} \right) - 2 \right]. \quad (3.6.2)$$

Це значення відрізняється від (3.3.12) тим, що замість довжини провідника l під знак логарифму входить значення $a \sin^2 \left(\frac{\pi x_1}{a} \right)$ та від значення логарифму віднімається 2 замість 1. Значення (3.6.2) краще відображає процес формування електромагнітного поля навколо штиря, що знаходиться у хвилеводі, ніж вираз (3.3.12), так як даний вираз виведений для тонкого провідника, а вираз (3.6.2) такого обмеження не має.

Зміст отриманого виразу (3.6.2) полягає в тому, що хвильовий опір штиря у хвилеводі залежить від поперечного розподілення поля навколо штиря.

За розглядання даного питання (для провідника у вільному просторі) отримане значення (3.3.12) мало довжину як міру поперечного поля, залежного від довжини.

У випадку розміщення провідника у хвилевід відбувається багаторазове відбиття його поля від стінок хвилеводу так, що поняття довжини провідника, яку варто було підставити у вираз (3.3.12), стає незначним.

У зв'язку із вказаним вище, потрібно прийняти до розрахунку значення хвильового опору у вигляді:

$$\rho = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[\ln \left(\frac{2a \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right)^2}{r} \right) - 2 \right], \quad (3.6.3)$$

і скористатись формулою (3.6.1). Таке ж значення потрібно приймати і в інших випадках.

Резонансний штир представляє собою штир, приєднаний тільки до однієї широкої стінки хвилеводу, з довжиною, меншою за вузьку стінку хвилеводу. Можна отримати провідність резонансного штиря із (3.5.15), за $z_1 = 0$, $z_2 = \infty$. За цього добуток (3.5.16) на множник, що залежить від параметрів штиря, буде мати вигляд:

$$Y_{in} = z_b \frac{2}{i\rho} \left[1 - \frac{1 - \cos kl}{kl} + \frac{\sin^2(kl)}{kl \cos kl} \right]. \quad (3.6.4)$$

За значення kl близького до $\pi/2$ отримуємо резонанс, так як косинус у знаменнику наближається до нуля. Поблизу від резонансу виходить шунтування хвилеводу накоротко.

В цьому випадку необхідно враховувати втрати в штирі, увівши їх в рівняння опору штиря (за рахунок скін-ефекту). За цього в телеграфні рівняння для штиря потрібно додати опір провідника, в результаті чого отримаємо комплексне значення k , залежне від опору. Резонансний штир широко використовується для узгодження хвилеводів.

Коаксіально-хвилеводний перехід представляє собою конструкцію, в якій коаксіальний кабель з'єднується з прямокутним хвилеводом наступним чином.

В широкій стінці прямокутного хвилеводу необхідно зробити отвір відповідний за діаметром екрану коаксіального кабелю. В отвір припаюється екран до рівня із внутрішньою поверхнею широкої стінки хвилеводу, а внутрішній провідник коаксіального кабелю виступає у хвилевід, утворюючи штир.

Як правило, цей штир має довжину, близьку до резонансної, тобто чвертьхвильової. Відрізок хвилеводу закорочується на

відстані від штиря, приблизно рівній четверті довжини хвилі у хвилеводі.

За правильного виконання коаксіально-хвилеводного переходу вся енергія із хвилеводу без відбиття переходить в коаксіальний кабель і навпаки.

Розрахунок узгодження хвилеводу з кабелем легко виконуються за допомогою виразів (3.5.15), (3.5.16), (3.6.3). В цьому випадку необхідно покласти в (3.5.15) $z_1 = \rho_0$, $z_2 = \infty$. Окрім того, паралельно шунтуючій провідності (3.5.15) потрібно включити шунтуючу провідність короткозамкнутого відрізка хвилеводу, що приведе до додавання значення цієї провідності до виразу (3.5.15).

В результаті отримаємо провідність переходу зі сторони прямокутного хвилеводу:

$$Y = -\frac{2}{ik\rho} \left\{ 1 - \frac{1 - \cos kl}{kl} + \frac{\rho_0(1 - \cos kl) + i \sin kl}{\rho} \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin kl}{kl} \right] - ictg \left[\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} l_{кз} \right], \quad (3.6.5)$$

де $l_{кз}$ – відстань від штиря до короткозамкнутого кінця хвилеводу, ρ_0 – хвильовий опір коаксіального кабелю.

Задача узгодження хвилеводу із коаксіальним кабелем полягає в такому виборі розмірів, щоб отримати в необхідній смузі частот $Y = 1$. Деякі конструкції детекторних головок, якими закінчуються хвилеводи, представляють собою хвилевід прямокутного перерізу, в широку стінку якого впаюється екран коаксіального кабелю. На кінці кабелю створюється шунтуюча ємність, через яку замикається струм високої частоти. Напроти кабелю в протилежну широку стінку впаюється штир, другий кінець якого з'єднаний із центральним провідником коаксіального кабелю через кристалічний (напівпровідниковий) змішувач. Вхідна провідність такої детекторної головки може бути розрахована також за допомогою виведеної формули (3.5.15), в якій, для цієї мети, пот-

рібно прийняти $l = b$, $z_2 = 0$, z_1 – комплексний опір р-п переходу. З (3.5.15), (3.5.16) та (3.6.3) можна вивести наступну формулу для вхідної провідності детекторної головки з врахуванням шунтуючої провідності частини короткозамкнутого хвилеводу, яка включається за штирем для узгодження:

$$Y = -\frac{2z_b}{i\rho} \left\{ 1 - \frac{1 - \cos kb}{kb} + \frac{\left[\frac{z_1}{i\rho} \sin kb + \cos kb - 1 \right] \times}{\left[\sin kb + \frac{z_1}{i\rho} \cos kb \right] \times} \right. \\ \left. \frac{\times \sin kb}{\times kb} \right\} - ictg k_g l_{кз}, \quad (3.6.6)$$

де $k_g = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$ – хвильове число хвилеводу.

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 3

- 3.1. Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 556 с.
- 3.2. Баскаков С. И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Радиотехника, 2013. – 416 с.
- 3.3. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
- 3.4. Манойлов В. Ф., Коровкин Ю. М. Лемма Лоренца для невзаимных сред / В. Ф. Манойлов, Ю. М. Коровкин // Известия вузов. Радиотехника. – 1978. – № 7. – С. 70–72.
- 3.5. Манойлов В. Ф. Лемма Лоренца и теоремы взаимности для анизотропных сред / В. Ф. Манойлов // Труды Житомирского филиала КПИ. – Вып. 2. – Житомир. – 1994. – С. 45–53.
- 3.6. Федоров Н. Н. Основы электродинамики. – М.: Высш. Школа, 1980. – 400 с.
- 3.7. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1989. – 543 с.
- 3.8. Пименов Ю. В., Вольман В. И., Муравцов А. Д. Техническая электродинамика. – М.: Радио и связь, 2000. – 536 с.

РОЗДІЛ 4 ТЕЛЕГРАФНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ВУЗЬКОЇ ЩІЛИНИ В ХВИЛЕВОДІ

4.1. Магнітний струм і векторний потенціал вузької щілини, прорізаної в металевому екрані

Уявимо плоский нескінченний екран з провідного матеріалу, в якому прорізана щілина, ширина якої значно менша за її довжину і менша за довжину хвилі в просторі навколо щілини [4.1–4.3].

Через щілину може відбуватися обмін енергією між двома областями простору. Очевидно, що щілина збуджується електромагнітними полями, створеними деякими джерелами по обидва боки провідного екрану.

Ці джерела, сторонні для щілини, будуть створювати сторонні поля, які позначимо в першій області простору \bar{E}_1, \bar{H}_1 , а в другій – \bar{E}_2, \bar{H}_2 . Нехай сама щілина створює електромагнітне поле \bar{E}, \bar{H} .

Щоб розглянути випромінювання, припустимо, що не змінюючи електромагнітне поле, створене щілиною у другій області, будемо вважати, що електромагнітне поле в першій області дорівнює нулю.

Тоді в площині щілини повинен виникнути поверхневий магнітний струм, рівний за значенням розриву дотичної складової електричного поля на щілині. Можемо тепер вважати, що випромінювання створює цей магнітний струм.

Однак, випромінюють також струми, що протікають в екрані. Тому випромінювання, знайдене тільки за рахунок магнітного поля, буде неповним.

Потрібно певним чином компенсувати дію електричного струму, що протікає в екрані. Візьмемо до уваги, що електричне поле щілини перпендикулярне до поверхні екрану, оскільки він виготовлений із провідного матеріалу.

За цього електромагнітне поле з обох боків провідного екрану має взаємно протилежне значення, оскільки позитивно заряджений край щілини створює розбіжне в обидва боки електромагнітне поле, а від'ємний – збіжне.

Щоб позбутися провідного екрану, припустимо, що поміняли на протилежне електромагнітне поле в першій області, а в другій залишили електромагнітне поле таким, як у вільному просторі. Для цього необхідно ввести в площину щілини поверхневий магнітний струм, вдвічі більший ніж раніше, так як розрив дотичної складової електричного поля стане вдвічі більший і буде дорівнювати $2\bar{E}$, де \bar{E} – вектор напруженості електричного поля в площині щілини. Запишемо значення цього вектора магнітного струму [4.1]:

$$\bar{M} = -2[\bar{E}, \bar{n}_{12}], \quad (4.1.1)$$

де \bar{n}_{12} – одиничний вектор нормалі, проведений до екрану з першої області в другу. Тепер силові лінії електричного поля мають однаковий напрямок на обох поверхнях екрану і можна, не змінюючи розподіл поля у другій області, уявно усунути провідний екран. За цього виходить, що замість щілини в просторі буде поверхневий магнітний струм, який випромінює.

Звернемо увагу, що, забираючи екран, залишаємо незмінним поле щілини, яке випромінюється нею в іншу область. Щодо сумарного поля у другій області, то не розглядаємо дію сторонніх джерел першої області на другу, коли уявно усунули провідний екран.

Таким чином, залишаємо сторонні поля незайманими. Користуючись теорією магнітного векторного потенціалу, можемо тепер записати вираз для магнітного векторного потенціалу, створеного щілиною у другій області [4.1, 4.4, 4.5]:

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{e^{-ikt}}{r} \bar{M} dS. \quad (4.1.2)$$

Звідси можна зробити висновок, що половина величини векторів електромагнітного поля, яке випромінюється щілиною, створюються електричними струмами, які протікають в екрані.

Насправді, для того щоб усунути провідний екран, необхідно повернути на зворотне електромагнітне поле з іншого боку щілини, тобто збільшити магнітний струм на поверхні щілини в два рази порівняно із тим, який був до того, як забрали екран.

4.2. Телеграфне рівняння для розподілення напруги вздовж вузької щілини і граничні умови на її кінцях

У виразі (4.1.2) векторний потенціал створюється вузькою смужкою, яка закриває щілину з поверхневим магнітним струмом (4.1.1). Отримуємо плоский магнітний провідник, схожий на одиночний тонкий провідник з тією різницею, що замість електричного струму в ньому є магнітний струм i , що поперечний переріз тонкого провідника круглий, а щілина – плоска.

Однак ця різниця в формі є незначною. Вона, як показує теорія резонансної діафрагми в хвилеводі і порівняння цієї теорії з теорією щілини, прорізаної в закороченій стінці, приводить до зміни фіктивного радіуса еквівалентного круглого магнітного вібратора (радіус повинен дорівнювати чверті ширини щілини Δ) [4.3, 4.6–4.8].

В цьому випадку можна повністю використовувати теорію одиночного тонкого провідника, розглянуту в попередньому розділі.

Виходить двояка задача. Силкові лінії напруженості електричного поля провідника замінюються силовими лініями напруженості магнітного поля в щілині, а силкові лінії магнітного поля навколо провідника – силовими лініями електричного поля навколо магнітного вібратора.

На двоякість вперше звернув увагу вчений А. А. Пістолькорс.

Користуючись викладеним вище, знайдемо значення векторного потенціалу (4.1.2). Для цього виразимо векторний потенціал через напругу між краями щілини.

Підставимо у вираз (4.1.2) значення магнітного струму (4.1.1), після чого замінимо інтегрування за поверхнею щілини повторним інтегруванням за її шириною і довжиною:

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi} \int_0^l \int_0^\Delta \frac{e^{-ikt}}{r} 2[\bar{E}, \bar{n}_{12}] d\eta d\xi. \quad (4.2.1)$$

Позитивний напрямок вектора \bar{E} виберемо в напрямку поперечної координати $\bar{E} = \bar{e}_\eta E$, де \bar{e}_η – одиничний вектор. За цього вважатимемо наближено, що електричне поле направлене перпе-

ндикують на осі щілини. Це виконується тільки для вузьких щілин [4.3, 4.4].

Виберемо напрямок одиничного вектора \bar{e}_ξ , колінеарного нормалі \bar{n}_{12} , таким, щоб векторний потенціал був направлений вздовж осі щілини, напрям якої визначаємо одиничним вектором \bar{e}_ξ .

Тоді $\bar{e}_\xi = -\bar{n}_{12}$, тобто вектор системи координат ξ, η, ζ буде направлений всередину щілини, так як розглядається електромагнітне поле в другій області, а нормаль направлена з першої у другу:

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi} \int_0^l \int_0^\Delta \frac{e^{-ikt}}{r} 2[-\bar{e}_\xi, \bar{e}_\eta] E d\eta d\xi = \frac{1}{4\pi} \int_0^l \int_0^\Delta \bar{e}_\xi \frac{e^{-ikt}}{r} 2E d\eta d\xi.$$

Якщо точка спостереження знаходиться на деякій відстані від щілини, то за інтегрування за її шириною відстань r буде змінюватися незначно і внутрішній інтеграл можна взяти окремо:

$$\int_0^\Delta E d\eta = U, \quad (4.2.2)$$

де U – напруга між краями щілини. Підставивши ці значення в (4.2.1), отримаємо векторний потенціал для щілини:

$$F = \frac{1}{4\pi} \int_0^l \frac{e^{-ikt}}{r} \bar{e}_\xi 2U d\xi. \quad (4.2.3)$$

Якщо скористатися теорією тонкого провідника, розглянутою в попередньому розділі, то можна написати головне значення векторного потенціалу (4.2.3):

$$F = \bar{e}_\xi N \left(\frac{\Delta}{4} \right) 2U(\xi). \quad (4.2.4)$$

Для складання диференційного рівняння розподілення напруги вздовж щілини враховуються граничні умови на поверхні щілини, які аналогічні умовам на поверхні провідника, що використані раніше [4.1, 4.2, 4.4].

Раніше виходили з повздовжнього, відносно провідника, електричного поля, створеного струмом, який протікає в провіднику [4.9].

За допомогою виразу (4.2.4) запишемо значення напруженості магнітного поля, створеного магнітним потенціалом вздовж щілини:

$$H_{\xi} = \frac{1}{i\omega\mu} 2N \left(\frac{\Delta}{4} \right) \left[\frac{d^2 U(\xi)}{d\xi^2} + k^2 U(\xi) \right]. \quad (4.2.5)$$

Повернемося до розгляду реальної щілини і запишемо в її площині, яка доповнюється площиною провідного екрану до замкнутої, граничні умови для дотичної до силових ліній магнітного поля. Як було вказано вище, стороннє магнітне поле в другій області, в тій де магнітне поле залишилося незмінним, має значення \bar{H}_2 , а його проекція на вісь щілини має значення напруженості $H_{2\xi}$.

Сума цієї напруженості магнітного поля і напруженості магнітного поля (4.2.5) дає значення напруженості магнітного поля, утвореного магнітною смужкою. Для отримання цього значення необхідно змінити напрямок магнітного поля в першій області на зворотний. Повертаючись до дійсного напрямку поля, необхідно записати значення дотичної складової магнітного поля в першій області у вигляді різниці $H_{1\xi} - H_{\xi}$.

Таким чином, граничні умови прирівнювання дотичних складових магнітного поля в площині щілини зі сторони обох областей будуть мати вигляд [4.1]:

$$H_{2\xi} + H_{\xi} = H_{1\xi} - H_{\xi}. \quad (4.2.6)$$

З (4.2.6), враховуючи (4.2.5), складемо рівняння для розподілу напруги вздовж щілини:

$$\frac{d^2U(\xi)}{d\xi^2} + k^2U(\xi) = ik \frac{1}{2N\left(\frac{\Delta}{4}\right)\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}} \frac{H_{1\xi} - H_{2\xi}}{2}. \quad (4.2.7)$$

У формулі (4.2.7) обрана система координат, вісь ξ якої співпадає із віссю щілини, вісь η має напрямок в сторону додатного напрямку електричного поля на щілині, а вісь ζ направлена зі сторони другого об'єму до першого.

За достатньо грубих припущень, коли замінюється плоска щілина круглим вібратором, а потім знаходиться магнітне поле для прирівнювання граничних магнітних полів у площині щілини, результат може відрізнятись від дійсного.

Насправді розповсюдження електромагнітної хвилі вздовж щілини визначається енергією електромагнітного поля сконцентрованої поблизу щілини, а не в площині розподілу двох областей, то отримані результати досить добре співпадають з експериментальними, не дивлячись на зроблені припущення [4.5, 4.9].

З іншого боку, простота отриманих результатів дає можливість розглядати досить складні випадки використання щілин у радіотехнічних системах.

Замість одного рівняння (4.2.7) для використання граничних умов доцільно використовувати два телеграфних рівняння, аналогічних телеграфним рівнянням для тонкого провідника.

Для цього потрібно ввести скалярний магнітний потенціал ψ . Аналогічно електричному полю, магнітне поле може бути виражене через векторний і скалярний магнітні потенціали наступним чином [4.1, 4.4]:

$$\bar{H} = -grad \psi - i\omega\varepsilon \bar{F}. \quad (4.2.8)$$

Це рівняння, подібне до рівності (4.2.2), може бути використане для отримання ще одного телеграфного рівняння:

$$\frac{d^2\psi}{d\xi^2} = -i\omega\varepsilon 2N\left(\frac{\Delta}{4}\right)U + \frac{H_{2\xi} - H_{1\xi}}{4}, \quad (4.2.9)$$

де напіввізниця сторонніх магнітних полів грає роль стороннього магнітного поля. Напрямок координат той же, що і в рівнянні (4.2.7).

Друге телеграфне рівняння виходить із умов калібрування магнітного векторного потенціалу [4.1, 4.2, 4.5]:

$$\operatorname{div}\bar{F} = -i\omega\mu\psi. \quad (4.2.10)$$

Дивергенція буде дорівнювати похідній за напрямком ξ , і використовуючи головне значення (4.2.4), отримаємо друге телеграфне рівняння:

$$\frac{dU}{d\xi} = -i\omega\varepsilon \frac{\mu}{2N\left(\frac{\Delta}{4}\right)}\psi. \quad (4.2.11)$$

Знайдемо швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі вздовж щілини, на яку не діють сторонні магнітні поля. Такий випадок може трапитися на практиці.

Прирівнявши до нуля праву частину виразу (4.2.7), побачимо, що електромагнітні хвилі можуть розповсюджуватися вздовж щілини в протилежних напрямках зі швидкістю світла в середовищі, що оточує щілину. Оскільки електромагнітна хвиля розповсюджується зі швидкістю світла, то в поперечній площині отримуємо електростатичне розподілення потенціалу.

Це розподілення легко знайти в еліптичній системі координат, припускаючи, що краї провідного екрану по обидві сторони від щілини, заряджені протилежно. Потенціал тоді буде залежати тільки від однієї еліптичної координати.

За цього еліптична система координат являє собою сімейство конфокальних еліпсів з фокусами в точках кінця екрану і систему гіпербол, перпендикулярних до них, які вироджуються в поверхні екрану по обидва боки щілини.

Одна з еліптичних координат задає положення гіперболи і тільки від цієї координати буде залежати потенціал, приймаючи на поверхнях екрану протилежні значення.

Вирішуючи це завдання, можна знайти значення потенціалу у випадку екрану із заокругленими краями, що мають кінцеву товщину.

4.3. Властивості одиночної щілини в хвилеводі та її провідність. Гантелеподібна щілина.

Для вирішення двох телеграфних рівнянь (4.2.9) та (4.2.11) або одного рівняння другого порядку (4.2.7) потрібно мати дві граничні умови. Ці умови можна розглядати на кінцях щілини.

Найбільш часто зустрічаються щілини кінцевої довжини, прорізані в добре провідній металевій стінці [4.9, 4.10]. На кінцях такої щілини електричне поле перетворюється в нуль, внаслідок чого гранична умова має вигляд $U = 0$.

Цікавою є та обставина, що розподілення напруги вздовж щілини з короткозамкнутими кінцями мало залежить від форми магнітного поля, точніше – від розподілення його вздовж щілини.

Дана обставина відіграє важливу роль в наближеній теорії щілин, які з'єднують хвилеводи.

Розглянемо це явище, вирішуючи диференціальне рівняння (4.2.5) за допомогою рядів Фур'є [4.11–4.13].

Нехай прямолінійна щілина має довжину l . Граничні умови на її кінцях будуть наступними:

$$\begin{aligned} U(0) &= 0, \\ U(l) &= 0. \end{aligned} \tag{4.3.1}$$

Виразимо напругу вздовж щілини у вигляді ряду Фур'є [4.5, 4.13]:

$$U(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi\xi}{l}. \tag{4.3.2}$$

Система функцій, на якій побудований ряд Фур'є (4.3.2) представляє собою повну систему і тому не обмежує спільність рішення рівняння (4.2.7).

Граничні умови (4.3.1) виконані автоматично, оскільки кожен член суми ряду задовольняє цим умовам.

Припустимо, що ряд можна двічі диференціювати, в справедливості чого можна переконатися в подальшому після того, як

будуть визначені коефіцієнти ряду. Підставимо припустиму форму рішення (4.3.2) в рівняння (4.2.7):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[k^2 - \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] a_n \sin \frac{n\pi\xi}{l} = \frac{ik}{g} \frac{H_{1\xi} - H_{2\xi}}{2}, \quad (4.3.3)$$

де $g = 2N \left(\frac{\Delta}{4} \right) \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$ – хвильова провідність щілини. Помножи-

вши (4.3.3) на один із синусів ряду та інтегруючи від нуля до l , отримаємо значення коефіцієнтів:

$$a_n = \frac{2}{l} \frac{ik}{g} \int_0^l \frac{(H_{1\xi} - H_{2\xi})}{k^2 - \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2} \sin \left(\frac{n\pi\xi}{l} \right) d\xi. \quad (4.3.4)$$

Очевидно, що члени ряду швидко зменшуються із зростанням номеру n ряду. Якщо щілина має резонансну довжину, коли знаменник останнього виразу близький до нуля, основна гармоніка набагато більша за амплітудою порівняно із іншими.

Якщо щілина коротша за резонансну, то і в цьому випадку можна k^2 вважати набагато меншим, ніж $\left(\frac{n\pi}{l} \right)^2$ і нехтувати вищими гармоніками порівняно із основною. Це несуттєво залежить від виду магнітного поля. Якщо вид магнітного поля змінюється, то форма напруги на щілині змінюється незначно.

**Такі твердження в сучасній радіотехніці є досить грубими і помилковими. Оскільки нехтують енергетичними властивостями сигналу, значно втрачаючи коефіцієнт корисної дії (ККД), та інші параметри системи.*

Сигнал, до якого це застосовано, є узагальненим, математичним, де членами ряду Фур'є є нескінченний набір гармонійних коливань, які ще називають гармоніками з частотами $\omega_n = n\omega_1$, $n = 1, 2, 3, \dots$ кратними основній частоті послідовності. [С. И. Баскаков. Радиотехнические цепи и сигналы. Изд. 3-е, переработанное и дополненное. – М.; Высшая школа, 2000. - 465 с.]

Загалом, сигнали, що використовуються в сучасній радіотехніці, є детермінованими за формою і мають конкретний набір гармонік, які визначають спектр і потужність цього сигналу дійсного (фізичного).

Це впливає з наступних властивостей ряду Фур'є:

коефіцієнти ряду, складають оптимальний за критерієм мінімуму енергії (потужності) похибки набір коефіцієнтів ряду Фур'є;

з формул обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є випливає, що наступний коефіцієнт ряду не залежить від значення попереднього коефіцієнта, тобто кожен з коефіцієнтів ряду обчислюється незалежно від усіх інших;

у формулах обчислення коефіцієнтів ряду використовуються значення сигналу $s(t)$ лише в межах інтервалу $[a, b]$.

Таким чином, якщо функцію $s(t)$ задано лише на цьому скінченному інтервалі, відповідний ряд Фур'є збігатиметься до $s(t)$ на інтервалі $[a, b]$.

Поза інтервалом ряд Фур'є збігається до сигналу, який періодично продовжує сигнал $s(t)$.

Ряд Фур'є збігається до сигналу $s(t)$ на інтервалі визначення, але в загальному випадку не збігається в кожний довільний момент часу.

[Волощук Ю. І. Сигнали та процеси у радіотехніці: Підручник для студентів вищих навчальних закладів, Т.1-4, Харків: «Компанія СМІТ», 2003. 580 с.]

За розв'язання задач з використанням ряду Фур'є для збереження енергетичних властивостей системи та відношення сигнал/шум, окрім основної гармоніки, необхідно враховувати конкретний набір гармонік (25 перших членів ряду, які забезпечать мінімальну похибку форми сигналу за потужністю, шириною смуги та спектром).

Розглянемо тепер щілину, яка на кінці закінчується отвором, виконаним в екрані. Цей отвір, діаметр якого більше ширини щілини, називається гантеллю.

Діаметри гантелей необхідно вибирати пропорційними довжині хвилі складових гармонік (рис. 4.1) та необхідної їх кількості, що забезпечують форму сигналу, який використовується.

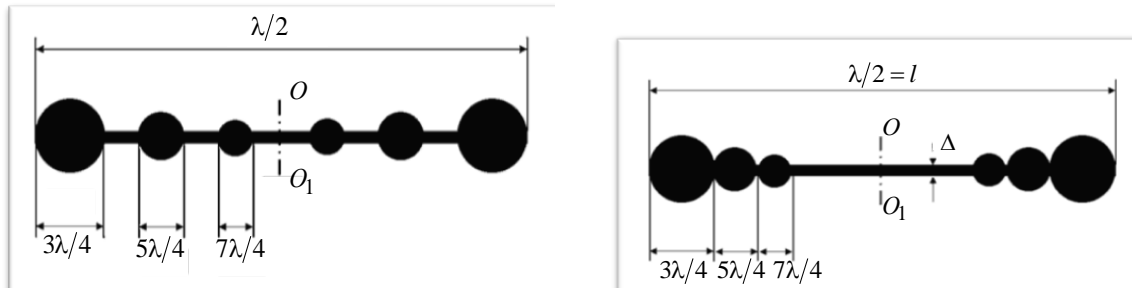


Рис. 4.1. Гантелеподібні щілини з гармонійними складовими

Це дасть можливість отримати необхідні показники системи за потужністю, шириною смуги та спектром, відношенням сигнал/шум, ніж у простій гантелі.

Перейдемо до формулювання граничних умов на гантелеподібній щілині.

Контурний інтеграл від електричного поля по краю отвору гантелі дорівнює нулю, так як дотична складова електричного поля на поверхні металу дорівнює нулю.

На щілині в місці приєднання її до гантелі, напруга дорівнює $U(l)$. Тому інтеграл за замкнутим контуром навколо гантелі буде дорівнювати $U(l)$. Скориставшись теоремою Стокса і виразом магнітного поля через потенціали, отримаємо:

$$\begin{aligned}
 U(l) &= \oint_C \bar{E} d\bar{l} = \int_S \text{rot} \bar{E} d\bar{S} = -i\omega\mu \int_S \bar{H} d\bar{S} = \\
 &= -i\omega\mu \int_S (-\text{grad} \psi - i\omega\mu \bar{F}) d\bar{S}.
 \end{aligned}
 \tag{4.3.4}$$

Оскільки \bar{F} лежить у площині щілини паралельно магнітному поверхневому струму, який, виходячи з граничних умов, знаходиться в площині щілини, то скалярний добуток $\bar{F} d\bar{S} = 0$ і отримуємо [4.1, 4.9, 4.14–4.17]:

$$U(l) = ik \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} (\text{grad} \psi, d\bar{S}). \quad (4.3.5)$$

Виходячи із виразу для ємності тонкої круглої пластинки, виведеного раніше за розгляду ємності еліпсоїда, для електростатичного потенціалу φ має місце рівність:

$$-\varepsilon \int_S (\text{grad} \psi, d\bar{S}) = 8\varepsilon r_0 \varphi, \quad (4.3.6)$$

де r_0 – радіус пластинки; $8\varepsilon r_0 \varphi$ – ємність пластинки.

Аналогічно до статичного поля можна написати для магнітного поля вираз, подібний до (4.3.6):

$$-\mu \int_S (\text{grad} \varphi, d\bar{S}) = 4\mu r_0 \varphi. \quad (4.3.7)$$

Коефіцієнт зменшений в два рази, тому що у виразі (4.3.5) приймає участь тільки одна поверхня, в той час як для ємності пластинки враховується потік вектора електричної індукції з обох боків пластинки.

Внаслідок неперервності φ , останній однаковий для щілини та гантелі. З (4.3.5) і (4.3.7) отримуємо залежність:

$$U(l) = -i\omega 4\mu r_0 \varphi(l). \quad (4.3.8)$$

Якщо скористатися граничними умовами (4.3.8), то можна знайти резонансну частоту гантелеподібної щілини, вирішивши однорідні телеграфні рівняння (4.2.9) і (4.2.11), які перепишемо наступним чином:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{d\xi} &= -\frac{ik}{g} \psi, \\ \frac{d\psi}{d\xi} &= -ikgU. \end{aligned} \quad (4.3.9)$$

З рішення даних рівнянь виходить:

$$\begin{aligned} U &= U_1 e^{-ik\xi} + U_2 e^{ik\xi}, \\ \psi &= g(U_1 e^{-ik\xi} + U_2 e^{ik\xi}), \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

де U_1, U_2 – довільні сталі інтегрування. Для визначення довільних сталих інтегрування використаємо граничні умови на кінцях гантелеподібних щілин: за $\xi = l$,

$$U_1 e^{-ikl} + U_2 e^{ikl} = i\omega 4\mu r_0 g (U_1 e^{-ikl} - U_2 e^{ikl}).$$

Дану умову можна переписати в наступному вигляді:

$$\left(1 + i4\mu r_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} g\right) U_1 e^{-ikl} + \left(1 - i4\mu r_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} g\right) U_2 e^{ikl} = 0;$$

за $\xi = 0$, $U_1 + U_2 = i\omega \psi \mu r_0 g (U_1 - U_2)$, або

$$\left(1 + i4kr_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} g\right) U_1 + \left(1 - i4kr_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} g\right) U_2 = 0.$$

Визначник цієї системи повинен дорівнювати нулю, що дає рівняння для визначення власної частоти коливань щілини. Позначимо однією буквою безрозмірний параметр, який характеризує дію щілини і гантелі:

$$4kr_0 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} g = 4kr_0 2N \left(\frac{\Delta}{4}\right) = \theta.$$

Прирівнюючи визначник з коефіцієнтів до нуля, отримаємо рівняння для резонансної частоти гантелеподібної щілини:

$$tgkl = \frac{2\theta}{(1 - \theta^2)}.$$

Остання рівність дає можливість знайти значення хвильового числа, яке залежить від частоти.

Рівність показує, що довжина щілини зменшується за введення гантелей. За їх розмірів, що наближаються до нуля, радіус r_0 і параметр θ , також наближаються до нуля. За цього kl наближається до π , а l до $\lambda/2$.

Для щілини легко вивести інтегральне рівняння, аналогічне тому, яке було виведене для тонкого провідника, і врахувати тоді втрати на випромінювання.

Проте, це потрібно робити разом із пристроєм живлення – хвилеводом або резонатором, так як в іншому випадку отримані параметри щілини буде важко використати.

4.4. Дослідження властивостей щілин у прямокутних хвилеводах

4.4.1. Дослідження властивостей хвилеводів із щілиною

Нехай маємо прямокутний хвилевід із ідеально провідними стінками (рис. 4.2), в якому розповсюджується електромагнітна хвиля за зростанням координати z .

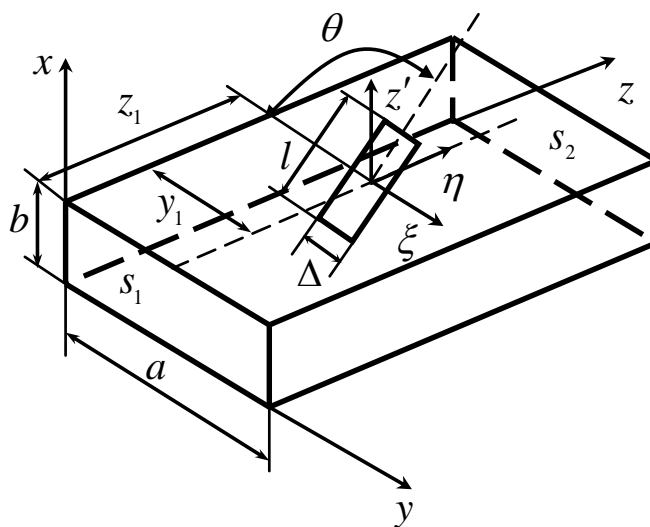


Рис. 4.2. Прямокутний хвилевід із щілиною

Прямокутний хвилевід навантажений на узгоджене навантаження. Як відомо, істинне поле в такому прямокутному хвилеводі можна виразити через основні власні функції \bar{E}_- , \bar{H}_- та їх амплітуду C_- , яка залежить від джерела [4.1, 4.2, 4.4]:

$$\bar{H} = C_- \bar{H}_-; \bar{E} = C_- \bar{E}_-. \quad (4.4.1)$$

Основні власні функції виражаються наступними формулами:

$$\begin{aligned}
H_{\mp} &= H_N \left(\mp k, \bar{l}_y \sin \frac{\pi}{a} y - j \bar{l}_z \cos \frac{\pi}{a} y \right) e^{\mp j k_1 z}, \\
E_{\mp} &= E_N \bar{l}_x \sin \left(\frac{\pi}{a} y \right) e^{\mp j k_1 z}.
\end{aligned}
\tag{4.4.2}$$

Величини E_N , H_N нормовані до одиниці [4.1, 4.2]:

$$N = \int_{S_p} \{ [\bar{E}_+ \bar{H}_-] - [\bar{E}_- \bar{H}_+] \} d\bar{S} = 1,
\tag{4.4.3}$$

де N – норма власної функції прямокутного хвилеводу; S_p – площа поперечного перерізу прямокутного хвилеводу.

Отримуємо:

$$\begin{aligned}
H_N &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda_{xв} \lambda}{ab} \frac{1}{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}}}, \\
E_N &= \sqrt{\frac{\lambda_{xв}}{\lambda} \frac{1}{ab} \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}},
\end{aligned}
\tag{4.4.4}$$

де $\lambda_{xв} = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}$ – довжина хвилі в хвилеводі; k_1 –

фазова постійна хвиль основного типу; λ – довжина хвилі у вільному просторі, що заповнює хвилевід; ϵ_0 – діелектрична проникність вільного простору, що заповнює хвилевід.

Нехай у широкій стінці прямокутного хвилеводу прорізана щілина. Щілина збуджується електромагнітним полем хвилеводу. Збуджена щілина створює навколо себе електромагнітне поле. Позначимо вектор напруженості магнітного поля на щілині з боку хвилеводу $\bar{H}_{щ}$, а з боку вільного простору – $\bar{H}'_{щ}$. Умова безперервності поля на щілині дозволяє скласти рівняння [4.1]:

$$e_- \bar{H}_- + \bar{H}_{щ} = \bar{H}'_{щ}.
\tag{4.4.5}$$

Збуджена щілина випромінює електромагнітну енергію, величину якої можна визначити. Для цього, використавши умову (4.4.5), запишемо потік потужності через площу щілини $S_{щ}$:

$$N = \int_{S_{щ}} (\bar{E}_{щ} e_{-}^* \bar{H}_{-}^* + \bar{H}_{щ}^*) d\bar{S} = \int_{S_{щ}} [\bar{E}_{щ}, \bar{H}_{щ}^*] d\bar{S}, \quad (4.4.6)$$

де $d\bar{S} = \bar{l}_z dS$; dS – елемент площі щілини; \bar{l}_z – одиничний орт, направлений нормально до поверхні щілини; $\bar{H}_{щ}^*$ – комплексно-спряжений вектор напруженості магнітного поля щілини.

Права частина рівняння (4.4.6) це потужність P' , яка переноситься полем, створеним щілиною, через поверхню щілини в бік зовнішнього об'єму. Очевидно, що цю потужність можна виразити через амплітуду напруги в центрі щілини U_1 і деякий фіктивний струм $I_1'^*$.

Якщо змінити знак перед другою складовою в лівій частині рівняння (4.4.6), то воно буде представляти собою потужність P , що переноситься полем, створеним щілиною через поверхню щілини в бік хвилеводу. Дану потужність можна виразити через фіктивний струм I_1^* і амплітуду напруги в центрі щілини $P = U_1 I_1^*$ [4.1].

Тоді повна потужність P_I , яка переноситься полем, створеним щілиною з її поверхні в бік зовнішнього об'єму і в бік хвилеводу виражається наступним чином: $P_I = P + P' = U_1(I^* + I'^*) = U_1 I_I^*$, струм I_I^* можна виразити через U_1^* , застосувавши коефіцієнт пропорційності Y_1^* , що має розмірність провідності $I_I^* = U_1^* Y_1^*$.

Вся потужність тоді дорівнює $P_I = U_1 U_1^* Y_1^*$.

Перенесемо другу складову з лівої частини рівняння (4.4.6) в праву частину. Тоді зліва з'являться два інтеграли, які і будуть складати потужність P_I :

$$\int_{S_{щ}} (\bar{E}_{щ} e_{-}^* \bar{H}_{-}^* + \bar{H}_{щ}^*) d\bar{S} = U_1 U_1^* Y_1^*. \quad (4.4.7a)$$

Знехтувавши зміною магнітного поля вздовж ширини щілини і враховуючи, що вектор напруженості електричного поля щілини \bar{E}_{uz} орієнтований перпендикулярно до поздовжньої осі щілини із (4.4.7а) отримаємо (рис. 4.3):

$$e_{-}^* U_1 \int_{-l/2}^{l/2} \varphi(\eta) H_{-\eta}^* d\eta = U_1 U_1^* Y_1^*, \quad (4.4.76)$$

де $H_{-\eta}^*$ – складова основного типу поля у хвилеводі, що співпадає з поздовжньою віссю щілини; $\varphi(\eta)$ – функція розподілення напруженості електричного поля вздовж щілини, $\varphi(\eta)_{\max} = 1$.

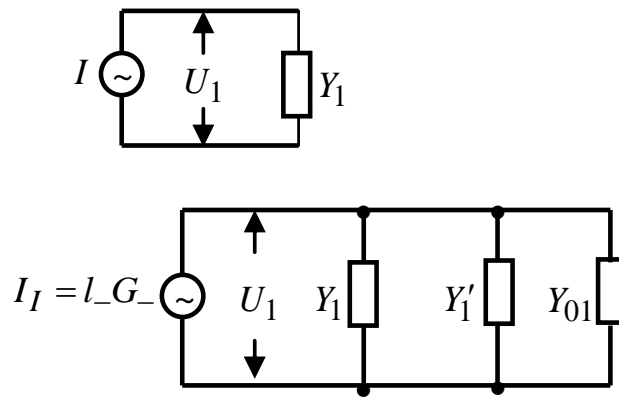


Рис. 4.3. Еквівалентна схема хвилеводу із щілиною

Напруга в центрі щілини дорівнює [4.1, 4.18–4.20]:

$$U_1 = \int_{-l/2}^{l/2} E_{uz} d\eta. \quad (4.4.8)$$

З теорії щілинних антен відомо, що напруженість електричного поля вздовж щілини розподілена приблизно за законом $\sin x$ [4.8]. Тоді:

$$Y(\eta) = \cos\left(\pi \frac{\eta}{l}\right). \quad (4.4.9)$$

Ліва частина рівняння (4.4.7) являє собою потужність у комплексному вигляді, яка розповсюджується з хвилеводу в щілину і підтримує вимушені коливання в щілині.

Права частина рівняння (4.4.7а) представляє собою потужність у комплексному вигляді, яка споживається з щілини на випромінювання і створює реактивні поля на щілині. Рівняння (4.4.7а) можна назвати рівнянням енергетичного балансу енергії щілини.

Коефіцієнт Y_I будемо називати повною провідністю щілини.

Дану провідність можна представити трьома провідностями:

Y_1 – провідність випромінювання із щілини в хвилевід. Цю провідність можна знайти, якщо розрахувати дійсну частину потоку вектора $Y - \pi$ через два поперечних перерізи хвилеводу, розташовані по різні боки від щілини, і прирівняти його до потужності $U_1 U_1^* Y_1^*$;

Y_1' – провідність випромінювання щілини з хвилеводу в зовнішній об'єм. Її також можна знайти, обчисливши потік вектора $Y - \pi$ через поверхню, віддалену від щілини на деяку відстань у зовнішньому об'ємі. Якщо у зовнішньому об'ємі є відбивання поля від неоднорідностей, то ця частина потоку вектора $Y - \pi$ і провідності Y_1' можуть бути в комплексному вигляді. За цього уявна частина Y_1' буде визначена однозначно. Для однозначного визначення $I_m(Y_1')$ необхідно потік вектора $Y - \pi$ визначати через поверхню, що співпадає з поверхнею щілини, врахувавши тільки розподілені падаючі і відбиті хвилі в зовнішньому об'ємі і прирівнявши його потужності $U_1 U_1^* Y_1^*$;

Y_{01} – власна реактивна провідність щілини, яка зберігає запас реактивної енергії на самій щілині і в об'ємі навколо неї.

Перетворивши (4.4.7) і підставивши в нього (4.4.9), отримаємо:

$$e_{-1}^* \alpha_{-1} = U_1 (Y_1 + Y_1' + Y_{01}) = U_1 Y_I, \quad (4.4.10)$$

де

$$\alpha_{-1} = \int_{-l/2}^{l/2} \varphi(\eta) H_{-\eta} d\eta. \quad (4.4.11)$$

Величина α_{-1} характеризує зв'язок щілини з основним типом поля хвилеводу і називається коефіцієнтом зв'язку [4.1].

4.4.2. Провідність випромінювання із щілини в хвилевід

Для знаходження провідності випромінювання із щілини в хвилевід Y_1 необхідно знати амплітуди полів, створених щілиною у хвилеводі. Істинне поле в хвилеводі можна представити наступним чином [4.1, 4.4]:

зліва від щілини

$$\bar{H} = C_- \bar{H}_- + C_{+1} \bar{H}_{+1} + \sum_2^{\infty} C_{+n} \bar{H}_{+n}; \quad (4.4.12)$$

справа від щілини

$$\bar{H} = C_- \bar{H}_- + C_{-1} \bar{H}_{-1} + \sum_2^{\infty} C_{-n} \bar{H}_{-n}, \quad (4.4.13)$$

де C_{+1} , C_{-1} – амплітуди полів основного типу хвилі, створених щілиною у хвилеводі, $\sum_2^{\infty} C_{+n} \bar{H}_{+n}$ – сума полів вищих типів хвиль, створених у щілині.

Запишемо лему Лоренца для об'єму, обмеженого поверхнями s_1 та s_2 (рис. 4.2) [4.1]:

$$\int_S ([\bar{E}_\pm, \bar{H}] - [\bar{E}, \bar{H}_\pm]) d\bar{S} = 0. \quad (4.4.14)$$

Тоді знаходимо:

$$C_{-1} = U_1 \alpha_{+1}; \quad C_{+1} = U_1 \alpha_{-1}. \quad (4.4.15)$$

Вираз (4.4.15) показує, що коефіцієнт α_{+1} , характеризує вплив щілини на основне поле у хвилеводі. Запишемо потік вектора $Y - \pi$ для полів, створених щілиною, через перерізи s_1 і s_2 та прирівняємо його до потужності, що випромінюється у хвилевід:

$$\int_{s_1} [C_{+1} \bar{E}_{+1}, C_{+1}^* \bar{H}_+^*] d\bar{S} - \int_{s_2} [C_{-1} \bar{E}_{-1}, C_{-1}^* \bar{H}_-^*] d\bar{S} = U_1 U_1^* Y_1^* . \quad (4.4.16)$$

Підставивши (4.4.12) і (4.4.15) у рівняння (4.4.16) знаходимо:

$$Y_1 = \frac{\alpha_{+1}^* \alpha_{+1} + \alpha_{-1} \alpha_{-1}^*}{2} . \quad (4.4.17)$$

Поля вищих типів за розподілення від щілини швидко затухають і на перерізах s_1 та s_2 їх можна не враховувати. Тому у виразі (4.4.16) врахована тільки дійсна частина потоку вектора $Y - \pi$.

Використовуючи наступні співвідношення між власними функціями [4.1]:

$$\bar{H}_- = -\bar{H}_+^* , \quad (4.4.18)$$

та, відповідно, і коефіцієнти зв'язку:

$$\alpha_- = -\alpha_{+1} , \quad (4.4.19)$$

вираз (4.4.17) можна записати в простішому виді:

$$Y_1 = -|\alpha_{-1}|^2 . \quad (4.4.20)$$

Провідність випромінювання щілини в хвилевід визначається тільки квадратом модуля коефіцієнта зв'язку, який, в свою чергу, залежить від довжини щілини, її розташування у хвилеводі і параметрів хвилеводу.

Підставивши (4.4.15) і (4.4.16) в (4.4.11), можна знайти коефіцієнт відбиття Γ в щілині на виході хвилеводу ($z = 0$):

$$\Gamma = \frac{C_{+1}}{C_{-1}} = \frac{\alpha_{-1}^2}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}} = \frac{\alpha_{-1}^2}{Y_1}, \quad (4.4.21)$$

і коефіцієнт проходження T :

$$T = \frac{C_{-1} + C_-}{C_-} = \frac{Y_1' + Y_{01}}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}} = \frac{Y_1' + Y_{01}}{Y_I}. \quad (4.4.22)$$

Якщо хвилевід навантажений на неузгоджене навантаження і маємо коефіцієнт відбиття від кінця Γ_k , то, аналогічним чином, може бути отриманий наступний загальний коефіцієнт відбиття:

$$\Gamma = \frac{\alpha_{-1}^2 + (Y_1' + Y_{01})\Gamma_k}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}} e^{-j2k_1\Delta z}, \quad (4.4.23)$$

де Δz – відстань між центром щілини і кінцем хвилеводу, а

$$\alpha_{-1}^2 = \hat{\alpha}_{-1}^2 e^{-j2k_1\Delta z}, \quad (4.4.24)$$

z_1 – координата геометричного центру щілини за віссю z . Величина $\hat{\alpha}_{-1}$ не змінюється за переміщення щілини вздовж хвилеводу. Таким чином встановлений зв'язок між коефіцієнтом відбиття від щілини, її провідністю і місцем щілини в хвилеводі.

4.4.3. Провідність випромінювання щілини з хвилеводу в зовнішній об'єм

До цього часу розглядалися властивості зовнішнього об'єму, в якому щілина випромінює. Нехай це буде прямокутний хвилевід з розмірами поперечного перерізу a', b' , збуджений щілиною з торця (рис. 4.4).

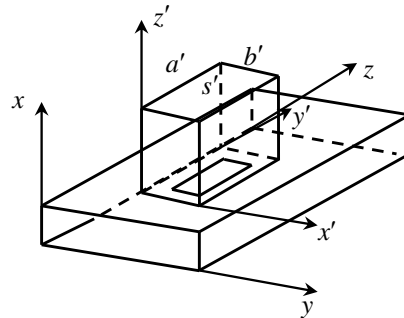


Рис. 4.4. Прямокутний хвилевід, який збуджується щілиною

Будемо вважати, що від навантаження даного хвилеводу частково відбивається електромагнітна енергія, і тому поле основного типу в ньому має вид [4.1]:

$$\begin{aligned}\bar{H}'_1 &= C'_- \bar{H}'_- + C'_+ \bar{H}'_+, \\ \bar{E}'_1 &= C'_- \bar{E}'_- + C'_+ \bar{E}'_+, \end{aligned} \quad (4.4.25)$$

де $\bar{E}'_{\pm}, \bar{H}'_{\pm}$ – власні функції основного типу поля для даного хвилеводу.

Знайдемо зв'язок між напругою на щілині U_1 та амплітудами поля C'_- і C'_+ створеного щілиною.

Запишемо теорему Лоренца для торця хвилеводу. Одну з поверхонь проведемо через переріз хвилеводу, в якому розташована щілина, іншу s' на деякій відстані від щілини. Так як всередині об'єму джерел немає, то отримуємо [4.1]:

$$\int_s \left([\bar{E}'_-, \bar{H}'_+] - [\bar{E}'_+, \bar{H}'_-] \right) d\bar{S} = 0. \quad (4.4.26)$$

Враховуючи ортогональність власних хвиль у хвилеводі на перерізі s , отримаємо:

$$\int_{s'} \left([\bar{E}'_-, C'_+ \bar{H}'_+] - [C'_+ \bar{E}'_+, \bar{H}'_-] \right) d\bar{S} = C'_+ N', \quad (4.4.27)$$

а на перерізі, в якому розташована щілина, отримаємо:

$$\begin{aligned} \int_{s'} \left([\bar{E}'_- C'_- \bar{H}'_- + C'_+ \bar{H}'_+] - [\bar{E}'_{щ}, \bar{H}'_-] \right) d\bar{S} = \\ = \frac{(C'_+ + C'_-)}{2} N' + U_1 \alpha'_{-1}, \end{aligned} \quad (4.4.28)$$

де N' – норма поля.

Прийmemo норму поля для цього хвилеводу рівною $N' = 1$ (4.4.28).

Підставивши (4.4.26) і (4.4.27) в (4.4.25), отримаємо:

$$U_1 = \frac{(C'_+ + C'_-)N'}{2\alpha'_{-1}}. \quad (4.4.29)$$

Використавши тепер визначення провідності Y'_1 , запишемо потік вектора $Y - \pi$ через переріз s' і прирівняємо його до потужності, яка випромінюється щілиною:

$$\int_{s_1} [\bar{E}', \bar{H}'^*] d\bar{S}|_{z' \rightarrow 0} = U_1 U_1^* Y_1'^*. \quad (4.4.30)$$

Перетворивши вираз (4.4.30), підставивши в нього (4.4.24) і використавши властивість поперечної складової полів у хвилеводі (4.4.18) отримаємо, не враховуючи $z' \rightarrow 0$:

$$U_1 U_1^* Y_1'^* = \frac{1}{2} (C'_+ + C'_-) (C'^* + C'^*_+). \quad (4.4.31)$$

Підставимо значення напруги щілини із (4.4.29) в (4.4.31), знайдемо провідність Y'_1

$$Y'_1 = 2|\alpha'_{-1}|^2 Y', \quad (4.4.32)$$

де Y' – нормована вхідна провідність даного хвилеводу в перерізі щілини:

$$Y' = \frac{C'_- + C'_+}{C'_+ + C'_-}. \quad (4.4.33)$$

Вхідну провідність завжди можна представити в комплексному виді, яка складається з активної g' та реактивної b' частин:

$$Y' = g' + jb'. \quad (4.4.34)$$

З виразів (4.4.32), (4.4.33), (4.4.34) видно, що якщо хвилевід, який збуджується щілиною з торця, навантажений на узгоджене навантаження ($C'_+ = 0$, $g' = 1$, $b' = 0$), то провідність Y'_1 дорівнює:

$$Y'_1 = 2|\alpha'_{-1}|^2. \quad (4.4.35)$$

Провідність випромінювання щілини в хвилевід з торця дорівнює подвоєному квадрату модуля коефіцієнта впливу. Отриманий результат дозволяє розраховувати узгодження Т-подібних хвилеводних переходів.

4.5. Дослідження властивостей двох щілин у хвилеводі

4.5.1 Щілини, які розташовані під різними кутами

Нехай поле прямокутного хвилеводу, в якому прорізано дві похилі щілини (рис. 4.5), описується виразом (4.5.1). Величини, що відносяться до першої щілини будемо позначати індексом 1, до другої – індексом 2.

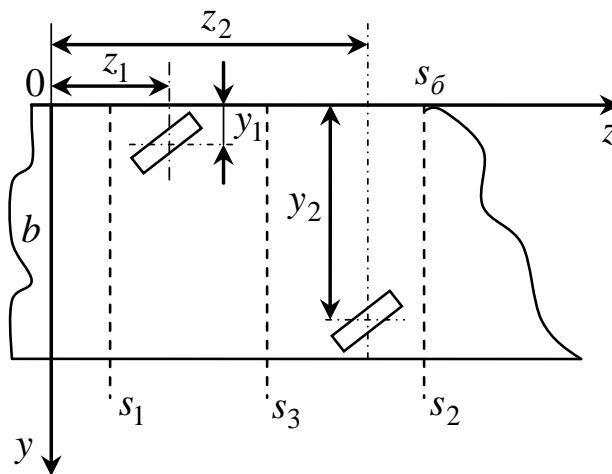


Рис. 4.5. Прямокутний хвилевід із двома похилими щілинами

Умови неперервності поля на щілині дозволяють скласти дві умови, аналогічні (4.4.5) [4.1, 4.2]:

$$\begin{aligned} (C_{\bar{H}_-})_1 + \bar{H}_{щ1} + \bar{H}_{щ12} &= \bar{H}'_{щ1}, \\ (C_{\bar{H}_-})_2 + \bar{H}_{щ2} + \bar{H}_{щ21} &= \bar{H}'_{щ2}. \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

де $(C_{\bar{H}_-})_1$, $(C_{\bar{H}_-})_2$ – вектори напруженостей магнітного поля основного типу в хвилеводі на першій і другій щілині; $\bar{H}_{щ1}$, $\bar{H}'_{щ1}$ – вектори напруженостей магнітного поля, створені першою щілиною на самій щілині з двох боків; $\bar{H}_{щ2}$, $\bar{H}'_{щ2}$ – вектори напруженостей магнітного поля, створені другою щілиною на самій

щілині з двох боків; $\bar{H}_{\text{щ}12}$ – вектор напруженості магнітного поля створений другою щілиною на першій щілині; $\bar{H}_{\text{щ}21}$ – вектор напруженості магнітного поля створений першою щілиною на другій щілині.

Записавши потік вектора $Y - \pi$ через кожну щілину і виконуючи такі ж перетворення, як і для однієї щілини, отримаємо рівняння, аналогічне (4.4.10):

$$\begin{aligned} U_1 C_-^* \alpha_{-1}^* &= U_1 (U_1^* Y_I + U_2^* Y_{12}^*), \\ U_2 C_-^* \alpha_{-2}^* &= U_2 (U_2^* Y_{II} + U_1^* Y_{21}^*), \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

де $Y_I = Y_1 + Y_1' + Y_{01}$, $Y_{II} = Y_2 + Y_2' + Y_{02}$ – провідності першої і другої щілин, енергетичне визначення яких представлено в (4.4.7) і (4.4.10) (допускається, що щілини випромінюють в різні об'єми, не пов'язані між собою); α_{-1}^* , α_{-2}^* – коефіцієнти, обчислені для обох щілин за формулою (4.4.12); Y_{12} , Y_{21} – взаємні провідності між щілинами, які враховують, що кожна щілина взаємодіє з полем, створеним іншою щілиною.

Взаємній провідності можна дати наступне визначення [4.2, 4.4, 4.9]:

$$U_1 U_2^* Y_{12}^* = \int_{S_{\text{щ}}} [\bar{E}_{\text{щ}1}, \bar{H}_{\text{щ}12}^*] d\bar{S}, \quad (4.5.3)$$

$$U_2 U_1^* Y_{21}^* = \int_{S_{\text{щ}}} [\bar{E}_{\text{щ}2}, \bar{H}_{\text{щ}21}^*] d\bar{S}.$$

Знайдемо коефіцієнт відбиття від щілин Γ і коефіцієнт проходження T , аналогічно величинам у формулах (4.4.21) і (4.4.22).

Використовуючи лему Лоренца в об'ємі, обмеженому перерізами s_1 і s_2 , можна отримати наступні залежності, аналогічні виразам (4.4.15) і (4.4.29) [4.1]:

$$C_{+1,2} = U_1 \alpha_{-1} + U_2 \alpha_{-2}; \quad C_{-1,2} = U_1 \alpha_{+1} + U_2 \alpha_{+2}, \quad (4.5.4)$$

$C_{+1,2}$ – загальна відбита хвиля від двох щілин; $C_{-1,2}$ – загальна пряма хвиля, створена щілинами.

Вирішуючи систему рівнянь (4.5.4) відносно U_1 , U_2 і підставивши їх в (4.5.2), можна знайти коефіцієнт відбиття від пари щілин:

$$\Gamma = \frac{C_{+1,2}}{C_+} = \frac{Y_I \alpha_{-1}^2 + Y_{II} \alpha_{-2}^2 - 2Y_{12} \alpha_{-1} \alpha_{-2}}{Y_I Y_{II} - Y_{12}^2}, \quad (4.5.5)$$

та коефіцієнт проходження:

$$T = \frac{C_- + C_{+1,2}}{C_-} + 1 = \frac{(\alpha_{-2} \alpha_{+1} + \alpha_{-1} \alpha_{+2}) Y_{12} + Y_I |\alpha_{-2}|^2 + Y_{II} |\alpha_{-1}|^2}{Y_I Y_{II} - Y_{12}^2}. \quad (4.5.6)$$

Рівняння

$$\Gamma = 0, \quad (4.5.7)$$

$$T = 0, \quad (4.5.8)$$

дозволяють знайти умови повного виведення потужності із хвилеводу парою щілин.

Проаналізуємо вирази (4.5.5) і (4.5.6) з точки зору можливості здійснення умов виведення потужності.

4.5.2. Аналіз взаємної провідності між щілинами

Проаналізуємо вираз взаємної провідності з точки зору виконання умови:

$$Y_{12} = 0. \quad (4.5.9)$$

Розглянемо два випадки, що відрізняються взаємним розташуванням щілин.

Для випадку, коли обидві щілини віддалені одна від одної так, що між ними є ділянка регулярного хвилеводу (рис. 4.6), взаємну провідність можна знайти, використавши визначення Y_{12} (4.5.3) [4.1]:

$$U_1 U_2^* Y_{12}^* = \int_{S_{щ}} [\bar{E}_{щ1}, l_{+2}^* \bar{H}_+^*] d\bar{S}, \quad (4.5.10)$$

$$U_2 U_1^* Y_{21}^* = \int_{S_{щ}} [\bar{E}_{щ2}, l_{-1}^* \bar{H}_-^*] d\bar{S}.$$

де $\bar{E}_{щ1}$, $\bar{E}_{щ2}$ – вектори напруженостей електричного поля обох щілин, $C_{+2}^* \bar{H}_+^*$ – поле, створене другою щілиною під першою, $C_{-1}^* \bar{H}_-^*$ – поле, створене першою щілиною під другою.

Амплітуди C_{-1}^* , C_{+2}^* знаходять за допомогою леми Лоренца. За цього використовують об'єми, обмежені відповідно s_1 і s_2 , s_2 і s_3 (рис. 4.6).

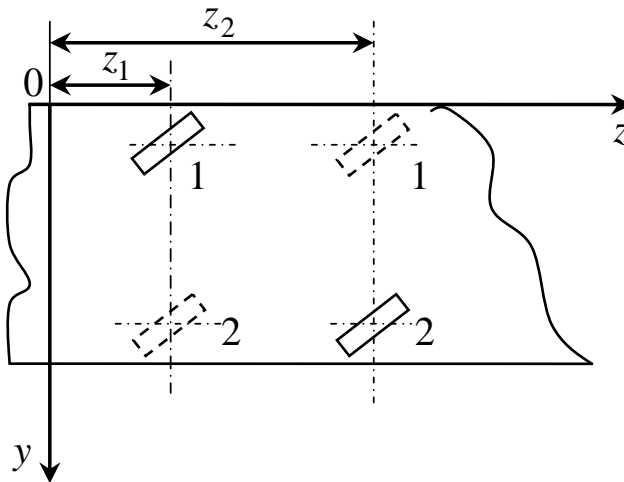


Рис. 4.6. Прямокутний хвилевід з різним розташуванням щілин

Перетворюючи вираз (4.5.10), отримуємо:

$$Y_{12} = -\frac{C_{+2} \alpha_{+1}}{U_2}, \quad (4.5.11)$$

$$Y_{21} = -\frac{C_{-1} \alpha_{-1}}{U_1}.$$

Підставляючи значення C_{-1}^* , C_{+2}^* із (4.5.15) в (4.5.11), отримаємо:

$$Y_{12} = Y_{21} = -\alpha_{+1}\alpha_{-2} = \hat{\alpha}_{+1}e^{-j2k_1z_1}\hat{\alpha}_{-2}e^{-j2k_1z_2}. \quad (4.5.12)$$

З виразу (4.5.12) видно, що в першому випадку (рис. 4.6) взаємна провідність не може перетворитися в нуль: якщо рівна нулю активна частина взаємної провідності, то реактивна частина приймає максимальне значення, і навпаки.

Розглянемо випадок, коли геометричні центри щілин (z_1 і z_2) лежать в одному поперечному перерізі хвилеводу ($z_1 = z_2$).

4.5.3. Реактивна взаємна провідність

Скористаємося рис. 4.6. Якщо змінити координати z обох щілин, як показано на рис. 4.6, не змінюючи їх розташування відносно стінок хвилеводу, то взаємна провідність буде дорівнювати [4.9]:

$$Y_{12} = -\hat{\alpha}_{+2}e^{-j2k_1z_1}\hat{\alpha}_{-1}e^{j2k_1z_2} = -\hat{\alpha}_{+1}^*e^{-j2k_1z_1}\hat{\alpha}_{-2}e^{j2k_1z_2}. \quad (4.5.13)$$

В (4.5.13) використано умову (4.4.19).

Порівнюючи (4.5.12) і (4.5.13) видно, що взаємна провідність, зберігаючи незмінною активну частину, має зміну знаку на протилежний перед уявною частиною. Відповідно, за наближення z_1 і z_2 уявна частина взаємної провідності перетворюється в нуль.

Доведемо, що це відбувається за $z_1 = z_2$.

Розглянемо випадок, коли обидві щілини або поперечні (рис. 4.7а), або повздовжні (рис. 4.7б), або одна повздовжня, а інша поперечна (рис. 4.7в).

Припустимо, що уявна частина взаємної провідності перетворюється в нуль за $z_2' \neq z_1$.

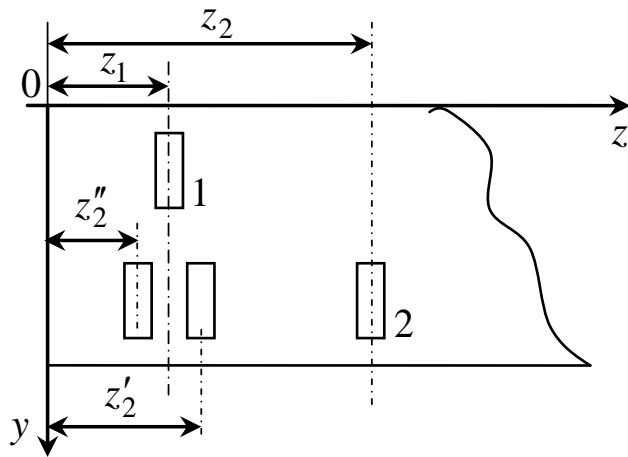


Рис. 4.7а. Прямокутний хвилевід з поперечними щілинами

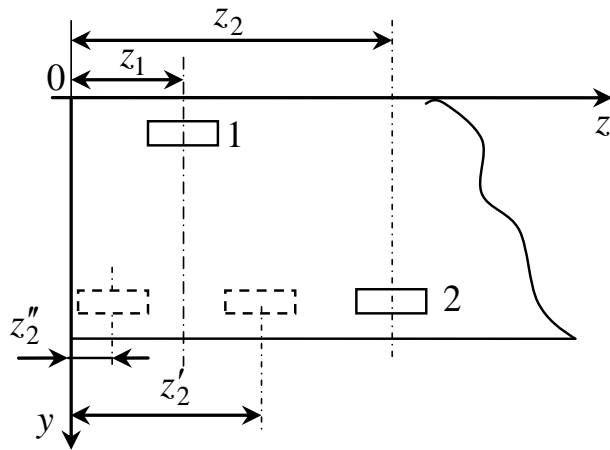


Рис.4.7б. Прямокутний хвилевід з повздовжніми щілинами

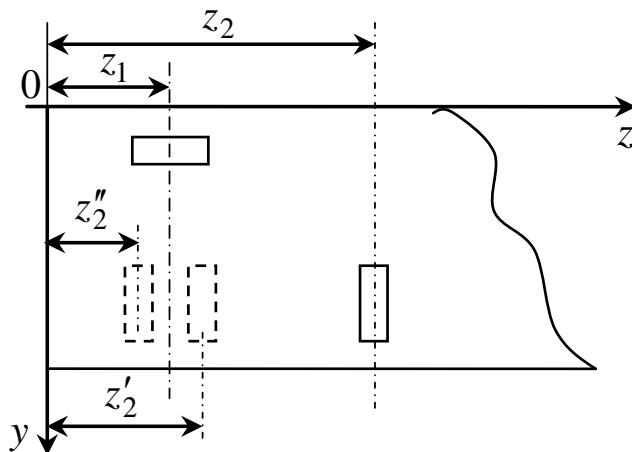


Рис. 4.7в. Прямокутний хвилевід з поперечними та повздовжніми щілинами

За рахунок симетрії, уявна частина повинна перейти через нуль і за $z'_2 \neq z_1$ (рис. 4.7а), якщо $z_1 = z'_2 = z''_2 - z_1$. Але за подвійного переходу через нуль, уявна частина зберігає свій знак, що протирічить умовам (4.5.12) і (4.5.13) (рис. 4.7б).

Відповідно, уявна частина Y_{12} перетворюється в нуль за $z_1 = z_2$. Тепер розглянемо дві щілини з довільним нахилом відносно стінок хвилеводу (рис. 4.8).

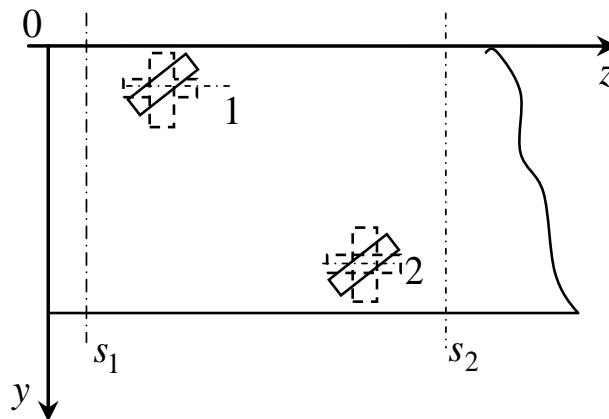


Рис. 4.8. Прямокутний хвилевід з довільним кутом нахилу щілин

Кожна з щілин взаємодіє як з повздовжньою, так і поперечною відповідно до магнітного поля хвилеводу, щілинами. Тоді, вплив похилої щілини еквівалентний впливу двох щілин, хрестоподібно розташованих: повздовжньою і поперечною (рис. 4.8).

Використовуючи принцип суперпозиції, можна показати, що в похилих щілинах уявна частина взаємної провідності перетворюється в нуль за $z_1 = z_2$. Взаємна провідність (4.5.10) і (4.5.11) виражена тільки через амплітуди основного типу поля в хвилеводі. За цього не враховано вплив власного поля однієї щілини на іншу.

З цієї точки зору вирази (4.5.12), (4.5.13) і (4.5.14) не достатньо точні. Тому і умови рівності нулю уявної частини взаємної провідності справедливі з точністю до вищих типів хвиль.

Але так як власне поле щілини дуже швидко зменшується з віддаленням від щілини, то його впливом можна нехтувати порівняно з впливом основного типу поля хвилеводу.

4.5.4. Активна взаємна провідність

Визначимо активну частину взаємної провідності. Це можна було б зробити, використавши вирази (4.4.15) та (4.5.11) для загального випадку розташування щілин у хвилеводі.

Запишемо потік вектора $Y - \pi$ через перерізи s_1, s_2 (рис. 4.8) та прирівняємо його до потужності, яка випромінюється у хвилевід.

Аналогічно до однієї щілини отримаємо (4.4.16), де g_{12} – активна частина взаємної провідності Y_{12} .

Підставивши (4.5.4) в (4.5.15) та здійснивши перетворення, отримаємо:

$$\begin{aligned} U_1 U_1^* Y_1 + U_2 U_2^* Y_2 + g_{12} (U_1^* U_2 + U_1 U_2^*) = \\ = U_1 U_1^* \alpha_{-1} \alpha_{+1} - U_2 U_2^* \alpha_{-2} \alpha_{+2} - \frac{1}{2} (\alpha_{-1} \alpha_{+2} + \alpha_{-1} \alpha_{+2}). \end{aligned} \quad (4.5.16)$$

З рівняння (4.5.16) і (4.4.20) знаходимо:

$$Y_1 = |\alpha_{-1}|^2; Y_2 = |\alpha_{-2}|^2, \quad (4.5.17)$$

$$g_{12} = \frac{1}{2} (\alpha_{-1} \alpha_{+2} + \alpha_{+1} \alpha_{-2}). \quad (4.5.18)$$

Виконання умов (4.5.9) вимагає рівності нулю активної частини взаємної провідності:

$$\alpha_{-1} \alpha_{+2} + \alpha_{+1} \alpha_{-2} = 0. \quad (4.5.19)$$

4.5.5. Умови узгодження та повного випромінювання потужності з хвилеводу

Підставивши (4.5.13) в (4.5.5) і (4.5.6), отримаємо:

$$\Gamma = \frac{\alpha_{-1}^2}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}} + \frac{\alpha_{-2}^2}{Y_2 + Y_2' + Y_{02}}, \quad (4.5.20)$$

$$T = 1 - \frac{|\alpha_{-1}|^2}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}} + \frac{|\alpha_{-2}|^2}{Y_2 + Y_2' + Y_{02}}. \quad (4.5.21)$$

Нехай щілини однаково зв'язані з хвилеводом:

$$|\alpha_{-1}|^2 = Y_1 = Y_2 = |\alpha_{-2}|^2, \quad (4.5.22)$$

і нехай вони мають однакові навантаження:

$$Y_1' + Y_{01} = Y_2' + Y_{02}. \quad (4.5.23)$$

Тоді підставивши (4.5.22), (4.5.23) в (4.5.20) та (4.5.21), отримаємо:

$$\Gamma = \frac{\alpha_{-1}^2 + \alpha_{-2}^2}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}}, \quad (4.5.24)$$

$$T = 1 - \frac{2|\alpha_{-1}|^2}{Y_1 + Y_1' + Y_{01}} = \frac{Y_1' + Y_{01} - |\alpha_{-1}|^2}{|\alpha_{-1}|^2 + Y_1' + Y_{01}}. \quad (4.5.25)$$

4.5.6. Умови виходу потужності без відбиття

Підставивши (4.5.24) в умову виходу потужності без відбиття ($\Gamma = 0$), отримаємо:

$$\alpha_{-1}^2 = -\alpha_{-2}^2. \quad (4.5.26)$$

Виділимо дійсну та уявну частини коефіцієнта α :

$$\begin{aligned} \alpha_{-1} &= \operatorname{Re} \alpha_{-1} + jI_m \alpha_{-1}, \\ \alpha_{-2} &= \operatorname{Re} \alpha_{-2} + jI_m \alpha_{-2}. \end{aligned} \quad (4.5.27)$$

Перетворимо умови відсутності активної частини взаємної провідності g_{12} (4.5.17) до виду:

$$\operatorname{Re} \alpha_{-1}; \operatorname{Re} \alpha_{-2} = I_m \alpha_{-1} I_n \alpha_{-2}. \quad (4.5.28)$$

Підставивши (4.5.27) в (4.5.22) та використавши (4.5.28), отримаємо:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \alpha_{-1} &= \pm I_m \alpha_{-1}, \\ \operatorname{Re} \alpha_{-2} &= \pm I_m \alpha_{-2}. \end{aligned} \quad (4.5.29)$$

Отримані вирази зручно використовувати для практичних розрахунків, вони об'єднують в собі умови (4.5.19) і (4.5.22). До аналогічних результатів приводить підстановка (4.5.27) в (4.5.26). Рівність (4.5.29) є необхідною умовою відсутності відбитої хвилі від пари щілин.

4.5.7. Умови повного виходу потужності

Підставляючи (4.5.26) в (4.5.8), можна отримати:

$$Y_1 + Y_0 = |\alpha_{-1}|^2. \quad (4.5.30)$$

Якщо кожна щілина резонансна, то

$$Y_{01} = Y_{02} = 0, \quad (4.5.31)$$

і збуджується з торця нескінченного хвилеводу, як показано на рисунку 4.4, то підставляючи Y_1' з (4.4.35) в (4.5.30), отримуємо:

$$|\alpha'_{-1}|^2 = |\alpha_{-1}|^2. \quad (4.5.32)$$

Умови (4.5.29) та (4.5.32) за виконання умови (4.5.31) є умовами повного виходу потужності з хвилеводу. За виконання умов (4.4.31) і (4.5.31) вхідна провідність щілин зі сторони торцевого хвилеводу є чисто активною величиною і дорівнює одиниці (тобто є повністю узгодженою).

4.5.8. Розрахунок коефіцієнтів впливу активної провідності і умови повного виходу потужності

Розрахуємо величину $\alpha_{\mp 1}$, підставивши значення H_{\mp} із (4.4.2) та $\varphi(\eta)$ із (4.4.9) в (4.4.12):

$$\alpha_{\mp} = \frac{jC_1 e^{\pm jk_1 z_1}}{\sqrt{abk_1 \mu_0 \omega}} \left[L_1(\theta_1, \lambda_{xв}, a) e^{\mp j \frac{\pi y_1}{a}} + M_1(\theta_1, \lambda_{xв}, a) e^{\mp j \frac{\pi y_1}{a}} \right], \quad (4.5.33)$$

де

$$L_1(\theta_1, \lambda_{xв}, a) = \frac{\left(\frac{\sin \theta_1}{a} + \frac{\cos 2\theta_1}{\lambda_{xв}} \right) \cos \left(\frac{\pi l_1}{a} \left(\frac{\sin \theta_1}{a} - \frac{\cos 2\theta_1}{\lambda_{xв}} \right) \right)}{1 - \left(\frac{\sin \theta_1}{a} - \frac{\cos 2\theta_1}{\lambda_{xв}} \right) l_1^2}, \quad (4.5.34)$$

$$M_1(\theta_1, \lambda_{xв}, a) = \frac{\left(\frac{\sin \theta_1}{a} - \frac{\cos 2\theta_1}{\lambda_{xв}} \right) \cos \left(\frac{\pi l_1}{a} \left(\frac{\sin \theta_1}{a} + \frac{\cos 2\theta_1}{\lambda_{xв}} \right) \right)}{1 - \left(\frac{\sin \theta_1}{a} + \frac{\cos 2\theta_1}{\lambda_{xв}} \right) l_1^2}, \quad (4.5.35)$$

де θ_1 – кут між віссю щілини і координатною віссю хвилеводу; y_1 – відстань геометричного центру щілини від бокової стінки хвилеводу; l_1 – довжина щілини.

Для деяких випадків вираз (4.5.33) спрощується: для поперечної щілини $\theta_1 = 0$:

$$\alpha_{\mp 1} = \frac{\pm e^{\pm jk_1 z_1}}{2\pi \sqrt{ab} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}} \frac{2l_1}{(\lambda_{xв}/2)} \frac{\cos \frac{\pi}{2a}}{1 - \left(\frac{l_1}{a} \right)^2} \sin \frac{\pi}{a} y_1; \quad (4.5.36)$$

для повздовжньої щілини $\theta_1 = 90^\circ$:

$$\alpha_{\mp 1} = j \frac{\pm e^{\pm jk_1 z_1 \lambda}}{2\pi \sqrt{ab \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \frac{2l_1}{(\lambda_{xв}/2)} \times$$

$$\times \frac{\cos \frac{\pi l}{2a}}{1 - \left(\frac{l_1}{(\lambda_{xв}/2)}\right)^2} \cos \frac{\pi}{a} y_1; \quad (4.5.37)$$

для похилої щілини $\theta_1 = 45^\circ$, $\lambda_{xв} = 2a$:

$$\alpha_{\mp 1} = j \frac{\pm e^{\pm jk_1 z_1 \lambda}}{2\pi \sqrt{ab \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \frac{2l_1}{a} \frac{e^{\mp j \frac{\pi y_1}{a}}}{\sqrt{2}}. \quad (4.5.38)$$

Підставивши значення α_{-1} , α_{-2} із (4.5.33) в умову виходу потужності без відбиття (4.5.29) отримуємо у загальному вигляді залежність θ_1 , θ_2 від y_1 , y_2 ($z_1 = z_2$, $l_1 = l_2$):

$$\frac{L_1 - M_1}{L_1 + M_1} \frac{L_2 - M_2}{L_2 + M_2} = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi y_2}{a} - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{a} y_1\right)}. \quad (4.5.39)$$

Розглянемо випадок розташування щілин під одним кутом нахилу до осі хвилеводу:

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta, \quad (4.5.40)$$

та однакової відстані геометричного центру щілин від бокових стінок хвилеводу:

$$y_1 = a = y. \quad (4.5.41)$$

В даному випадку формула (4.5.39) значно спрощується:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{a} y_1\right) = \frac{L+M}{L-M}. \quad (4.5.42)$$

На рисунку 4.9 за формулою (4.5.42) побудований графік залежності $\theta(y_1)$.

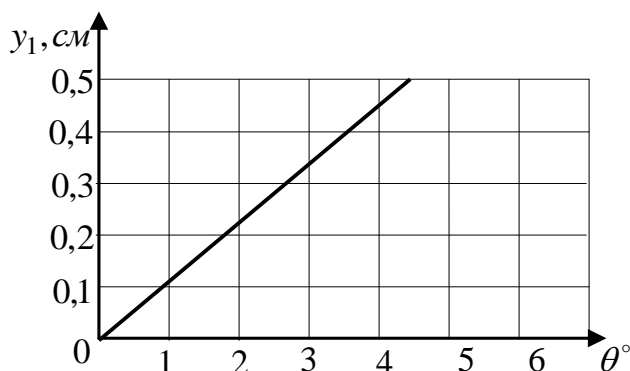


Рис. 4.9. Графік залежності $\theta(y_1)$

За побудови розмір хвилеводу і щілини були прийняті рівними:

$$a = \lambda_{xв} / 2, l = \lambda / 2 = a / \sqrt{2}. \quad (4.5.43)$$

З графіку (рис. 4.9) видно, що кожному куту θ за умови виходу потужності без відбиття відповідає певне місце щілин у хвилеводі.

4.6. Методика вимірювання провідності щілин

Введемо позначення вхідної провідності щілин Y_{ex} , прономоване до провідності випромінювання щілини назад у хвилевід:

$$Y_{ex} = \frac{Y_1' + Y_{01}}{Y_1} = \frac{Y_1'}{|\alpha_{-1}|^2} + \frac{Y_{01}}{|\alpha_{-1}|^2}, \quad (4.6.1)$$

Тоді вирази (4.4.21) та (4.4.22) можна привести до виду:

$$\Gamma = \frac{e + j\psi}{1 + Y_{ex}} e^{-j2k|z|}, \quad (4.6.2)$$

$$T = \frac{Y_{\text{ex}}}{1 + Y_{\text{ex}}}. \quad (4.6.3)$$

Величина Y_{ex} залежить від розташування щілин відносно стінок хвилеводу.

Фаза коефіцієнта відбиття – ψ , яка залежить від положення щілини на бокових стінках хвилеводу:

$$e^{j\psi} = \frac{\tilde{\alpha}_{-1}^2}{|\alpha_{-1}|^2}. \quad (4.6.4)$$

Вхідну провідність щілини завжди можна представити як:

$$Y_{\text{ex}} = g_{\text{ex}} + jb_{\text{ex}}. \quad (4.6.5)$$

Якщо щілина збуджує хвилевід з торця, то підставляючи з (4.4.32) в (4.6.1), величини g_{ex} , b_{ex} можна знайти:

$$g_{\text{ex}} = \frac{2|\alpha'_{-1}|^2}{|\alpha_{-1}|^2} g', \quad (4.6.6)$$

$$b_{\text{ex}} = \frac{2|\alpha'_{-1}|^2}{|\alpha_{-1}|^2} b' + \frac{b_{01}}{|\alpha_{-1}|^2}, \quad (4.6.7)$$

де $jb_{01} = Y_{01}$; $\left(2|G'_{-1}|^2\right) / \left(|G_{-1}|^2\right)$ – коефіцієнт трансформації вхідної провідності хвилеводу g' і b' у вхідну провідність щілини.

Відмітимо, що використовуючи значення α , з (4.4.33) можна розрахувати величину коефіцієнта трансформації. Вираз для коефіцієнта відбиття можна привести до виду:

$$\Gamma = |\Gamma| e^{\left(\psi - \arctg \frac{b_{\text{ex}}}{1 + g_{\text{ex}}} - 2k|z|\right)}, \quad (4.6.8)$$

де $|\Gamma|$ – модуль коефіцієнта відбиття від щілини,

$$|\Gamma| = \sqrt{\frac{1}{(1 + g_{ex})^2 + b_{ex}^2}}. \quad (4.6.9)$$

Можливий інший спосіб визначення вхідної провідності щілини. В цьому випадку формули (4.6.2) і (4.6.3) перетворюються до виду:

$$P_{відб} = |\Gamma|^2 = \frac{1}{(1 + g_{ex})^2 + b_{ex}^2}, \quad (4.6.10)$$

$$P_{прох} = |T|^2 = \frac{g_{ex}^2 + b_{ex}^2}{(1 + g_{ex})^2 + b_{ex}^2}, \quad (4.6.11)$$

де $P_{відб}$ – відносна величина потужності відбитої хвилі; $P_{прох}$ – відносна величина потужності прохідної хвилі.

Величини $P_{відб}$ і $P_{прох}$ можуть бути виміряні і за ними знайдені g_{ex} та $|b_{ex}|$, а також відносна величина потужності, яка випромінюється із хвилеводу з щілиною:

$$P_k = 1 - P_{відб} - P_{прох}. \quad (4.6.12)$$

4.7. Методика розрахунку електродинамічних характеристик щілини довільних розмірів та положення, прорізаної в стінках прямокутного хвилеводу

Розглянемо прямокутний хвилевід з перерізом $a \times b$ з похилою щілиною, прорізаною в широкій стінці (рис. 4.10). На рис. 4.10 позначено: Δ, ℓ – ширина та довжина щілини; ξ, η, ζ – локальна система координат на поверхні щілини; θ – кут між осями y і η ; y_1, z_1 – координати центра щілини; p – відстань від центра щілини до короткозамкненої (КЗ) перемички [4.21].

Під впливом падаючої хвилі з амплітудою C_- на щілині виникають електромагнітні коливання за рахунок того, що щілина перебиває лінії поверхневих струмів і на її кромках з'являються різнознайдені заряди.

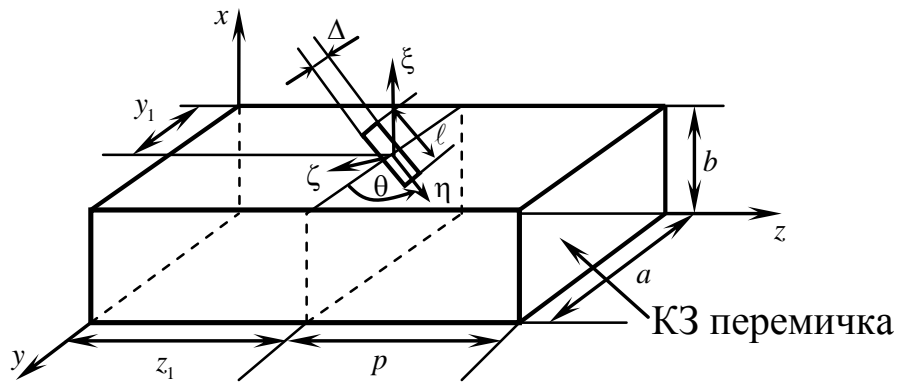


Рис. 4.10. Прямокутний хвилевід з похилою щілиною

Між кромками щілини створюється електричне \bar{E}_{uz} та магнітне поле \bar{H}_{uz} , щілина стає випромінювачем. Випромінювання проходить як назад у хвилевід, так і в зовнішній простір, яким може бути другий хвилевід, резонатор чи вільний простір. Відповідно до теорії збудження хвилеводів амплітуди прямої C_{-1} та зворотної C_{+1} хвиль основного типу, що збуджуються щілиною, визначаються за такими виразами [4.1]:

$$C_{\pm 1} = \frac{1}{N} \int_{S_{uz}} [\bar{E}_{uz}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS}, \quad (4.7.1)$$

$$N = 2 \int_{S_p} [\bar{E}_{\pm}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS}, \quad (4.7.2)$$

де \bar{H}_{\mp} – вектор напруженості магнітного поля прямої та зворотної нормованих хвиль основного типу, А/м; \bar{E}_{\pm} – вектор напруженості електричного поля зворотної та прямої нормованих хвиль основного типу, В/м; $S_{uz} = \Delta \cdot l$ – площа щілини, м²; l – довжина щілини, м; Δ – ширина щілини $\Delta \ll l$, м; dS – елемент поверхні щілини; N – норма власної функції хвилеводу, Вт; S_p –

поперечний переріз хвилеводу, m^2 ; $\overline{dS} = \pm \bar{e}_z dS$; \bar{e}_z – одиничний орт поздовжньої координати хвилеводу z ; $\bar{E}_{щ}$ – вектор напруженості власного електричного поля на щілині [4.1, 4.2]:

$$\bar{E}_{щ} = \bar{e}_\xi \cdot \frac{U_0}{\Delta} \cdot \varphi(\eta), \quad (4.7.3)$$

де U_0 – напруга між кромками щілини в її центрі, В; e_ξ – орт, направлений перпендикулярно поверхні щілини в зовнішній простір; $\varphi(\eta)$ – функція розподілу напруженості електричного поля вздовж щілини ($\varphi(0) = 1$, $\varphi(\pm \ell/2) = 0$).

Підстановка виразу (4.7.3) в (4.7.1) і застосування правила циклічної перестановки в змішаному добутку дозволяє формулу для амплітуд $C_{\pm 1}$ подати як

$$C_{\pm 1} = U_0 \alpha_{\mp}, \quad (4.7.4)$$

де α_{\mp} – коефіцієнт зв'язку щілини з хвилеводом на основному типі поля [4.1]:

$$\alpha_{\mp} = \frac{1}{N} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} H_{\pm\eta} \cdot \varphi(\eta) d\eta. \quad (4.7.5)$$

У виразі (4.7.5) $H_{\pm\eta} = e_\eta H_{\pm}$ – проекція вектора напруженості магнітного поля основного типу на поздовжню вісь щілини; e_η – одиничний орт поздовжньої координати щілини η .

Оскільки $\bar{H}_+ = -\bar{H}_-^*$, то

$$\alpha_+ = -\alpha_-^*. \quad (4.7.6)$$

Для визначення амплітуд $C_{\pm 1}$ у формулі (4.7.4) необхідно знайти напругу в центрі щілини U_0 . Це можна зробити за допомогою рівняння неперервності магнітного поля на щілині [4.1, 4.4, 4.22]:

$$C_- H_- + H_{щ} = H'_{щ}, \quad (4.7.7)$$

де $H_{щ}$ – власне магнітне поле щілини зі сторони хвилеводу, А/м; $H'_{щ}$ – магнітне поле щілини зі сторони зовнішнього простору, А/м.

Застосовуючи вираз (4.7.7), потужності через щілину можна розрахувати за формулою [4.1]

$$\int_{S_{щ}} [E_{щ} (C_- H_- + H_{щ})^*] dS = \int_{S_{щ}} [E_{щ} (H'_{щ})^*] dS. \quad (4.7.8)$$

Рівняння (4.7.8) з урахуванням формул (4.7.1), (4.7.2), (4.7.4)–(4.7.6) доцільно записати в такому вигляді:

$$C_-^* U_0 \alpha_-^* N = \int_{S_{щ}} [E_{щ} (H'_{щ} - H_{щ})^*] dS = U_0 U_0^* Y^*, \quad (4.7.9)$$

де “*” – позначення комплексно-спряжених величин.

З рівняння (4.7.9) знаходимо U_0

$$U_0 = C_- \frac{\alpha_- N}{Y}. \quad (4.7.10)$$

У формулі (4.7.10) величину $C_- \alpha_- N$ доцільно розглядати як генератор струму, що підтримує на щілині вимушені коливання.

У формулах (4.7.9) і (4.7.10) через Y позначено:

$$Y = G_0 + G_\Sigma + jB = \frac{\int_{S_{щ}} [E_{щ} (H'_{щ} - H_{щ})^*] dS}{U_0 U_0^*}, \quad (4.7.11)$$

де Y – повна комплексна провідність щілини, См; G_0 – провідність випромінювання щілини у хвилевід, яка визначається через дійсну частину потоку потужності, перенесеної полем щілини, См

$$G_0 = \frac{\operatorname{Re} \left\{ \int_{s_{щ}} [E_{щ} H_{щ}^*] (-dS) \right\}}{|U_0|^2}. \quad (4.7.12)$$

Величину G_0 доцільно визначити як коефіцієнт, що має розмірність провідності та встановлює зв'язок між квадратом напруги в центрі щілини та активною потужністю, що випромінюється щілиною у хвилевід [4.1, 4.23].

Провідність випромінювання в зовнішній простір G_Σ встановлює зв'язок між квадратом напруги в центрі щілини та активною потужністю, що випромінюється щілиною в зовнішній простір [4.1, 4.23].

Реактивна провідність щілини jB визначається через уявну (реактивну) частину потоку потужності, що переноситься полем щілини [4.1, 4.24].

Потужність випромінювання щілини у хвилевід можна виразити як потужність, що переноситься прямою та зворотною хвилями основного типу, які створюються щілиною, оскільки саме вони переносять активну потужність від неї [4.1]:

$$G_0 = \frac{1}{|U_0|^2} \left[\int_{S_2} [C_{-1} E_- (C_{-1} H_-)^*] dS + \int_{S_1} [C_{+1} E_+ (C_{+1} H_+)^*] dS \right], \quad (4.7.13)$$

де S_1, S_2 – поперечні перерізи хвилеводу.

З урахуванням (4.7.2) і (4.7.4) формула (4.7.13) для провідності випромінювання щілини у хвилевід матиме такий вигляд:

$$G_0 = |\alpha_{\pm}|^2 N. \quad (4.7.14)$$

Хвилевід зі щілиною вважається чотиріполосником: зліва від щілини – плече 1, справа – плече 2. Співвідношення (4.7.4), (4.7.6), (4.7.10), (4.7.14) дозволяють отримати формули для елементів матриці розсіювання хвилеводу зі щілиною [4.24]:

$$S_{11} = \frac{C_{+1}}{C_{-1}} = \frac{\alpha_-^2 N}{|\alpha_{\pm}|^2 N + G + jB} = \frac{e^{j\psi_-}}{1 + g + jb}; \quad (4.7.15)$$

$$S_{22} = \frac{\alpha_+^2 N}{|\alpha_{\pm}|^2 N + G + jB} = \frac{e^{j\psi_+}}{1 + g + jb}; \quad (4.7.16)$$

$$S_{12} = \frac{C_- + C_{-1}}{C_-} = 1 - \frac{G_0}{G_0 + G + jB} = \frac{g + jb}{1 + g + jb} = S_{21}; \quad (4.7.17)$$

$$e^{j\psi_{\mp}} = \frac{\alpha_{\mp}^2}{|\alpha_{\pm}|^2}; \quad (4.7.18)$$

$$g + jb = \frac{G}{G_0} + j \frac{B}{G_0}. \quad (4.7.19)$$

У виразах ψ_{\mp} – фазовий кут коефіцієнта відбиття, що визначається тільки орієнтацією та місцезнаходженням щілини відносно стінок хвилеводу: для поперечної щілини у хвилеводі $\psi_{\pm} = 0$, для поздовжньої – $\psi_+ = \psi_- = \pm\pi$; g – нормована активна провідність випромінювання щілини у вільний простір; b – нормована реактивна провідність щілини.

Особливість формул (4.7.15)–(4.7.19) полягає в тому, що вони отримані без конкретизації форми перерізу хвилеводу, орієнтації та місця розташування щілини в ньому, функції розподілу на-

пруженості електричного поля вздовж щілини $\varphi(\eta)$. Відсічені перетини елементів матриці розсіювання (4.7.15)–(4.7.17) збігаються з поперечним перерізом хвилеводу, що проходить через центр щілини.

Формули (4.7.15)–(4.7.17) дозволяють визначити частину потужності, що відводиться щілиною із хвилеводу [4.24]:

$$P_{\text{відв}} = 1 - |S_{22}|^2 - |S_{21}|^2 = \frac{2G_0}{(G_0 + G)^2 + B^2} = \frac{2g}{(1 + g)^2 + b^2}. \quad (4.7.20)$$

Із цього виразу випливає, що максимальне відведення потужності з хвилеводу буде відбуватися при резонансній щілині ($b = 0$) та при рівності провідності випромінювання щілини у хвилевід і зовнішній простір:

$$g = 1, G_0 = G. \quad (4.7.21)$$

Ця умова дозволяє визначити максимальну потужність, що відводиться, а також частину відбитої та тієї, що проходить:

$$P_{\text{відв}} = 0,5; \quad |S_{11}|^2 = 0,25; \quad |S_{21}|^2 = 0,25.$$

Розглянемо коефіцієнт відбиття від щілини за наявності КЗ перемички, що знаходиться на відстані ρ від площини відліку, яка проходить через центр щілини. Матрицю розсіювання хвилеводного чотириполюсника можна описати формулами (4.7.13)–(4.7.19). Амплітуди хвиль, що надходять до чотириполюсника, позначимо відповідно до номера плеча: a_1, a_2 – амплітуди хвиль, що сходяться до чотириполюсника, b_1, b_2 – амплітуди хвиль, що розходяться та пов'язані між собою такими співвідношеннями [4.24]:

$$b_1 = a_1 S_{11} + a_2 S_{12}, \quad (4.7.22)$$

$$b_2 = a_1 S_{21} + a_2 S_{22}. \quad (4.7.23)$$

Крім рівнянь (4.7.22) та (4.7.23) існує ще зв'язок між a_2 та b_2 через коефіцієнт відбиття від КЗ:

$$a_2 = b_2 \left(-e^{-j2k_z t} \right), \quad (4.7.24)$$

де k_z – позовжнє хвильове число хвилеводу.

Визначаючи загальний коефіцієнт відбиття як $\Gamma_{\text{вх}} = b_1/a_1$ та застосовуючи рівняння (4.7.22)–(4.7.24), можна знайти

$$\Gamma_{\text{вх}} = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \left(-e^{-j2k_z p} \right)}{1 - S_{22} \left(-e^{-j2k_z p} \right)}. \quad (4.7.25)$$

Підстановка виразів (4.7.15)–(4.7.17) у (4.7.25) дає такий результат:

$$\Gamma_{\text{вх}} = \frac{2 \cos^2 \left(k_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) - [g + jb - j \sin(2k_z p + \psi_-)]}{2 \cos^2 \left(k_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) + [g + jb - j \sin(2k_z p + \psi_-)]} \cdot e^{-j2k_z p}. \quad (4.7.26)$$

Функція розподілу напруги вздовж щілини, яка широко застосовується на практиці, розраховується за формулою [4.15]:

$$\varphi(\eta) = \cos \left(\frac{\pi \eta}{\ell} \right). \quad (4.7.27)$$

Активна провідність випромінювання щілини в зовнішній простір визначається як коефіцієнт пропорційності, що має розмірність Ом^{-1} , встановлює зв'язок між квадратом напруги в центрі щілини $|U_0|^2$ та потужністю випромінювання щілини в один напівпростір P_{Σ} (в один бік від екрана – у напрямку вільного простору). Відповідно, провідність випромінювання G_{Σ} може бути визначена або через потік потужності за віддаленою від щілини напівсферою $0,5S_{\text{сф}}$, що переноситься полем, яке випромі-

нююється щілиною E_Σ, H_Σ , або через активну частину потоку потужності на поверхні щілини $S_{щ}$:

$$G_\Sigma = \frac{P_\Sigma}{0,5|U_0|^2} = \frac{0,5 \int_{S_{сф}} [\bar{E}_\Sigma \bar{H}_\Sigma] d\bar{S}}{|U_0|^2} = \frac{\operatorname{Re} \left\{ \int_{S_{сф}} [\bar{E}_{щ} (\bar{H}'_{щ})^*] dS \right\}}{|U_0|^2}. \quad (4.7.28)$$

Застосування принципу подвійності дозволяє виразити G_Σ через опір випромінювання R_Σ “еквівалентного” електричного вібратора [4.23]:

$$G_\Sigma = \frac{0,5R_\Sigma}{0,25 \mu_0 / \varepsilon_0} = \frac{0,5R_\Sigma}{(60\pi)^2}. \quad (4.7.29)$$

Коефіцієнт 0,5 у цій формулі враховує той факт, що G_Σ визначаємо для одного напівпростору. Аналогічно вводиться поняття опору випромінювання електричного вібратора через потужність випромінювання P_Σ та квадрат струму в центрі I_0 [4.9]:

$$R_\Sigma = \frac{P_\Sigma}{0,5|I_0|^2} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{0,5 \int_{-1/2\ell}^{1/2\ell} (-\bar{E}_{CT}) I_0^* \varphi(\eta) d\eta}{0,5|I_0|^2} \right\} = \quad (4.7.30)$$

$$= R_{11} \frac{\sin \frac{\pi\ell}{\lambda} - \frac{\pi\ell}{\lambda} \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}}{1 - \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}},$$

де I_0 – комплексна амплітуда струму в центрі КЗ вібратора довжиною ℓ , А; $\varphi(\eta)$ – функція розподілу струму вздовж вібратора, така ж функція розподілу напруги вздовж щілини; E_{CT} – стороннє електричне поле, дотичне до поверхні вібратора, яке діє вздовж його осі, В/м; R_{11} – опір випромінювання “еквівалентного” вібратора довжиною $\ell = 0,5\lambda$ та шириною $\Delta \leq \ell$, R_{11} залежить від значення радіуса провідника r_e “еквівалентного” вібратора ($r_e = 0,25\Delta$, Ом):

$$R_{11} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{(-\bar{E}_{CT}) \frac{\lambda}{\pi}}{I_0} \right\}. \quad (4.7.31)$$

У формулі (4.7.31) $E_{CT} \frac{\lambda}{\pi}$ має зміст електрорушійної сили, наведеної стороннім полем у центрі вібратора, а струм у вібраторі виникає під дією E_{CT} . Підстановка формули (4.7.30) у (4.7.31) дозволяє знайти:

$$G_{\Sigma} = \frac{0,5R_{11} \sin \frac{\pi\ell}{\lambda} - \frac{\pi\ell}{\lambda} \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}}{(60\pi)^2 \left(1 - \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}\right)}. \quad (4.7.32)$$

При малих відхиленнях довжини хвилі від резонансної $\lambda = 2\ell + \delta\lambda$, $\delta\lambda \leq 2\ell$, формула (4.7.32) набуває такого вигляду:

$$G_{\Sigma} = \frac{0,5R_{11}}{(60\pi)^2} \left[1 - \pi/2 \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \frac{\delta\lambda}{2\ell} \right]. \quad (4.7.33)$$

Реактивна провідність щілини в хвилеводі B визначається через реактивний опір “еквівалентного” електричного вібратора X_e [4.24]:

$$B = \frac{X_e}{(60\pi)^2} + B_t, \quad (4.7.34)$$

де B_t – додаток до реактивної провідності щілини, що враховує кінцеву товщину стінки t , у якій прорізана щілина:

$$B_t \approx \frac{1}{240} \frac{\ell}{\Delta} \left(\frac{2\ell}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\ell} \right), \quad (4.7.35)$$

$$X_e = X_{11} + X_{вн} - z_{л} \operatorname{ctg} \frac{\pi \ell}{\lambda}, \quad (4.7.36)$$

$$z_{л} = 120 [(\ln(4\ell/\Delta)) - 1], \quad (4.7.37)$$

де $z_{л}$ – хвильовий опір “еквівалентного” вібратора, Ом; X_{11} – власний реактивний опір напівхвильового вібратора, Ом; $X_{вн}$ – внесений опір, зумовлений реакцією стінок хвилеводу на поле, що створюється щілиною, Ом.

Внесений опір розраховується методом наведених електрорушійних сил, як для двох напівхвильових паралельних вібраторів, таким чином [4.3]:

$$X_{вн} \approx 120 \frac{\cos(kr)}{kr} \cdot \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}, \quad (4.7.38)$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число; $r = r_e = 0,25\Delta$ – еквівалентний радіус.

Застосовуючи формули (4.7.46)–(4.7.49), можна визначити резонансну довжину хвилі, вважаючи, що $B = 0$:

$$\lambda_{рез} = 2\ell \left\{ 1 + \frac{X_{11} + X_{вн} + B_t (60\pi)^2}{z_{л} \frac{\pi}{2}} \right\}. \quad (4.7.39)$$

Отже, узагальнення наведеного вище математичного забезпечення дозволяє отримати методику розрахунку електродинамічних характеристик щілини довільних розмірів та положення, яка включає:

1. Розрахунок норми власної функції хвилеводу N (4.7.2) через вектори напруженостей магнітного та електричного полів прямої та зворотної нормованих хвиль основного типу $\bar{H}_{\mp}, \bar{E}_{\pm}$.

2. Розрахунок коефіцієнта зв'язку щілини з хвилеводом на основному типі поля α_{\mp} (4.7.5) через проекцію вектора напруженості магнітного поля основного типу на поздовжню вісь щілини $\bar{H}_{\pm\eta}$ та нормовану функцію розподілу напруженості електричного поля вздовж щілини $\varphi(\eta)$ (4.7.27).

3. Визначення активної провідності випромінювання щілини в хвилевід G_0 через норму власної функції хвилеводу та коефіцієнт зв'язку щілини з ним на основному типі поля (4.7.14).

4. Застосування принципу подвійності, що дозволяє виразити активну провідність випромінювання щілини в зовнішній простір G_{Σ} через опір випромінювання “еквівалентного” електричного вібратора R_{Σ} (4.7.32), при цьому значення R_{11} лежить у межах від 73,1 до 86,5 Ом.

5. Розрахунок хвильового опору “еквівалентного” вібратора $z_{л}$ (4.7.37). Визначення за формулою (4.7.38) отриманого методом наведених електрорушійних сил, внесеного опору, зумовленого реакцією стінок хвилеводу на поле, що створюється щілиною $X_{вн}$. Знаходження власного реактивного опору напівхвильового вібратора X_{11} за графіком залежності $X_{11} \left(\frac{\Delta}{2\lambda} \right)$ [4.3]. Розрахунок реактивного опору “еквівалентного” електричного вібратора X_e

(4.7.36). Визначення реактивної провідності щілини у хвилеводі B (4.7.34) з урахуванням додаткової складової B_t , що бере до уваги товщину стінки хвилеводу (4.7.35).

6. Розрахунок елементів матриці розсіювання хвилеводу зі щілиною $S_{11}, S_{22}, S_{12}, S_{21}$, який вважається чотиріполюсником (4.7.15)–(4.7.19).

7. Визначення частини потужності, що відводиться щілиною із хвилеводу (4.7.20). Розрахунок частини відбитої та прохідної потужностей (4.7.21).

8. Розрахунок коефіцієнта відбиття від щілини Γ_{ex} за наявності КЗ перемички (4.7.26).

9. Розрахунок повної комплексної провідності щілини Y (4.7.11).

10. Визначення напруги між кромками щілини в її центрі U_0 за допомогою рівняння неперервності магнітного поля (4.7.10). Обчислення амплітуд прямої C_{-1} та зворотної C_{+1} хвиль основного типу, що збуджуються щілиною (4.7.4).

11. Розрахунок резонансної довжини хвилі $\lambda_{рез}$ (4.7.39).

Отже, електродинамічні характеристики щілин, прорізаних у стінках прямокутного хвилеводу, що розраховуються за запропонованою методикою, дозволяють визначати частину потужності, яка випромінюється щілиною в зовнішній простір.

Таким чином, у результаті проведених досліджень удосконалено методику розрахунку електродинамічних характеристик щілин довільних розмірів (для яких виконується умова $\Delta \ll \ell$) та положення, прорізаних у стінках прямокутного хвилеводу. Запропонована методика має невисоку складність. Показано, що розглянуті основні електродинамічні характеристики щілини залежать від її геометричних розмірів, положення та робочої довжини хвилі. Удосконалені методики розрахунку електродинамічних характеристик щілини в стінках прямокутних хвилеводів, яка полягає у визначенні активної провідності випромінювання щілини у хвилевід через норму його власної функції та коефіцієнт зв'язку щілини з хвилеводом на основному типі поля. А також у розрахунку амплітуд прямої та зворотної хвиль основного типу,

що збуджуються щілиною, через напругу між кромками щілини в її центрі й коефіцієнт її зв'язку з хвилеводом на основному типі поля. Практичним значенням отриманих результатів є забезпечення можливостей синтезу (проектування) хвилеводно-щілинних антен з довільними розмірами та положенням щілин, а також покращення їх окремих електродинамічних характеристик.

Необхідно дослідити вплив розмірів та положення щілини на електродинамічні характеристики хвилеводно-щілинних випромінювачів у заданому діапазоні частот.

4.8. Дослідження залежності електродинамічних характеристик щілини, прорізаної у прямокутному хвилеводі, від зміни її розмірів та положення

Розглядається прямокутний хвилевід з розмірами поперечного перерізу $(a \times b) = (23 \times 10)$ мм з прорізаною в широкій стінці щілиною. На рисунку 4.11 Δ, ℓ – ширина та довжина щілини, м; ξ, η, ζ – локальна система координат на поверхні щілини; θ – кут між осями y і η ; y_1, z_1 – координати центру щілини, м; p – відстань від центру щілини до короткозамкненої (КЗ) перемички, м [4.25].

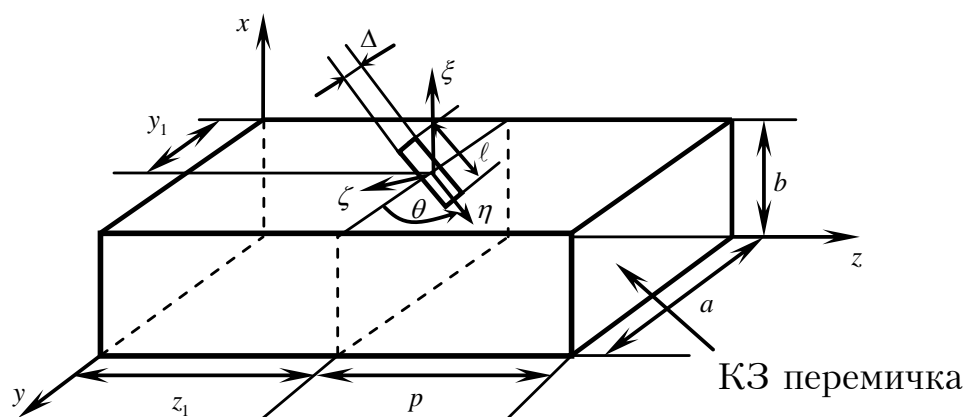


Рис. 4.11. Прямокутний хвилевід із похилою щілиною

Відстань від повздовжньої щілини до короткозамкненої перемички доцільно обирати $p = (2n - 1)(\lambda_{xв} / 4)$, $n = 1, 2, 3$ [4.15].

Необхідно побудувати графіки залежностей електродинамічних характеристик від зміни ширини Δ та довжини ℓ щілини, її положення θ і робочої довжини хвилі λ за методикою представленою у [4.21].

Оскільки частіше щілинні випромінювачі виконуються на стінках прямокутних хвилеводів, в яких збуджується хвиля типу H_{10} , то подальші дослідження проводитимуться для вказаного типу хвилі.

Активна провідність випромінювання щілини у хвилевід G_0 (4.7.14) розраховується наступним чином. Нормовані власні функції прямокутного хвилеводу для векторів напруженостей електричного та магнітного полів основного типу рівні [4.24, 4.26]:

$$E_{\mp} = e_x \cdot \sqrt{\frac{\lambda_{xв} N}{\lambda ab}} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \sin\left(\frac{\pi}{a} y\right) \cdot e^{\mp jk_z z}, \quad (4.8.1)$$

$$H_{\mp} = \sqrt{\frac{\lambda N}{\lambda_{xв} ab}} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left(\pm e_y \sin\left(\frac{\pi}{a} y\right) - j e_z \frac{\lambda_{xв}}{2a} \cos\left(\frac{\pi}{a} y\right) \right) \times \\ \times e^{\mp jk_z z}, \quad (4.8.2)$$

де x, y, z – декартова система координат; e_x, e_y, e_z – орти декартової системи координат; λ – довжина хвилі електромагнітних коливань, м; $\lambda_{xв} = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ – довжина хвилі у хвилеводі,

м; $k_z = \frac{2\pi}{\lambda_{xв}}$ – повздовжнє хвильове число у хвилеводі; N – норма власної функції, Вт; μ, ε – відносні магнітна та діелектрична проникності середовища, яке заповнює хвилевід.

Підставивши значення H_{\mp} із (4.8.2) у формулу для коефіцієнта зв'язку щілини з хвилеводом за основним типом поля (4.7.5) [4.21], будемо мати:

$$\alpha_{\mp} = -j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda\lambda_{xg}}{abN}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ L e^{\pm j \frac{\pi}{a} y_1} + M e^{\mp j \frac{\pi}{a} y_1} \right\} e^{\mp j k_z z}, \quad (4.8.3)$$

де

$$L = \left(\frac{\ell}{a} \sin \theta + \frac{2\ell}{\lambda_{xg}} \cos \theta \right) \times \\ \times \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{\ell}{a} \cos \theta - \frac{2\ell}{\lambda_{xg}} \sin \theta \right) \right) \sin \left(\frac{\pi\Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} - \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{xg}} \right) \right)}{1 - \left(\frac{\ell}{a} \cos \theta - \frac{2\ell}{\lambda_{xg}} \sin \theta \right)^2 \frac{\pi\Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} - \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{xg}} \right)}, \quad (4.8.4)$$

$$M = \left(\frac{\ell}{a} \sin \theta - \frac{2\ell}{\lambda_{xg}} \cos \theta \right) \times \\ \times \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{\ell}{a} \cos \theta + \frac{2\ell}{\lambda_{xg}} \sin \theta \right) \right) \sin \left(\frac{\pi\Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} + \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{xg}} \right) \right)}{1 - \left(\frac{\ell}{a} \cos \theta + \frac{2\ell}{\lambda_{xg}} \sin \theta \right)^2 \frac{\pi\Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} + \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{xg}} \right)}. \quad (4.8.5)$$

Активна провідність випромінювання щілини у хвилевід (4.7.14) [4.21] буде дорівнювати:

$$G_0 = \left| -j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda\lambda_{xg}}{abN}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ L e^{\pm j \frac{\pi}{a} y_1} + M e^{\mp j \frac{\pi}{a} y_1} \right\} \cdot e^{\mp j k_z z} \right|^2 \cdot N. \quad (4.8.6)$$

Активна провідність випромінювання щілини в вільний простір розраховується за формулою (4.7.32) [4.21], де аналітичний опис опору випромінювання “еквівалентного” вібратора R_{11} , отриманий за графіком залежності $R_{11} = f(\Delta/2\lambda)$ [4.15] для зада-

ного діапазону частот від 8 ГГц до 12 ГГц та $\Delta = 0,2$ см з використанням поліноміальної апроксимації, має такий вигляд:

$$R_{11}(\lambda) = -1,4994\lambda^3 + 14,84\lambda^2 - 50,03\lambda + 140,76. \quad (4.8.7)$$

Аналітичний опис опору випромінювання “еквівалентного” вібратора R_{11} , отриманий також за графіком залежності $R_{11} = f(\Delta/2\lambda)$ [4.15] для значень ширини щілини $\Delta = (0,1 \div 0,5)$ см за $\lambda = 3$ см буде

$$R_{11}(\Delta) = -20\Delta^2 + 35\Delta + 77,8. \quad (4.8.8)$$

Реактивна провідність щілини у хвилеводі визначена через реактивний опір “еквівалентного” електричного вібратора розраховується за формулами (4.7.34)–(4.7.38) [4.21]. Аналітичний опис власного реактивного опору напівхвильового вібратора, отриманий за графіком залежності $X_{11} = f(\Delta/2\lambda)$ [4.15] для робочого діапазону частот від 8 ГГц до 12 ГГц та $\Delta = 0,2$ см з використанням поліноміальної апроксимації має наступний вигляд:

$$X_{11}(\lambda) = -1,3333\lambda^4 + 16,4\lambda^3 - 75,017\lambda^2 + 151,69\lambda + 65,746. \quad (4.8.9)$$

Аналітичний опис власного реактивного опору напівхвильового вібратора, отриманий за графіком залежності $X_{11} = f(\Delta/2\lambda)$ [4.15] для значень ширини щілини $\Delta = (0,1 \dots 0,5)$ см за $\lambda = 3$ см з використанням поліноміальної апроксимації буде:

$$X_{11}(\Delta) = -45\Delta^2 + 10,5\Delta + 48,7. \quad (4.8.10)$$

Розрахунок коефіцієнта відбиття від щілини, прорізаної у прямокутному хвилеводі Γ , в якому розповсюджується хвиля типу H_{10} , проводився за формулою (4.7.26) [4.21].

Графіки залежності $G_0(\Delta, \theta)$, $B(\Delta, \theta)$, $G_\Sigma(\Delta)$ та $\Gamma(\Delta, \theta)$ від зміни ширини щілини Δ за різних значень кута θ та за $\lambda = 3$ см, побудовані згідно вищевказаних виразів (додаток А), представлені на рисунках 4.12–4.15.

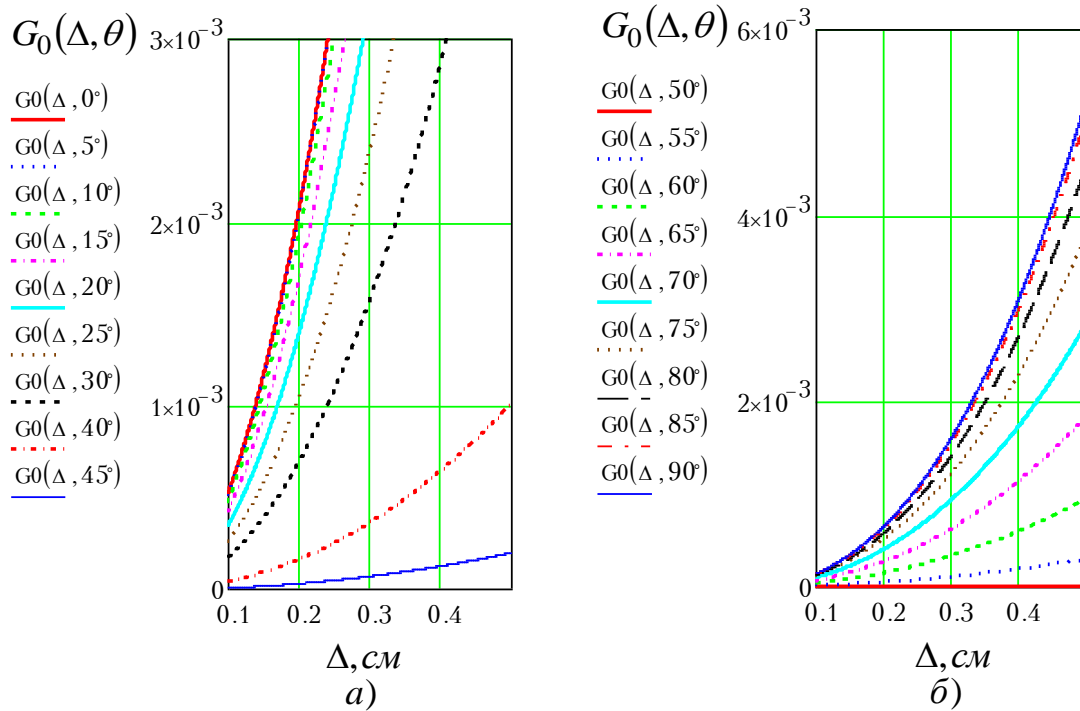


Рис. 4.12. Залежності активної провідності випромінювання щілини в хвилевід від зміни ширини щілини Δ за різних значень кута θ

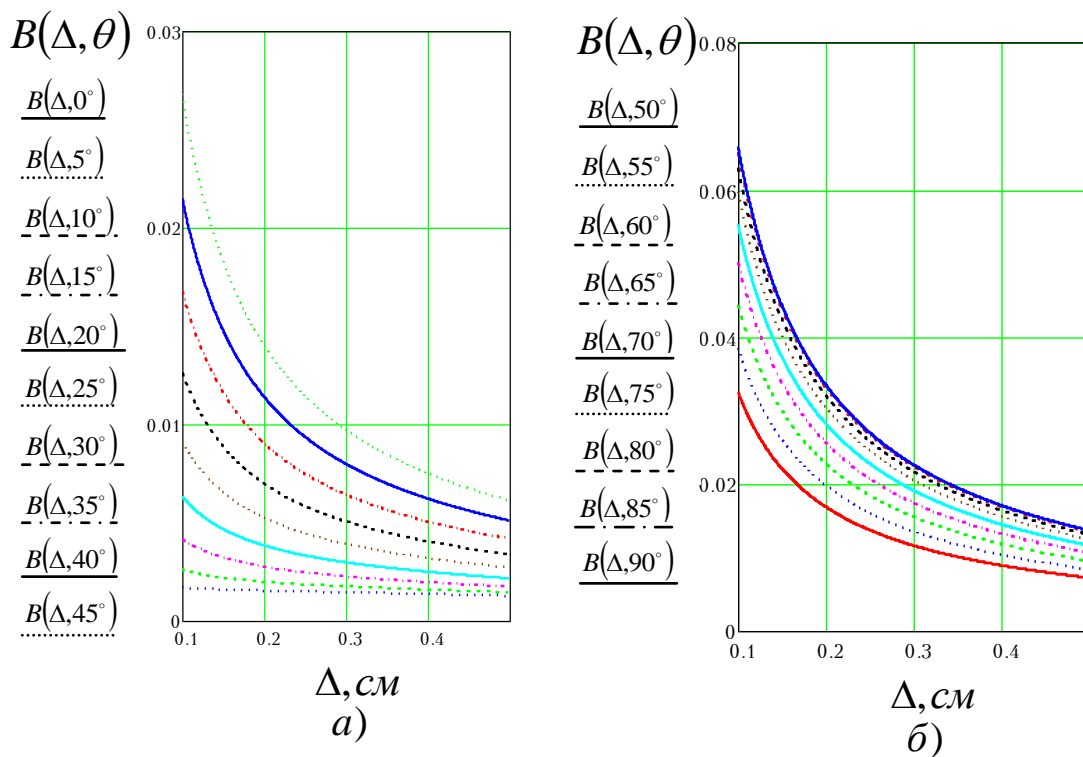


Рис. 4.13. Залежності реактивної провідності щілини від зміни ширини щілини Δ за різних значень кута θ

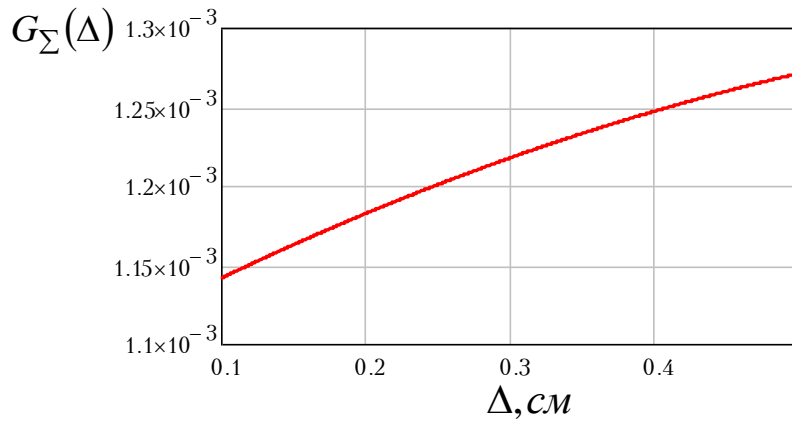


Рис. 4.14. Залежність активної провідності випромінювання щілини в вільний простір від зміни ширини щілини Δ

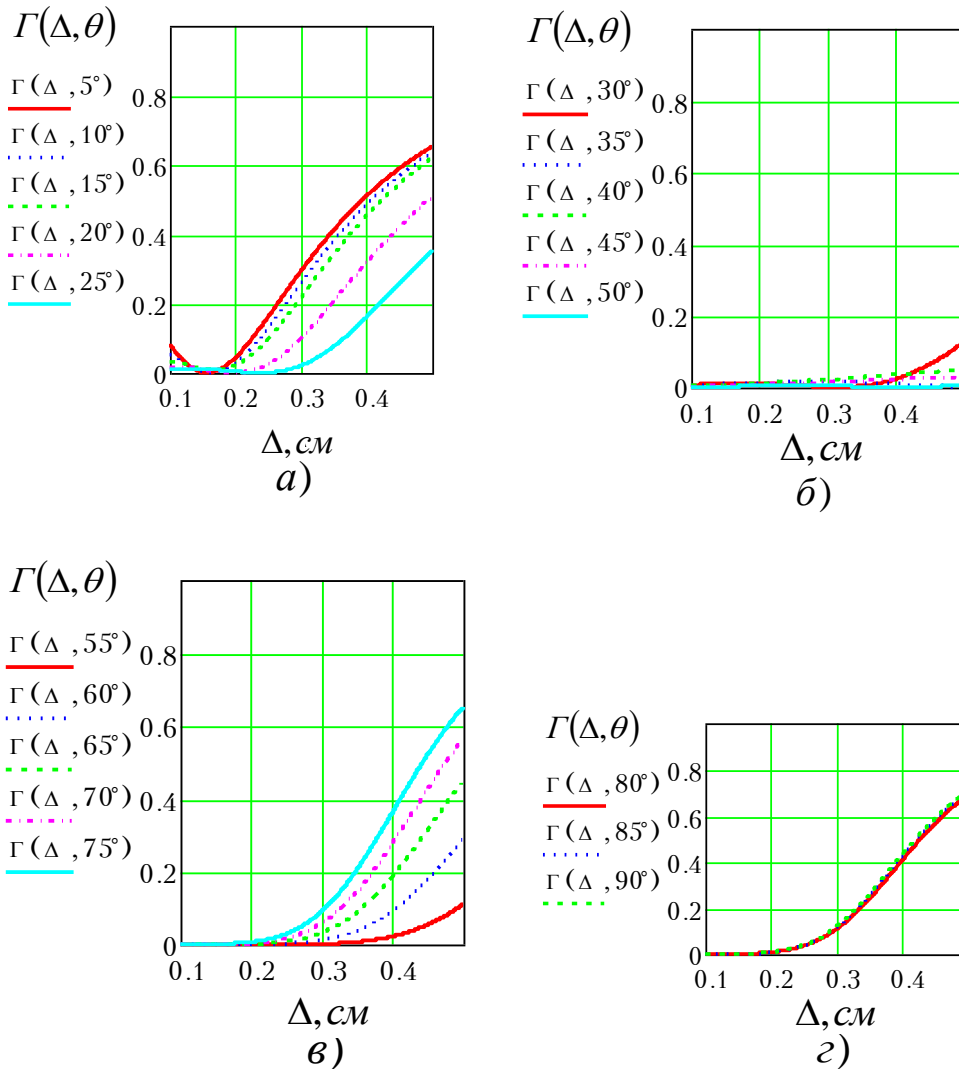


Рис. 4.15. Залежності коефіцієнта відбиття щілини від зміни її ширини Δ та значень кута θ

Збільшення ширини щілини Δ від $0,1\text{ см}$ до $0,5\text{ см}$ з одного боку приводить до зростання активної провідності випромінювання щілини із хвилеводу $G_{\Sigma}(\Delta)$ (або активної потужності випромінювання щілини із хвилеводу), а з іншого боку призводить також до зростання активної провідності випромінювання щілини у хвилевід $G_0(\Delta, \theta)$ (або активної потужності випромінювання щілини у хвилевід), оскільки площа щілини збільшується. Причому майже за всіх значень кута θ значення $G_0(\Delta, \theta)$ більше за $G_{\Sigma}(\Delta)$, крім $\theta = 40^\circ - 60^\circ$.

Збільшення Δ за всіх значень кута θ призводить до зростання коефіцієнта відбиття. Для значень ширини щілини $\Delta = (0,1 \dots 0,5)\text{ см}$ та $\theta = 30^\circ - 60^\circ$ коефіцієнт відбиття $\Gamma(\Delta, \theta) < 0,2$. Коли $\Delta = 0,15\text{ см}$ за всіх значень θ $\Gamma(\Delta, \theta) = 0$, оскільки ширина щілини в цьому випадку відповідає умові $\Delta = (0,03 \div 0,05)\lambda\text{ см}$ [4.3, 4.22]. Для отримання мінімальних $G_0(\Delta, \theta)$, $\Gamma(\Delta, \theta)$ та максимальної $G_{\Sigma}(\Delta)$ вибір положення щілини повинен бути в межах $\theta = 30^\circ - 60^\circ$.

Отже, для збільшення активної провідності випромінювання із щілини та зменшення коефіцієнта відбиття, доцільно, щоб ширина щілини була в межах $\Delta = (0,03 \div 0,05)\lambda$, а значення кута θ складало $\theta = 30^\circ - 60^\circ$.

Графіки залежностей $G_0(\ell, \theta)$, $G_{\Sigma}(\ell)$, $B(\ell, \theta)$ та $\Gamma(\ell, \theta)$ від зміни довжини щілини ℓ за різних значень кута θ та за $\lambda = 3\text{ см}$, $\Delta = 0,2\text{ см}$ представлені на рисунках 4.16–4.19 (додаток А).

За всіх значень зміни довжини $\ell = (1 \dots 3)\text{ см}$ та положення щілини $\theta = 0^\circ \dots 90^\circ$ зміна $G_0(\ell, \theta)$ має коливальний характер. Умова $G_{\Sigma}(\ell) > G_0(\ell, \theta)$ виконується за $\theta = 25^\circ \dots 90^\circ$ та $\ell = (1 \dots 2,25)\text{ см}$. Коли $\ell = 2,25\text{ см}$ то $G_0(\ell, \theta) = 0$ за всіх значень кута θ . Якщо довжина щілини $\ell = (2,25 \dots 3)\text{ см}$, а положення щілини довільне, значення $G_0(\ell, \theta)$ зростає.

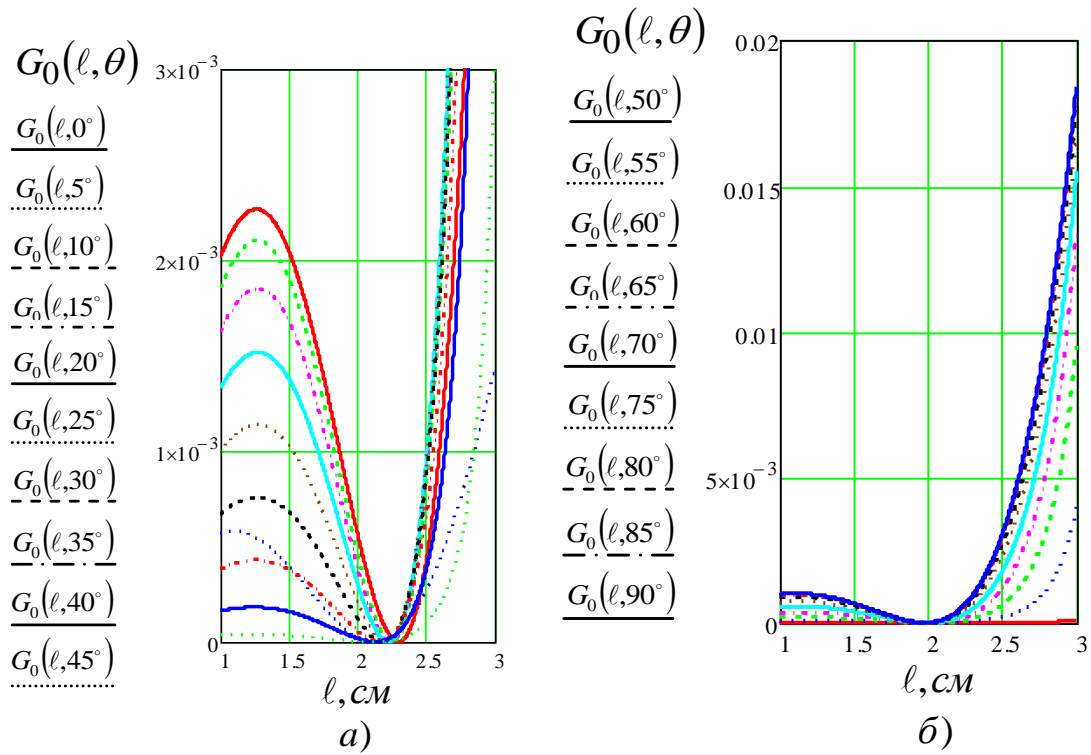


Рис. 4.16. Залежності активної провідності випромінювання щілини в хвилевід від зміни довжини щілини $l = (1 \dots 3)$ см за різних значень кута θ

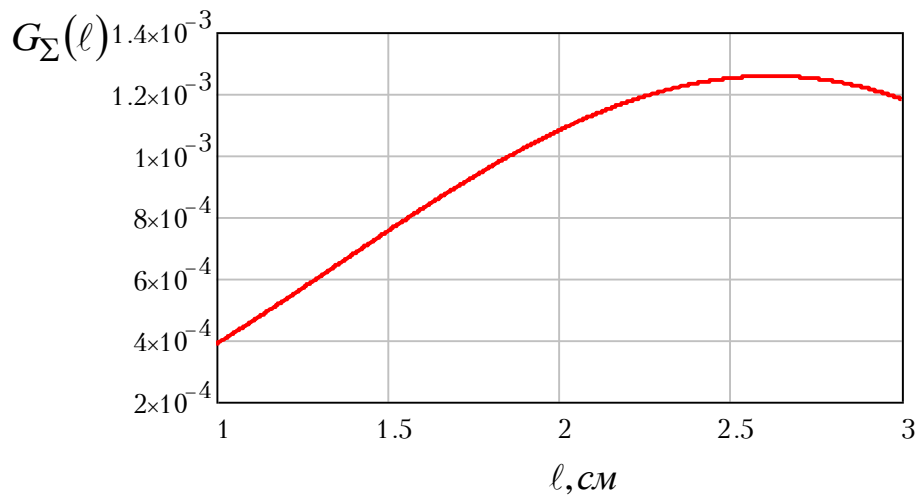


Рис. 4.17. Залежність провідності випромінювання щілини із хвилеводу від зміни її довжини $l = (1 \dots 3)$ см

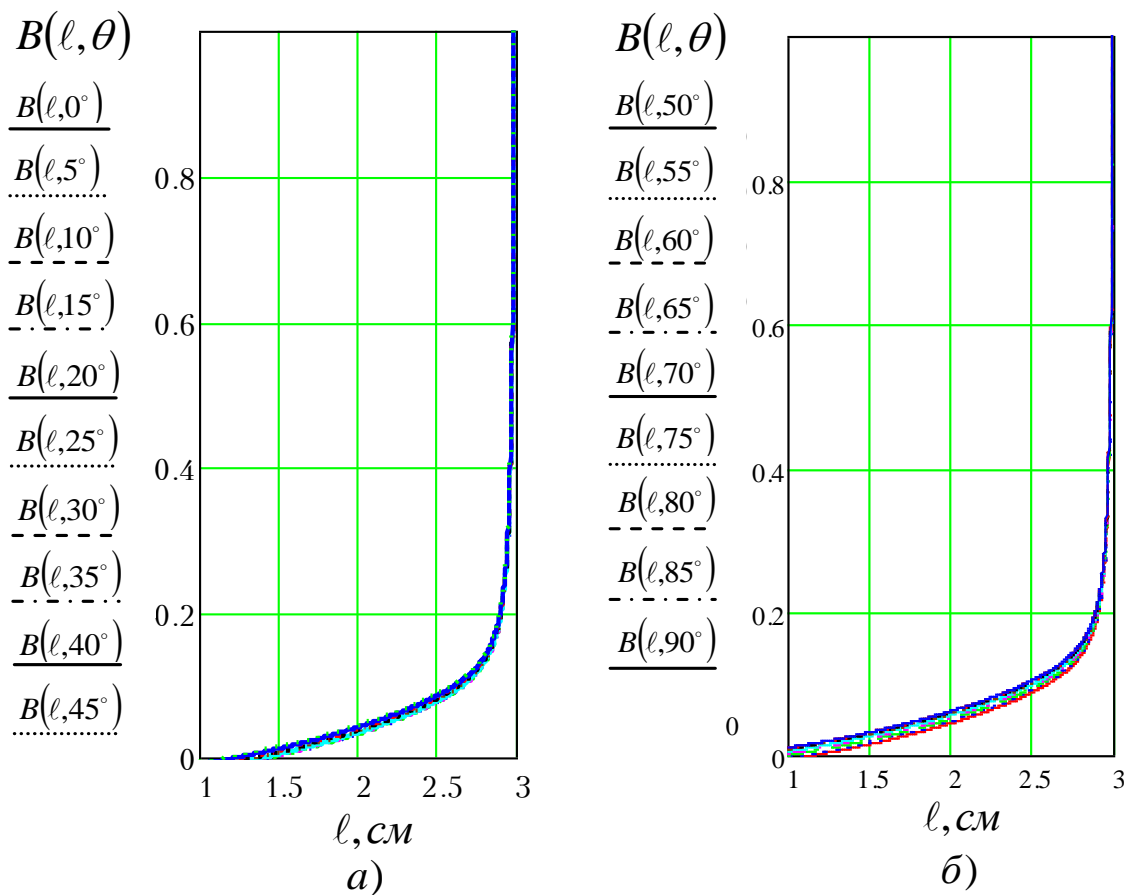
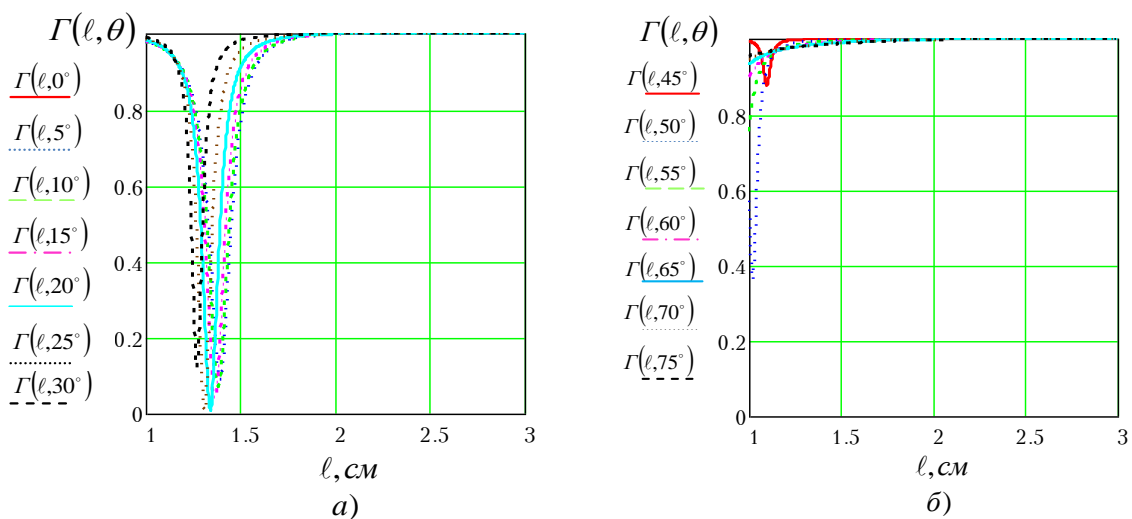


Рис. 4.18. Залежності реактивної провідності щілини від зміни довжини щілини $\ell = (1 \dots 3)$ см за різних значень кута θ



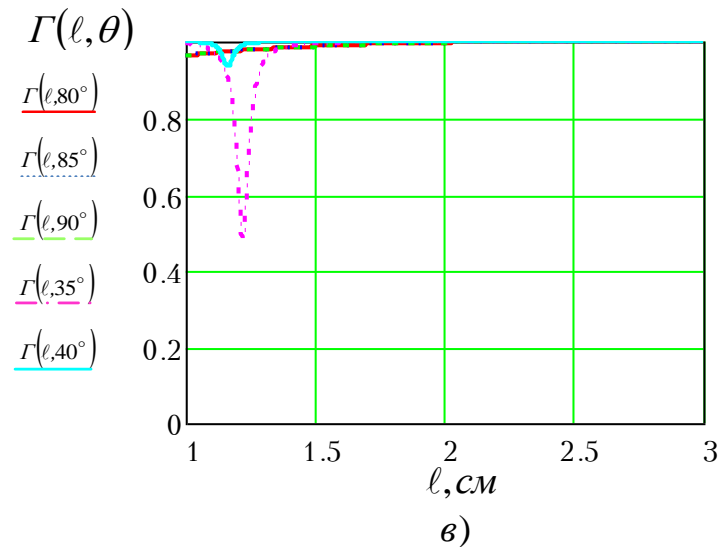


Рис. 4.19. Залежності коефіцієнта відбиття щілини від зміни її довжини $\ell = (1 \dots 3) \text{ см}$ та значень кута θ

Збільшення довжини щілини в межах $\ell = (1 \dots 2,65) \text{ см}$ приводить до зростання активної провідності випромінювання щілини із хвилеводу $G_{\Sigma}(\ell)$, оскільки збільшується електричний розмір щілини.

За значень $\ell = (1,2 \dots 1,4) \text{ см}$, $\theta = 0^\circ \dots 30^\circ$ коефіцієнт відбиття мінімальний $\Gamma(\ell, \theta) = 0 \dots 0,15$, коли $\ell = (1 \dots 1,25) \text{ см}$, $\theta = 35^\circ \dots 90^\circ$ то $\Gamma(\ell, \theta) = 0,36 \dots 1$ максимальне значення коефіцієнта відбиття буде, якщо $\ell = (2 \dots 3) \text{ см}$, $\theta = 0^\circ \dots 90^\circ$.

Отже, за значень довжини щілини $\ell = (1,2 \dots 1,4) \text{ см}$ та $\theta = 0^\circ \dots 30^\circ$ коефіцієнт відбиття буде мінімальним – $\Gamma(\ell, \theta) = 0 \dots 0,15$, оскільки довжина щілини близька до резонансної.

Графіки залежностей $G_0(\lambda, \theta)$, $B(\lambda, \theta)$, $G_{\Sigma}(\lambda)$ та $\Gamma(\lambda, \theta)$ від зміни довжини хвилі λ в межах робочого діапазону частот за різних значень кута θ та за $\Delta = 0,2 \text{ см}$ побудовані згідно вищевказаних виразів, представлені на рисунках 4.20–4.23 (додаток А).

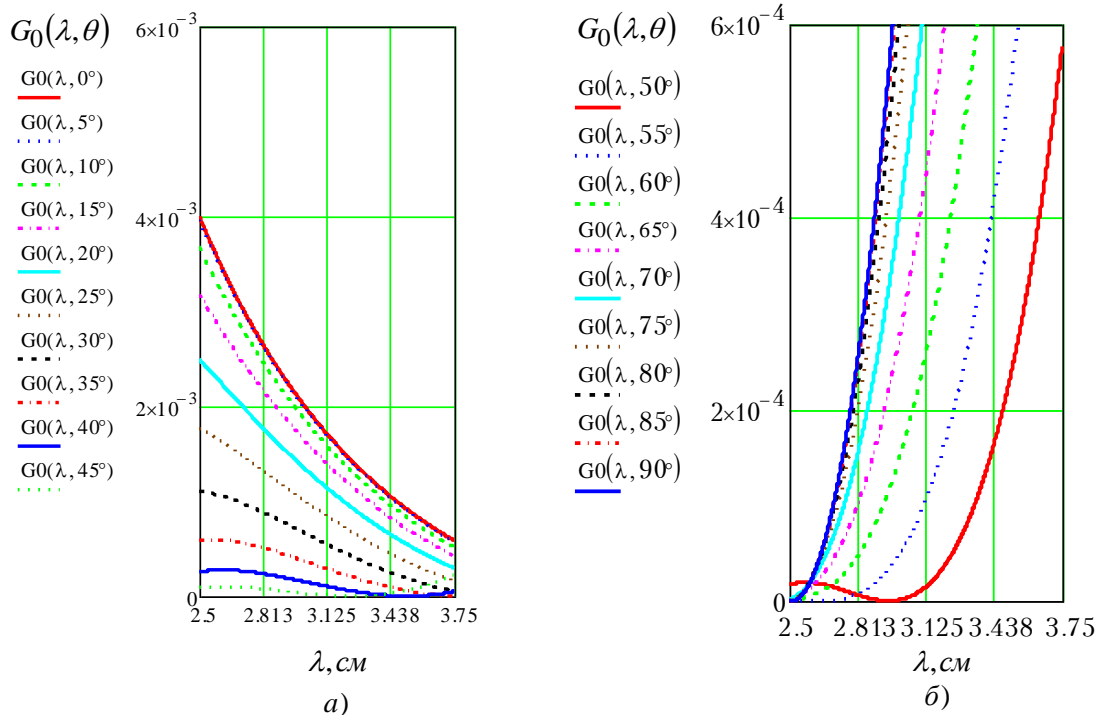


Рис. 4.20. Залежності активної провідності випромінювання щілини в хвилевід від зміни робочої довжини хвилі λ за різних значень кута θ

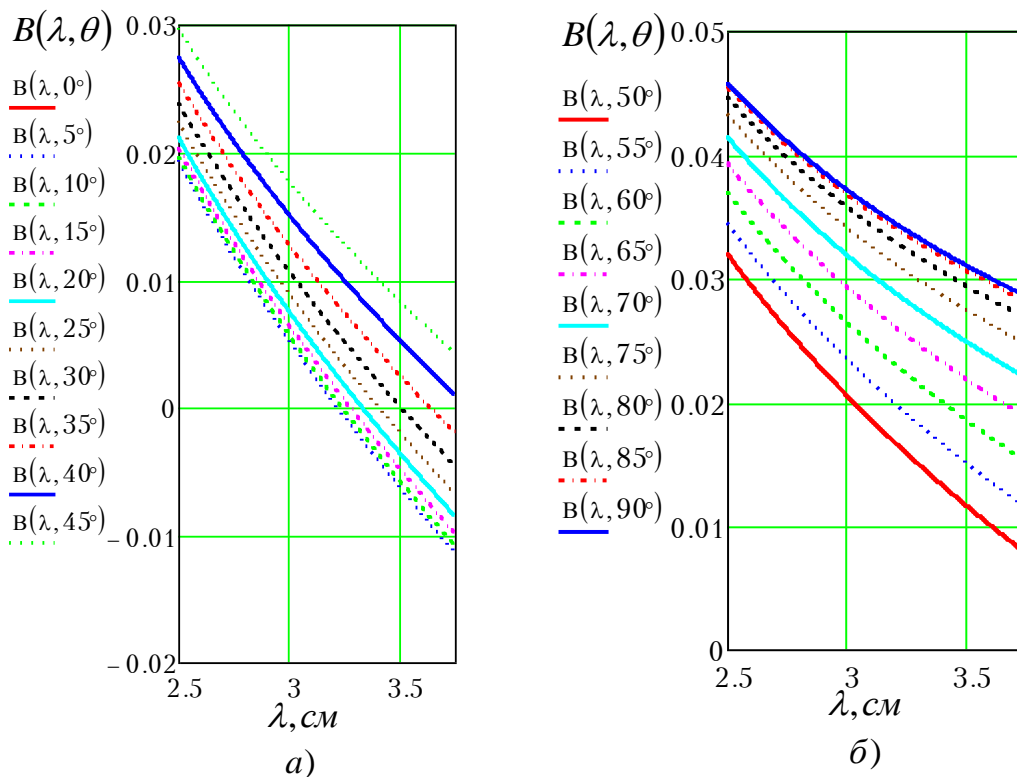


Рис. 4.21. Залежності реактивної провідності щілини від зміни робочої довжини хвилі λ за різних значень кута θ

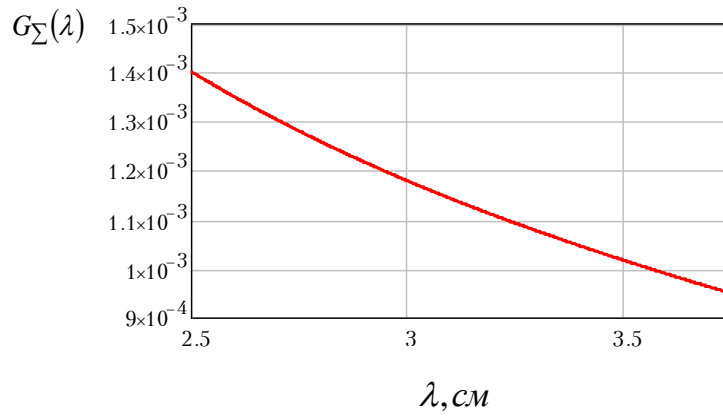


Рис. 4.22. Залежність активної провідності випромінювання щілини в вільний простір від зміни робочої довжини хвилі λ

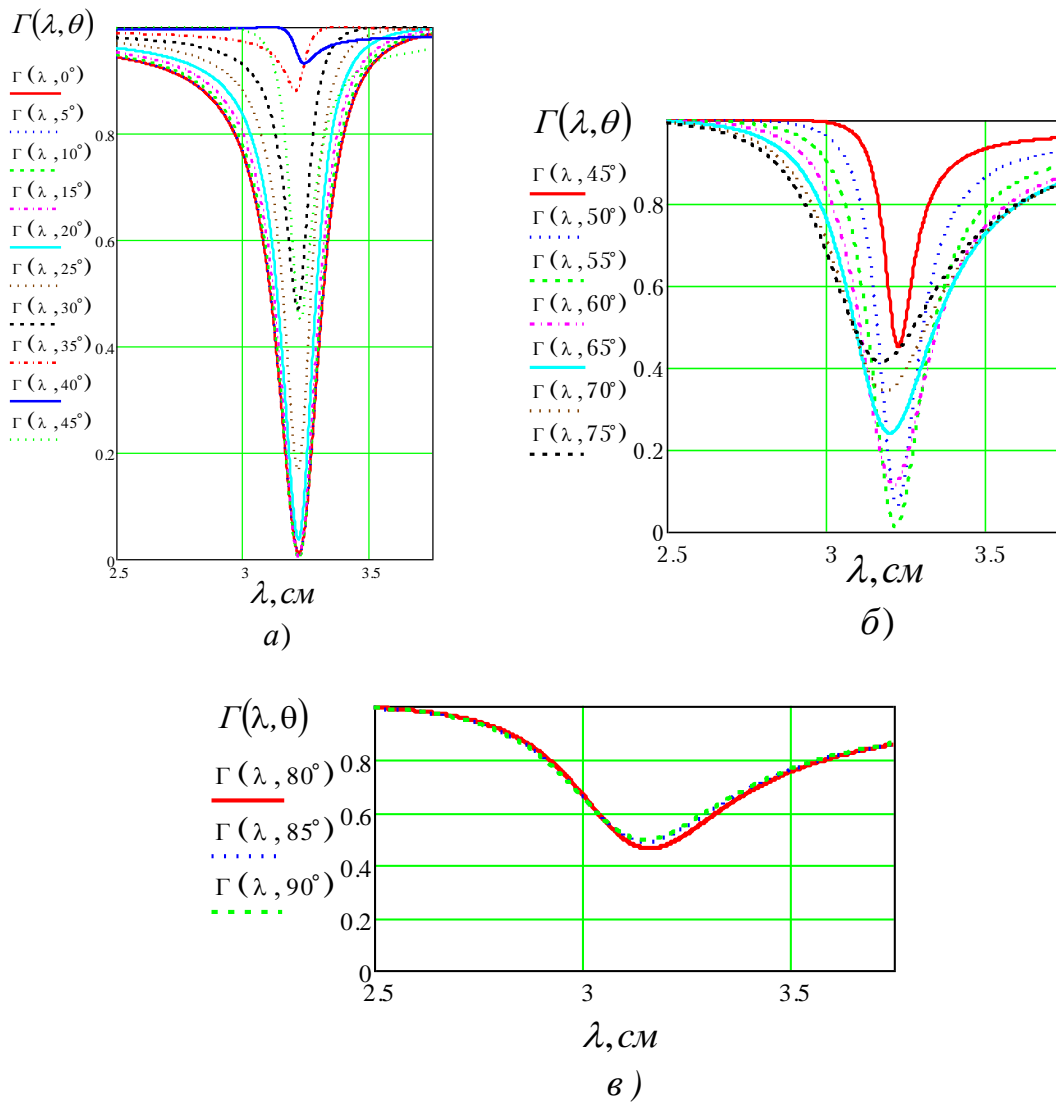


Рис. 4.23. Залежності коефіцієнта відбиття щілини від зміни робочої довжини хвилі λ та значень кута θ

За значень положення щілини $\theta = 0^\circ \dots 45^\circ$ та λ від 2,5 см до 3,75 см активна провідність випромінювання щілини в хвилевід $G_0(\lambda, \theta)$ зменшується. Коли $\theta = 50^\circ \dots 90^\circ$ – $G_0(\lambda, \theta)$ збільшується. Найменші значення $G_0(\lambda, \theta)$ має, якщо $\theta = 25^\circ \dots 45^\circ$.

Активна провідність випромінювання щілини із хвилеводу $G_\Sigma(\lambda)$ зменшується коли довжина хвилі збільшується $\lambda = (2,5 \dots 3,75)$ см, оскільки зменшується електричний розмір щілини.

Коефіцієнт відбиття щілини за значень $\theta = 0^\circ \dots 90^\circ$ та $\lambda = (3,1 \dots 3,4)$ см зменшується. Якщо $\lambda = 3,23$ см, $\theta = 5^\circ \dots 15^\circ, 55^\circ$ то коефіцієнт відбиття щілини дорівнює нулю $\Gamma(\lambda, \theta) = 0$. Коли $\lambda = (2,5 \dots 3,1)$ см та $\lambda = (3,4 \dots 3,75)$ см, $\theta = 0^\circ \dots 90^\circ$ коефіцієнт відбиття щілини змінюється в межах $\Gamma(\lambda, \theta) = 0,5 \dots 1$.

Отже, найменші значення коефіцієнт відбиття щілини приймає $\Gamma(\lambda, \theta) \leq 0,2$ за умов $\lambda = (3,1 \dots 3,4)$ см, $\theta = 0^\circ \dots 25^\circ, 50^\circ \dots 60^\circ$. Проте це обмежує діапазон робочих хвиль.

Положення щілини x_1, y_1, z, θ впливає на інтенсивність її випромінювання.

Значення коефіцієнта відбиття щілини залежно від її розмірів, положення та робочої довжини хвилі занесені в таблицю 4.1.

Таблиця 4.1
Залежність Γ від зміни $\Delta, \ell, \theta, \lambda$

$\Gamma(\Delta, \theta)$			
Γ	0	$< 0,2$	0,1...0,65
$\Delta, \text{см}$	0,15	0,1...0,5	0,2...0,5
θ°	5...90	30...60	5...25, 65...90
$\Gamma(\ell, \theta)$			
Γ	0...0,15	0,36...0,1	1
$\ell, \text{см}$	1,2...1,4	1...1,25	2...3
θ°	0...30	35...90	0...90

Продовження таблиці 4.1

$\Gamma(\lambda, \theta)$			
Γ	0	< 0,2	0,5...1
$\lambda, \text{см}$	3,23	3,1...3,4	2,5...3,1, 3,4...3,75
θ°	5...15, 55	0...25, 50...60	45...90

Згідно із проведеними дослідженнями та результатів занесених до таблиці 4.1 доцільно обирати наступні розміри щілини: ширина – $\Delta = (0,03 \div 0,05) \lambda \text{ см}$; довжина – $\ell = (1,2 \dots 1,4) \text{ см}$ близька до резонансної з урахуванням укорочення. Положення щілини, за якого значення коефіцієнта відбиття $\Gamma < 0,2$, $\theta^\circ = 0^\circ \dots 30^\circ$ з урахуванням обмежень за діапазоном хвиль та розмірами.

Достовірність отриманих виразів можна підтвердити їх перевіркою у граничних умовах:

$$G_\Sigma = \frac{0,5(-20\Delta^2 + 35\Delta + 77,8) \sin \frac{\pi\ell}{\lambda} - \frac{\pi\ell}{\lambda} \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}}{(60\pi)^2 \left(1 - \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}\right)} \Bigg|_{\Delta \rightarrow 0} = 0; \quad (4.8.11)$$

$$G_0 = \left| -j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda\lambda_{xв}}{abN}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ L e^{\pm j \frac{\pi}{a} y_1} + M e^{\mp j \frac{\pi}{a} y_1} \right\} e^{\mp j k_z z} \right|^2 \times \quad (4.8.12)$$

$$\times N \Bigg|_{\Delta \rightarrow 0} = 0,$$

де значення L, M розраховуються за формулами (4.8.4) та (4.8.5).

Реактивна провідність щілини за умови $\Delta \rightarrow 0$ буде:

$$B = \frac{X_{11} + X_{вн} - z_{л} \operatorname{ctg} \frac{\pi \ell}{\lambda}}{(60\pi)^2} + \frac{1}{240} \frac{\ell}{\Delta} \left(\frac{2\ell}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\ell} \right) \Bigg|_{\Delta \rightarrow 0} = \infty, \quad (4.8.13)$$

де $X_{вн}$ – внесений опір, зумовлений реакцією стінок хвильоводу на поле, що створюється щілиною, розраховується за формулою (4.7.38) [4.21]; $Z_{л}$ – хвильовий опір “еквівалентного” вібратора (4.7.37) [4.21]; власний реактивний опір напівхвильового вібратора X_{11} (4.8.10). Реактивна провідність щілини за умови $\Delta \rightarrow 0$ $B = \infty$.

Коефіцієнт відбиття щілини за умови $\Delta \rightarrow 0$ дорівнює [4.21]:

$$\Gamma = \frac{\left| 2 \cos^2 \left(k_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) - \left[\frac{G_{\Sigma}}{G_0} + j \frac{B}{G_0} - j \sin(2k_z p + \psi_-) \right] \right|}{\left| 2 \cos^2 \left(k_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) + \left[\frac{G_{\Sigma}}{G_0} + j \frac{B}{G_0} - j \sin(2k_z p + \psi_-) \right] \right|} \times \quad (4.8.14)$$

$$\times \cdot e^{-j2k_z p^2} \Bigg|_{\Delta \rightarrow 0} = 1.$$

Як видно, вирази (4.8.11 – 4.8.14) за умови $\Delta \rightarrow 0$ відображають фізичну сутність відсутності щілини.

Перевірка формул (4.8.11 – 4.8.14) за одиницями вимірювання дає наступний результат: G_{Σ} [См], G_0 [См], B [См], Γ – безрозмірна величина.

Отже, проведений аналіз показав можливість змінювати електродинамічні характеристики щілини, прорізаної у прямокутному хвильоводі, шляхом відповідного вибору її ширини, довжини, положення та робочої довжини хвилі. Таким чином, можна досягти мінімального значення коефіцієнта відбиття щілини. Також за певних визначених умов значення коефіцієнта відбиття щілини може бути рівне нулю (табл. 4.1).

Таким чином, в результаті проведених досліджень показана можливість зменшення втрат потужності сигналу у хвильоводно-щілинних антенах шляхом забезпечення мінімального коефіцієнта відбиття щілини за рахунок регулювання її розмірів та положення.

Достовірність отриманих виразів підтверджена збіжністю за одиницями вимірювання, а також їх перевіркою у граничних умовах.

Практичним значенням результатів досліджень є можливість синтезу (проектування) хвильоводно-щілинних антен із меншими втратами потужності через відбиття.

Перспективи подальших досліджень в заданому напрямку полягають у рішенні задачі оптимізації розмірів та положення щілини хвильоводно-щілинних антен з метою мінімізації коефіцієнта відбиття у заданому діапазоні робочих частот.

4.9. Оптимізація розмірів та положення щілини за критерієм мінімуму коефіцієнта відбиття

Розглядається прямокутний хвильовід із похилою щілиною (рисунок 4.20), де Δ, ℓ – ширина та довжина щілини; θ – кут між осями y і η ; y_1, z_1 – координати центру щілини; p – відстань від центру щілини до короткозамкнутої перемички [4.27].

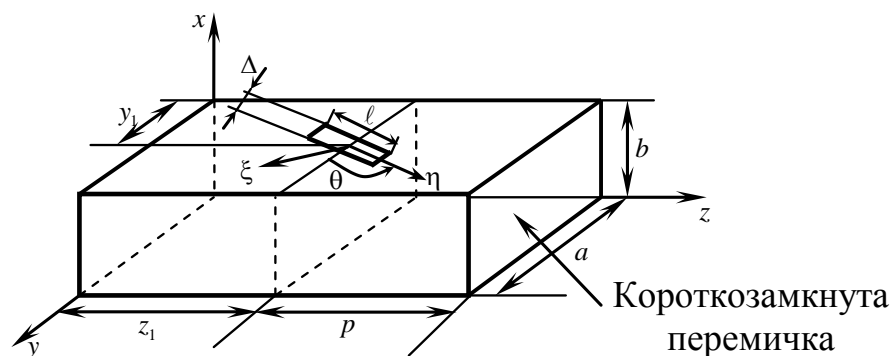


Рис. 4.20. Прямокутний хвильовід із похилою щілиною

Коефіцієнт відбиття від щілини за наявності КЗ перемички визначається за відповідною формулою [4.21]:

$$\Gamma_{\text{ex}} = \frac{2 \cos^2 \left(k_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) - [g + jb - j \sin(2k_z p + \psi_-)]}{2 \cos^2 \left(k_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) + [g + jb - j \sin(2k_z p + \psi_-)]} \cdot e^{-j2k_z p}, \quad (4.9.1)$$

де k_z – хвильове число ($k_z = 2\pi/\lambda_{\text{хв}}$), $\lambda_{\text{хв}} = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}$ – довжина хвилі в хвилеводі; ψ_{\mp} – фазовий кут коефіцієнта відбиття (для поперечної щілини в хвилеводі $\psi_{\pm} = 0$, для повздовжньої – $\psi_+ = \psi_- = \pm\pi$); g – нормована активна провідність випромінювання щілини в вільному просторі; b – нормована реактивна провідність щілини.

Нормовані активна та реактивна провідність визначаються таким чином [4.3]:

$$g + jb = \frac{G_{\Sigma}}{G_0} + j \frac{B}{G_0}, \quad (4.9.2)$$

де G_{Σ} – провідність випромінювання у зовнішній простір, яка встановлює зв'язок між квадратом напруги в центрі щілини та активною потужністю, що випромінюється щілиною у зовнішній простір; G_0 – провідність випромінювання щілини у хвилевід, яка встановлює зв'язок між квадратом напруги в центрі щілини та активною потужністю, що випромінюється щілиною у хвилевід; jB – реактивна провідність щілини, яка визначається через уявну частину потоку потужності, що переноситься полем щілини. Провідність випромінювання щілини у зовнішній простір залежить від її розмірів та розраховується за формулою [4.21]:

$$G_{\Sigma} = \frac{0,5R_{11} \sin \frac{\pi l}{\lambda} - \frac{\pi l}{\lambda} \cos \frac{\pi l}{\lambda}}{(60\pi)^2 \left(1 - \cos \frac{\pi l}{\lambda} \right)}, \quad (4.9.3)$$

де R_{11} – опір “еквівалентного” вібратора довжиною $\ell = 0,5\lambda$ і шириною $\Delta \leq \ell$, R_{11} залежить від значення радіуса провода r_e “еквівалентного” вібратора: $r_e = 0,25\Delta$.

Аналітичний опис опору випромінювання “еквівалентного” вібратора R_{11} , отриманий з допомогою графіків залежності $R_{11} = f(\Delta/2\lambda)$ [4.23] з використанням поліноміальної апроксимації за $\Delta = 0,2\text{ см}$, має такий вигляд:

$$R_{11} = -1,4994\lambda^3 + 14,84\lambda^2 - 50,03\lambda + 140,76. \quad (4.9.4)$$

Провідність випромінювання щілини в хвилевід визначається наступним чином [4.21]:

$$G_0 = |\alpha_{\mp}|^2 N, \quad (4.9.5)$$

де α_{\mp} – коефіцієнт зв'язку щілини з хвилеводом на основному типі поля; N – норма власної функції хвилеводу.

Коефіцієнт зв'язку щілини з хвилеводом знаходиться за формулою [4.1]:

$$\alpha_{\mp} = \frac{1}{N} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \bar{H}_{\pm\eta} \varphi(\eta) d\eta, \quad (4.9.6)$$

де $\bar{H}_{\pm\eta} = \bar{e}_{\eta} H_{\pm}$ – проекція вектора напруженості магнітного поля основного типу на поздовжню вісь щілини; \bar{e}_{η} – одиничний орт уздовж поздовжньої координати щілини η ; $\varphi(\eta)$ – функція розподілу напруги вздовж щілини [4.21].

Норма власної функції хвилеводу розраховується так [4.1]:

$$N = 2 \int_{S_p} [\bar{E}_{\pm}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS}, \quad (4.9.7)$$

де S_p – поперечний переріз хвилеводу; \bar{E}_{\pm} – вектор напруженості електричного поля зворотної та прямої хвиль основного ти-

пу; \bar{H}_{\mp} – вектор напруженості магнітного поля прямої та зворотної нормованих хвиль основного типу.

Реактивна провідність щілини в хвилеводі B визначається через реактивний опір “еквівалентного” електричного вібратора X_e [4.21]:

$$B = \frac{X_e}{(60\pi)^2} + B_d, \quad (4.9.8)$$

де B_d – доповнення до реактивної провідності щілини, що враховує кінцеву товщину стінки d , в якій прорізана щілина:

$$B_d \approx \frac{1}{240} \frac{\ell}{\Delta} \left(\frac{2\ell}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\ell} \right), \quad (4.9.9)$$

$$X_e = X_{11} + X_{\text{вн}} - z_{\ell} \text{ctg} \frac{\pi \ell}{\lambda}, \quad (4.9.10)$$

$$z_{\ell} = 120 [(\ln(4\ell/\Delta)) - 1], \quad (4.9.11)$$

де X_{11} – власний реактивний опір напівхвильового вібратора; $X_{\text{вн}}$ – опір, що вноситься, обумовлений реакцією стінок хвилеводу на поле, що створюється щілиною; z_{ℓ} – хвильовий опір "еквівалентного" вібратора.

Аналітичний опис власного реактивного опору напівхвильового вібратора, отриманий за допомогою графіка залежності $X_{11} = f(\Delta/2\lambda)$ [4.23] з використанням поліноміальної апроксимації при $\Delta = 0,2$ см має такий вигляд:

$$X_{11} = -1,3333\lambda^4 + 16,4\lambda^3 - 75,017\lambda^2 + 151,69\lambda + 65,746. \quad (4.9.12)$$

Вносимий опір розраховується методом наведених електрорушійних сил, який дозволяє отримати формулу [4.21]:

$$X_{\text{вн}} = 120 \frac{\cos(kr)}{kr} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}, \quad (4.9.13)$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число; $r = r_e = 0,25\Delta$ – еквівалентний радіус.

Підставляючи формули (4.9.2)–(4.9.13) в (4.9.1) можна отримати аналітичний опис залежності коефіцієнта відбиття від частоти (або довжини хвилі) для заданих значень ℓ , Δ , y_1 , z_1 , θ . Тоді у формулі (4.9.1) нормована активна провідність випромінювання щілини у вільний простір та нормована реактивна провідність щілини будуть визначатися так:

$$g = \frac{0,5R_{11} \sin \frac{\pi\ell}{\lambda} - \frac{\pi\ell}{\lambda} \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}}{(60\pi)^2 \left(1 - \cos \frac{\pi\ell}{\lambda}\right)}, \quad (4.9.14)$$

$$\left| \frac{1}{N} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \bar{H}_{\pm\eta} \varphi(\eta) d\eta \right|^2 2 \int_{S_p} [\bar{E}_{\pm}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS}$$

$$b = \frac{X_{11} + 120 \frac{\cos(kr)}{kr} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} - (120[(\ln(4\ell/\Delta)) - 1]) \times}{(60\pi)^2} +$$

$$\left| \frac{1}{N} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \bar{H}_{\pm\eta} \varphi(\eta) d\eta \right|^2 2 \int_{S_p} [\bar{E}_{\pm}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS} \quad (4.9.15)$$

$$\frac{\times \operatorname{ctg} \frac{\pi\ell}{\lambda} + \frac{1}{240} \frac{\ell}{\Delta} \left(\frac{2\ell}{\lambda} - \frac{\lambda}{2\ell}\right)}{}$$

Відповідно до (4.9.14) і (4.9.15) для хвилі типу H_{10} складові формули (4.9.1) будуть наступними:

$$g = \frac{0,5R_{11} \sin \frac{\pi l}{\lambda} - \frac{\pi l}{\lambda} \cos \frac{\pi l}{\lambda}}{(60\pi)^2 \left(1 - \cos \frac{\pi l}{\lambda}\right)} \left| -j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda \lambda_{x\theta}}{ab}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ Le^{\pm j \frac{\pi}{a} y_1} + Me^{\mp j \frac{\pi}{a} y_1} \right\} e^{\mp j k_z z_1} \right|^2, \quad (4.9.16)$$

$$b = \frac{X_{11} + 120 \frac{\cos(kr)}{kr} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} - (120[(\ln(4l/\Delta)) - 1]) \times}{(60\pi)^2} \left| -j \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\lambda \lambda_{x\theta}}{ab}} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left\{ Le^{\pm j \frac{\pi}{a} y_1} + Me^{\mp j \frac{\pi}{a} y_1} \right\} e^{\mp j k_z z_1} \right|^2 \quad (4.9.17)$$

$$\frac{\times \operatorname{ctg} \frac{\pi l}{\lambda} + \frac{1}{240} \frac{l}{\Delta} \left(\frac{2l}{\lambda} - \frac{\lambda}{2l} \right)}{,}$$

де

$$L = \left(\frac{l}{a} \sin \theta + \frac{2l}{\lambda_{x\theta}} \cos \theta \right) \times \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{l}{a} \cos \theta - \frac{2l}{\lambda_{x\theta}} \sin \theta \right) \right) \sin \left(\frac{\pi \Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} - \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{x\theta}} \right) \right)}{1 - \left(\frac{l}{a} \cos \theta - \frac{2l}{\lambda_{x\theta}} \sin \theta \right)^2 \frac{\pi \Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} - \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{x\theta}} \right)},$$

$$M = \left(\frac{\ell}{a} \sin \theta - \frac{2\ell}{\lambda_{x\theta}} \cos \theta \right) \times$$

$$\cos \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{\ell}{a} \cos \theta + \frac{2\ell}{\lambda_{x\theta}} \sin \theta \right) \right) \sin \left(\frac{\pi\Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} + \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{x\theta}} \right) \right)$$

$$\times \frac{1}{1 - \left(\frac{\ell}{a} \cos \theta + \frac{2\ell}{\lambda_{x\theta}} \sin \theta \right)^2 \frac{\pi\Delta}{2} \left(\frac{\sin \theta}{a} + \frac{2 \cos \theta}{\lambda_{x\theta}} \right)}.$$

З урахуванням вищенаведеного коефіцієнт відбиття щілини Γ_{ex} повинен бути мінімальним у всьому діапазоні робочих частот $[f_{\min}, f_{\max}]$ для зменшення втрат потужності сигналу.

Відповідно, доцільно дослідити не безпосередньо значення Γ_{ex} , а залежність даного параметра від частоти – $\Gamma_{ex}(f)$. Для забезпечення мінімізації втрат потужності сигналу в заданому діапазоні частот $[f_{\min}, f_{\max}]$ доцільно ввести інтегральний коефіцієнт відбиття в цьому діапазоні – $\overline{\Gamma_{ex}}$.

Отже, інтегральний коефіцієнт відбиття в заданому частотно-му діапазоні може бути описаний наступним способом:

$$\overline{\Gamma_{ex}} = \frac{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \Gamma_{ex}(f) df}{f_{\max} - f_{\min}} = \frac{1}{f_{\max} - f_{\min}} \times$$

$$\times \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \left(\frac{2 \cos^2 \left(f_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) - \left[g + jb - j \sin \left(2f_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) \right]}{2 \cos^2 \left(f_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) + \left[g + jb - j \sin \left(2f_z p + \frac{\psi_-}{2} \right) \right]} \times \right. \quad (4.9.18)$$

$$\left. \times e^{-j2k_z p} \right) df,$$

де

$$g = \frac{\left(\frac{0,5R_{11} \sin \frac{\pi l f}{c} - \frac{\pi l f}{c} \cos \frac{\pi l f}{c}}{(60\pi)^2 \left(1 - \cos \frac{\pi l f}{c} \right)} \right)}{\left(\left| \frac{1}{N} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \bar{H}_{\pm\eta} \varphi(\eta) d\eta \right|^2 \quad \left| 2 \int_{S_p} [\bar{E}_{\pm}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS} \right|^2 \right)}, \quad (4.9.19)$$

$$b = \frac{X_{11} + 120 \frac{\cos\left(\frac{2\pi f}{c} r\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\frac{2\pi f}{c} r \sin^2 \theta} - 120 \left[\ln\left(\frac{4\ell}{\Delta}\right) - 1 \right] \times}{(60\pi)^2} + \frac{\left(\left| \frac{1}{N} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \bar{H}_{\pm\eta} \varphi(\eta) d\eta \right|^2 \quad \left| 2 \int_{S_p} [\bar{E}_{\pm}, \bar{H}_{\mp}] \bar{dS} \right|^2 \right)}{(60\pi)^2} \quad (4.9.20)$$

$$\times \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi l f}{c} + \frac{1}{240} \frac{\ell}{\Delta} \left(\frac{2\ell f}{c} - \frac{c}{2\ell f} \right)}{(60\pi)^2},$$

де $f = c/\lambda_{\text{хв}}$ – частота сигналу в хвилеводі; c – швидкість світла.

З урахуванням (4.9.18)–(4.9.20) задача оптимізації розмірів і положення щілини за критерієм мінімуму коефіцієнта відбиття може бути описана так:

$$\overline{\Gamma}_{\text{вх}}(\ell, \Delta, z_1, x_1, \theta) \rightarrow \min. \quad (4.9.21)$$

Аналіз (4.9.21) показує, що всі параметри, які оптимізуються, фізично мають порівняно обмежений діапазон значень:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell \in (0; a]; \\ \Delta \in (0; a/2]; \\ z_1 \in [0; 2a]; \\ y_1 \in [0; a/2]; \\ \theta \in [0; \pi/2]. \end{array} \right. \quad (4.9.22)$$

Основним вимогою до методу знаходження екстремуму (4.9.21) є гарантованість вирішення завдання, при цьому обчислювальні (тимчасові) витрати не важливі. Тому задача оптимізації (4.9.21) з урахуванням системи обмежень (4.9.22) може бути вирішена методом повного перебору [4.31], [4.26] (з певним кроком) значень параметрів $\ell, \Delta, z_1, x_1, \theta$ з визначенням їх оптимальних значень $\widehat{\ell}, \widehat{\Delta}, \widehat{z}_1, \widehat{x}_1, \widehat{\theta}$ за мінімуму $\overline{\Gamma_{ex}}$, тобто:

$$\begin{aligned} & (\widehat{\ell}, \widehat{\Delta}, \widehat{z}_1, \widehat{x}_1, \widehat{\theta}) = \\ & = \arg \min_{\substack{\ell \in (0; a] \\ \Delta \in (0; a/2] \\ z_1 \in [0; 2a] \\ y_1 \in [0; a/2] \\ \theta \in [0; \pi/2]}} \left[\frac{1}{f_{\max} - f_{\min}} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \Gamma_{ex}(f, \ell, \Delta, z_1, x_1, \theta) df \right]. \end{aligned} \quad (4.9.23)$$

Алгоритм оптимізації, враховуючи [4.28–4.30], буде наступним.

Відповідно, методика оптимізації розмірів та положення щілини хвилеводно-щілинного опромінювача включає:

1. Перебір (з певним кроком) значень параметрів, які оптимізуються $(\ell, \Delta, y_1, z_1, \theta)$, з урахуванням системи обмежень (4.9.22).

2. Розрахунок інтегрального коефіцієнта відбиття $\overline{\Gamma_{ex}}$ в заданому діапазоні частот (4.9.4), (4.9.12), (4.9.18)–(4.9.20) для кожного набору значень $\ell, \Delta, y_1, z_1, \theta$.

3. Визначення оптимальних розмірів та положення щілини ширококутового хвилеводно-щілинного опромінювача (оптимальних значень параметрів $(\hat{\ell}, \hat{\Delta}, \hat{z}_1, \hat{x}_1, \hat{\theta})$) як таких, за яких досягається мінімальне значення $\overline{\Gamma_{ex}}$ (4.9.23).

Таким чином, в результаті проведених досліджень запропоновано розв'язання задачі оптимізації розмірів та положення щілини. Обґрунтовано та аналітично описано інтегральний коефіцієнт відбиття щілини в заданому діапазоні частот. Наукова новизна отриманих результатів полягає в удосконаленні методики оптимізації розмірів та положення щілини, яка відрізняється: використанням критерію мінімізації інтегрального коефіцієнта відбиття в заданому діапазоні частот, а також оптимізацією довжини, ширини, положення центру та кута нахилу щілини; одержанням аналітичного опису коефіцієнта відбиття з використанням поліноміальної апроксимації опору випромінювання “еквівалентного” вібратора та власного реактивного опору напівхвильового вібратора. Практичним значенням результатів дослідження є можливість синтезу (проекування) ширококутових хвилеводно-щілинних опромінювачів із зменшеними втратами потужності сигналу.

4.10. Експериментальне дослідження КСХН поперечної щілини прорізаної в прямокутному хвилеводі за зміни її розмірів та положення

Вихідні дані дослідження наступні: стандартний хвилевід розмірами поперечного перерізу $(a \times b) = (23 \times 10)$ мм; робочий діапазон частот хвилеводу $\Delta f = (8 \dots 12)$ ГГц; частота генератора для вимірювань $f = 10$ ГГц; довжина хвилі генератора $\lambda = 3$ см. Довжина хвилі в хвилеводі дорівнює [4.22]:

$$\lambda_{xe} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{1 - \left(\frac{3}{2 \cdot 2,3}\right)^2}} = 3,96 \text{ см.} \quad (4.10.1)$$

Для дослідження параметрів хвилеводу із повздовжньою щілиною та штирем застосовується вимірювальна установка, схема та зовнішній вигляд якої зображені на рисунку 4.21.

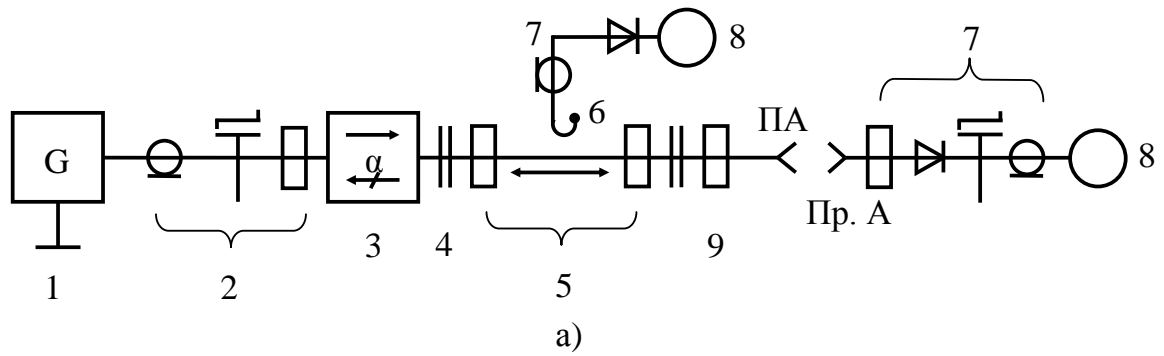
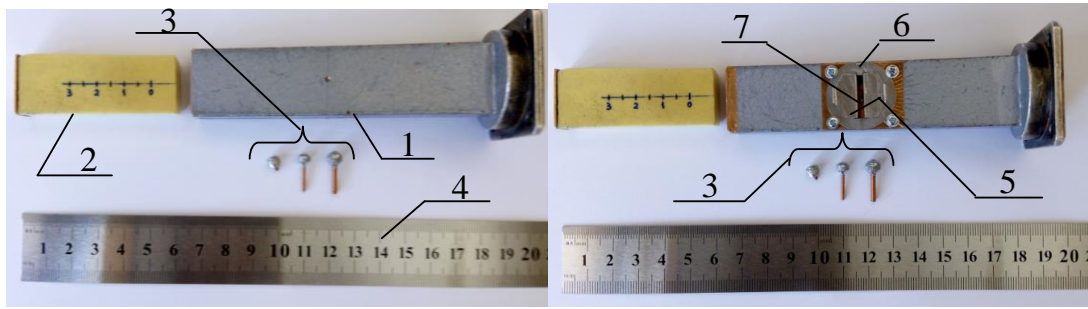


Рис. 4.21. Структурна схема а) та зовнішній вигляд установки б)

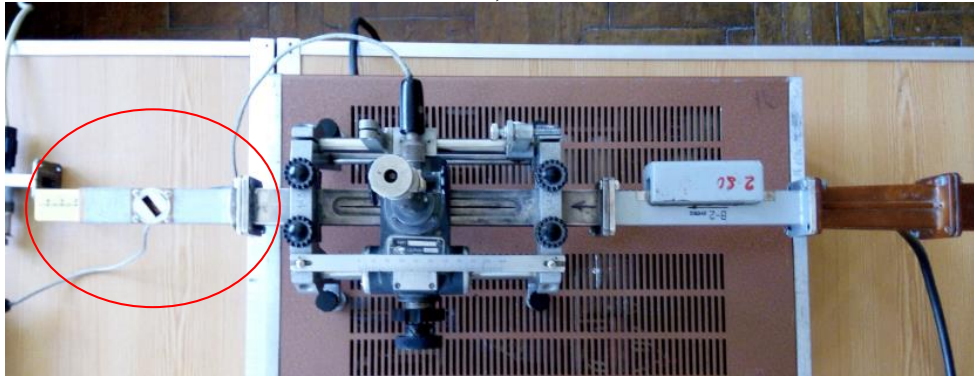
У склад вимірювальної установки входить:

1 – генератор сигналів високочастотний Г4-111/5 [4.32]; 2 – коаксіально-хвильоводний перехід; 3 – вентиль В-2; 4 – дросельно-фланцеве з’єднання; 5 – вимірювальна лінія на базі хвильоводу – ВОЛНОВОД СЕЧ. 23×10 [4.33]; 6 – зонд вимірювальної лінії; 7 – детекторна секція; 8 – вимірювальний прилад – измеритель отношения напряжений В8-7 [4.34];

Зовнішній вигляд прямокутного хвильоводу із поперечною щілиною та штирями зображено на рисунку 4.22.



а)



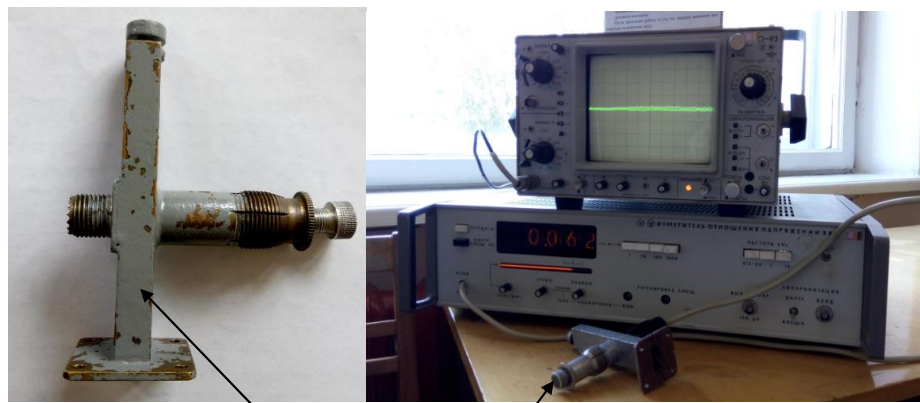
б)

Рис. 4.22. Хвилевід із поперечною щілиною та штирями а); хвилевід із щілиною та штирем під'єднаний до вимірювальної лінії б)

На рисунку 4.22 а) зображено: 1 – відрізок прямокутного хвилеводу розмірами (23×10) мм; 2 – короткозамикаючий поршень; 3 – два мідні штирі (гвинти) та заглушка для отвору у широкій стінці хвилеводу; 4 – вимірювальна лінійка; 5 – дві металеві пластини для зміни ширини щілини; 6 – вирізка із широкої стінки хвилеводу у вигляді диску, який повертається; 7 – щілина прорізнана у поворотному диску.

Щілину, прорізану в хвилеводі (рис. 4.22 а)) можна повертати та фіксувати її положення в градусах. Ширину та довжину щілини можна змінювати за допомогою металевих пластин. Глибину занурення штирів також можна змінювати.

Амплітуда напруженості електричного поля, яке випромінюється щілиною, виміряна за допомогою детекторної секції у дальній зоні на відстані $r = 5$ см від щілини у двох випадках (рис. 4.23).



Детекторна секція

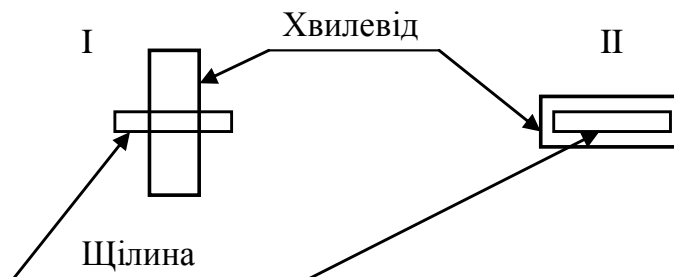


Рис. 4.23. Орієнтація хвилеводу детекторної секції відносно щілини

Значення КСХН розраховувались за даними вимірювань наступним чином:

$$КСХН = \sqrt{\frac{\alpha_{\max}}{\alpha_{\min}}}, \quad (4.10.2)$$

де α_{\max} , α_{\min} – максимальна та мінімальна напруженості електричного поля в квадраті, яке випромінюється щілиною, виміряні за допомогою детекторної секції.

Надалі застосовуватимуться наступні позначення:

Δ , мм; $l_{щ}$, см – ширина та довжина щілини;

$l_{пор}$, см – положення поршня; θ – кут положення щілини.

Результати вимірювання представлені на рисунках 4.24 – 4.35.

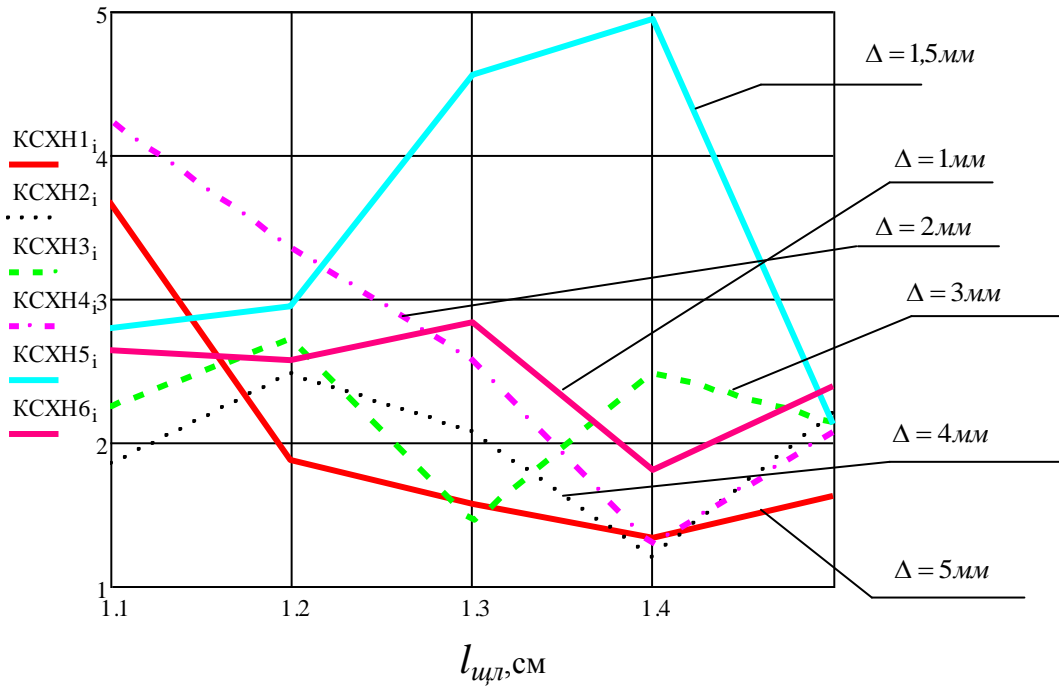


Рис. 4.24. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \Delta)$ для випадку $l_{нор} = 1,97$ см

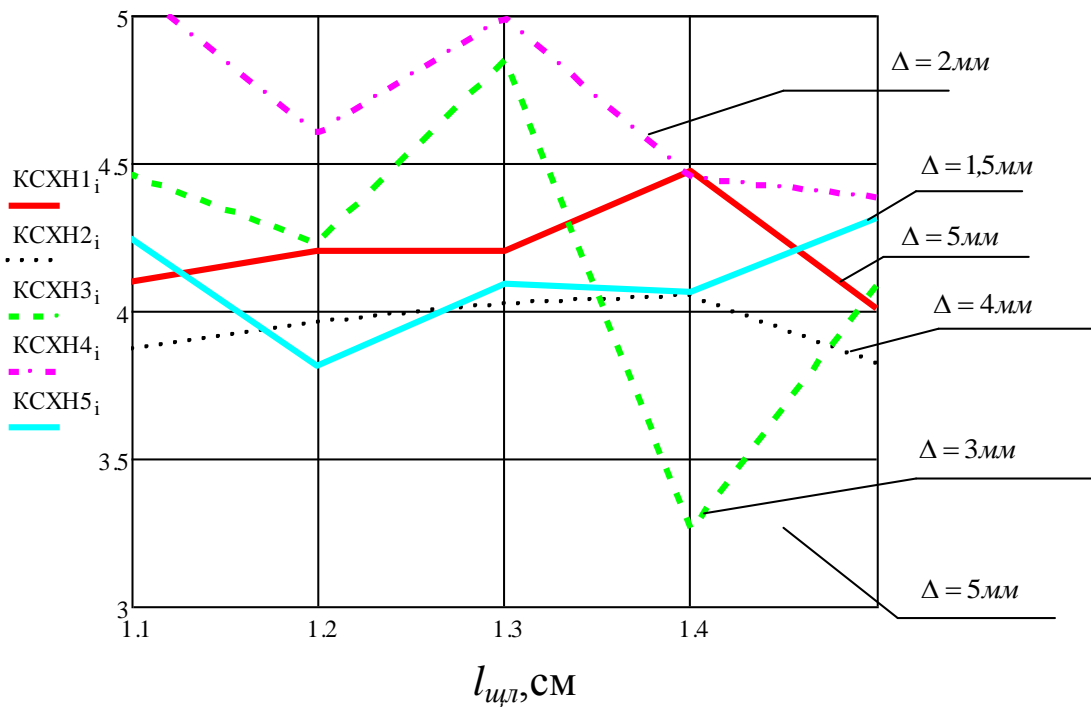


Рис. 4.25. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \Delta)$ для випадку $l_{нор} = 1,1$ см

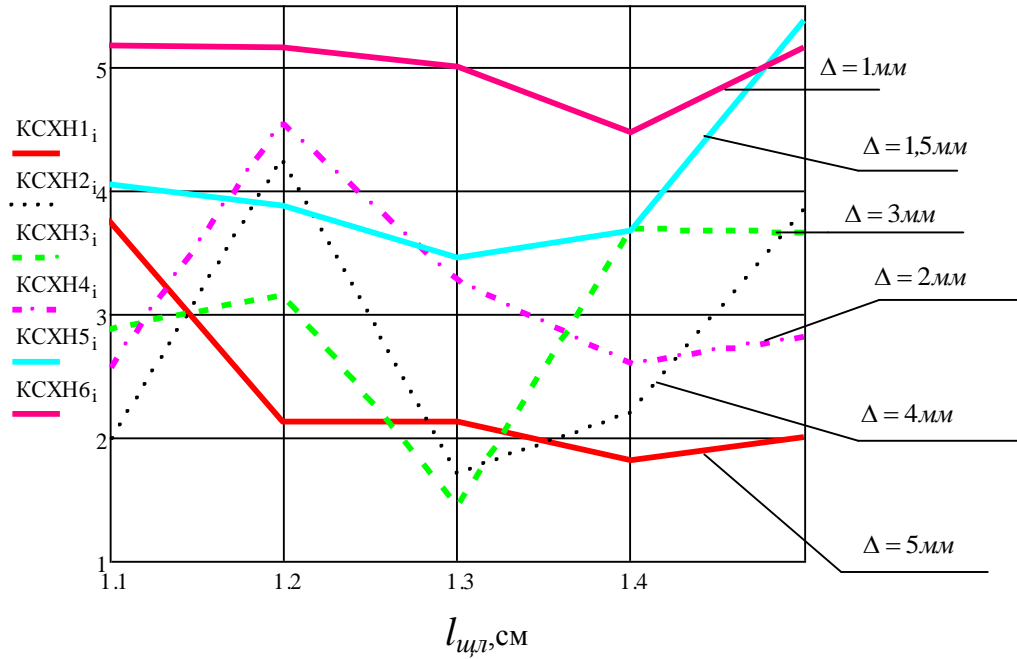


Рис. 4.26. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{щл}, \Delta)$ для випадку $l_{пор} = 1,6 \text{ см}$

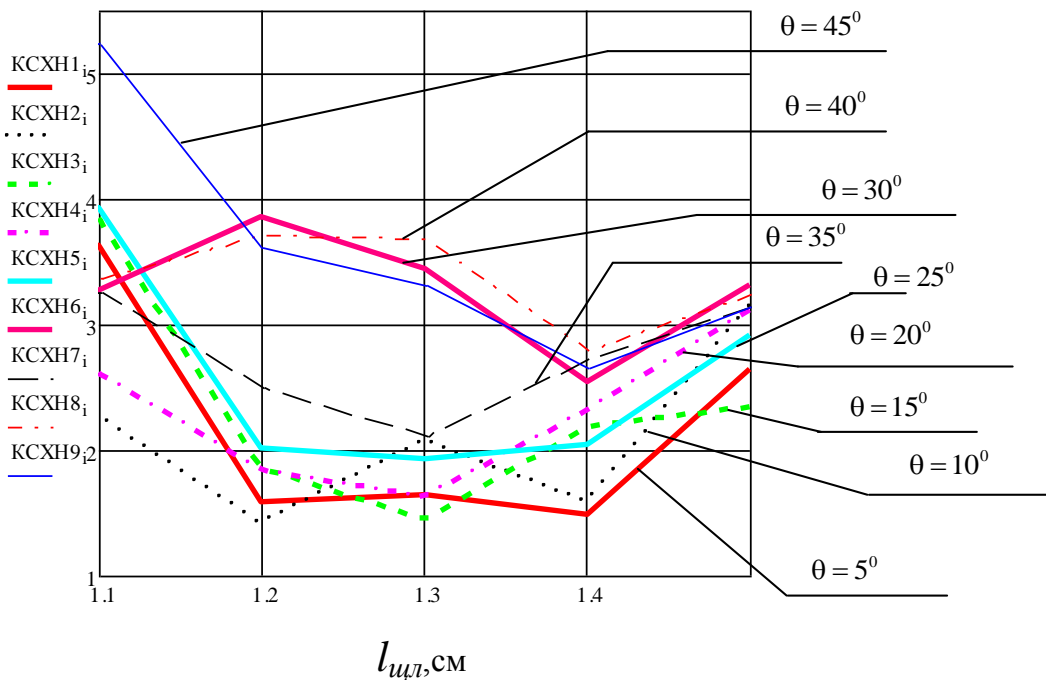


Рис. 4.27. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{щл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 5 \text{ мм}$, $l_{пор} = 1,6 \text{ см}$

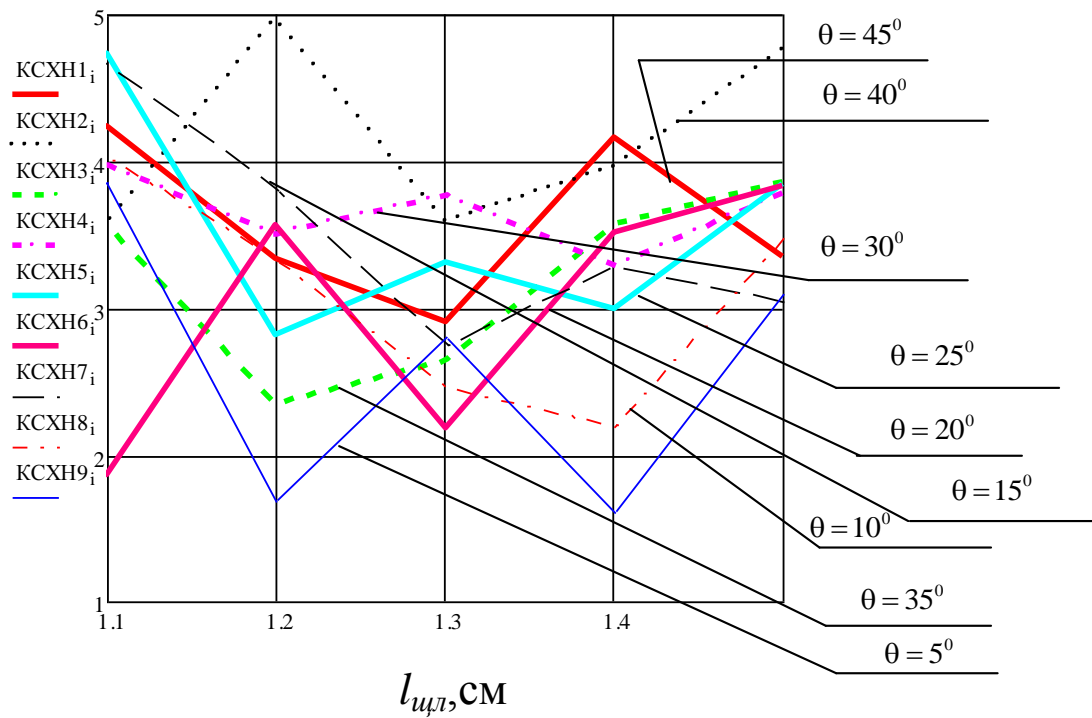


Рис. 4.28. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 3 \text{ мм}$, $l_{пор} = 1,6 \text{ см}$

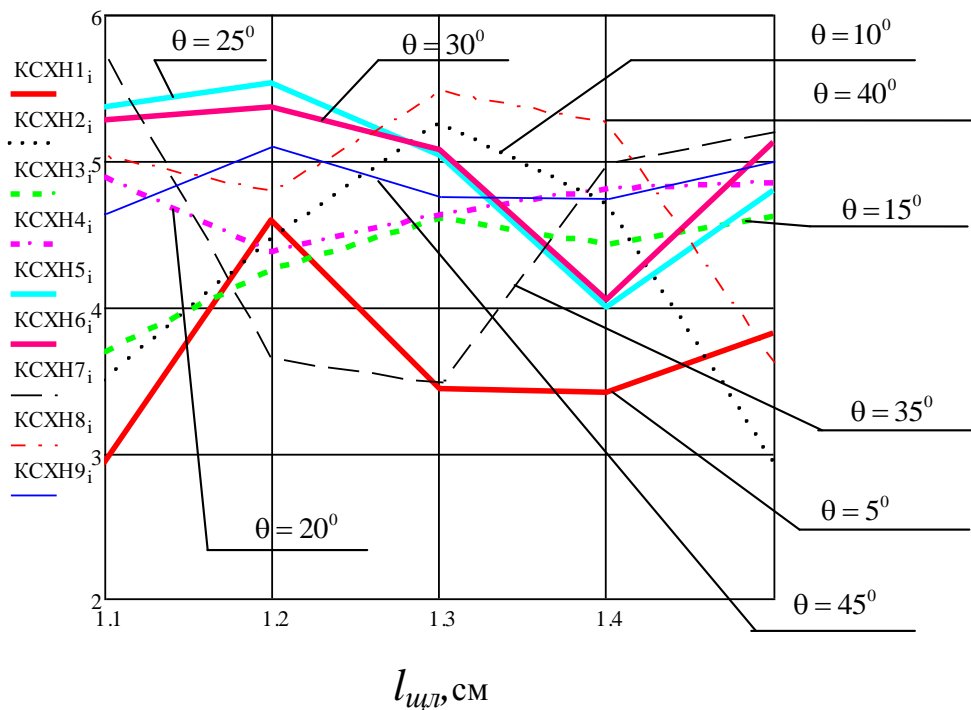


Рис. 4.29. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 3 \text{ мм}$, $l_{пор} = 1,6 \text{ см}$

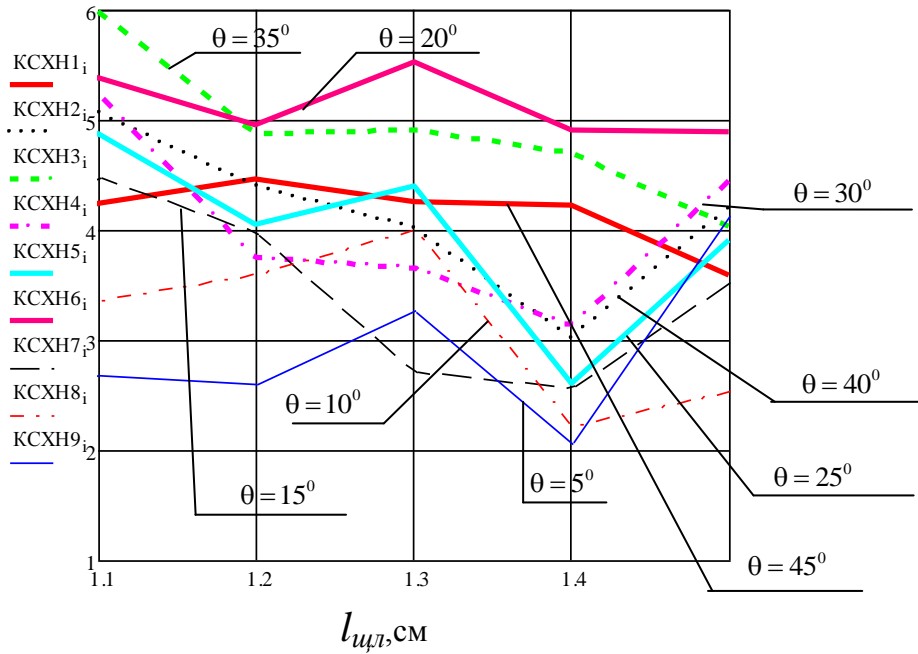


Рис. 4.30. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 2$ мм, $l_{nop} = 1,6$ см

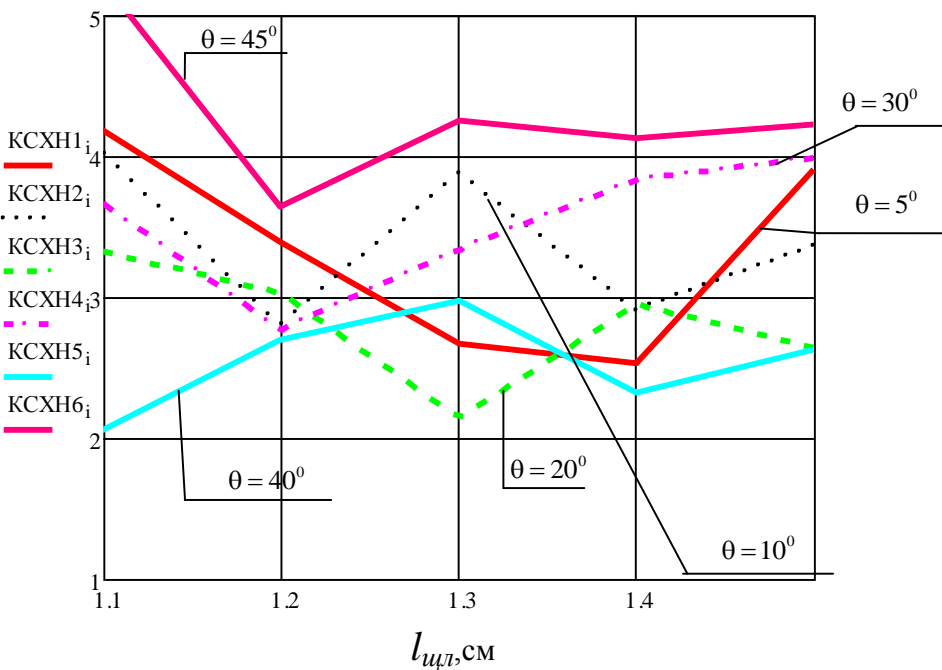


Рис. 4.31. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 3$ мм, $l_{nop} = 1,6$ см

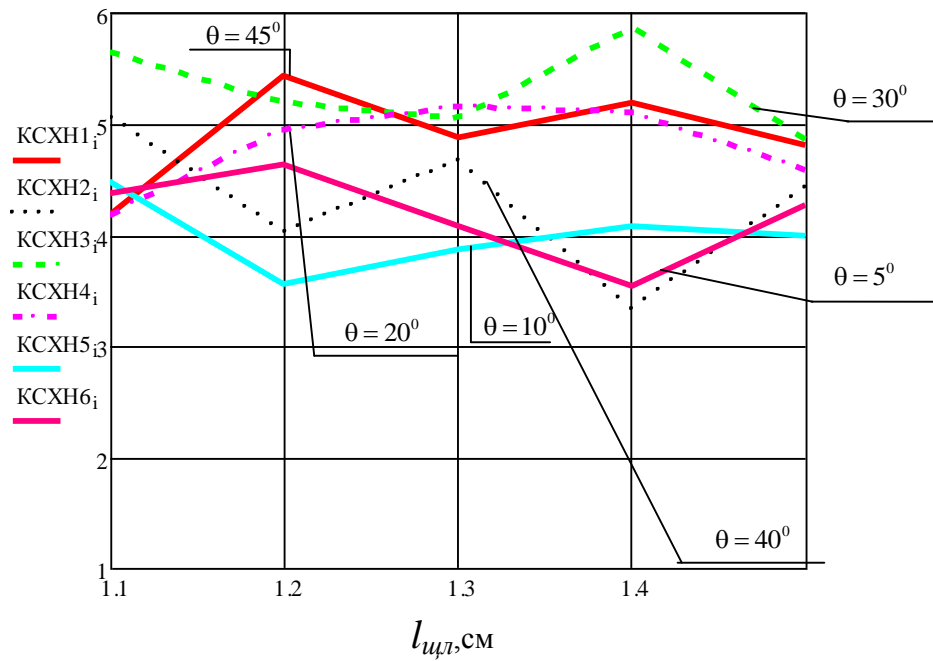


Рис. 4.32. Экспериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 1\text{ мм}$, $l_{нор} = 1,6\text{ см}$

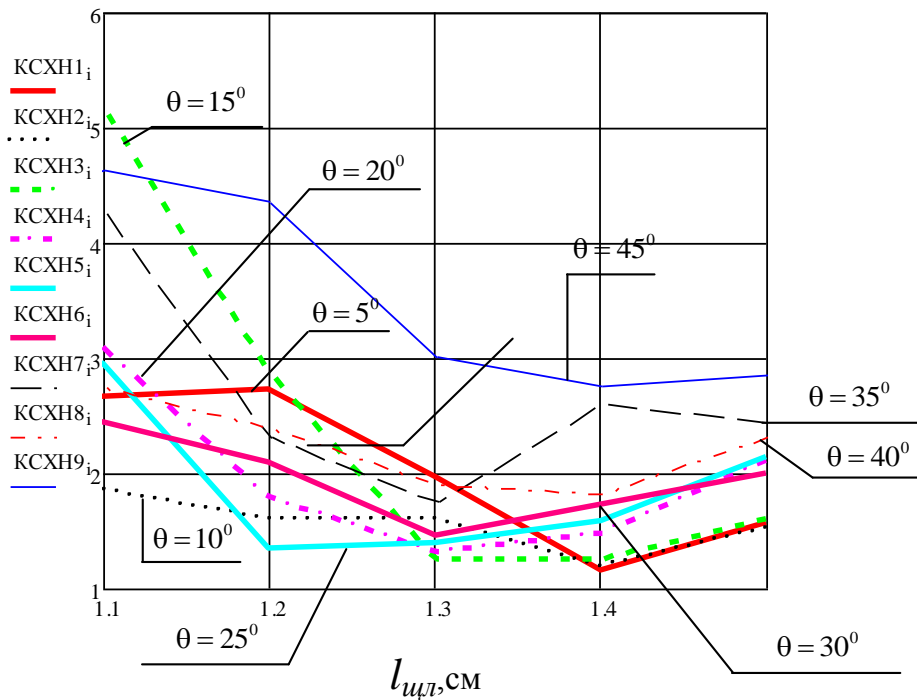


Рис. 4.33. Экспериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 5\text{ мм}$, $l_{нор} = 1,96\text{ см}$

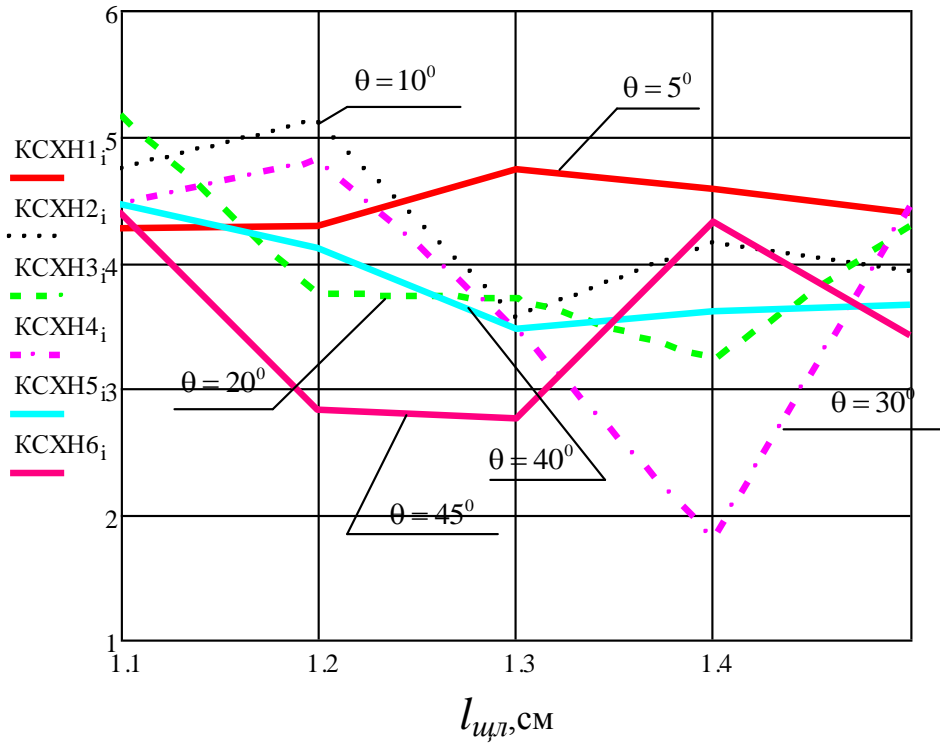


Рис. 4.34. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 2\text{мм}$, $l_{нор} = 1,96\text{см}$

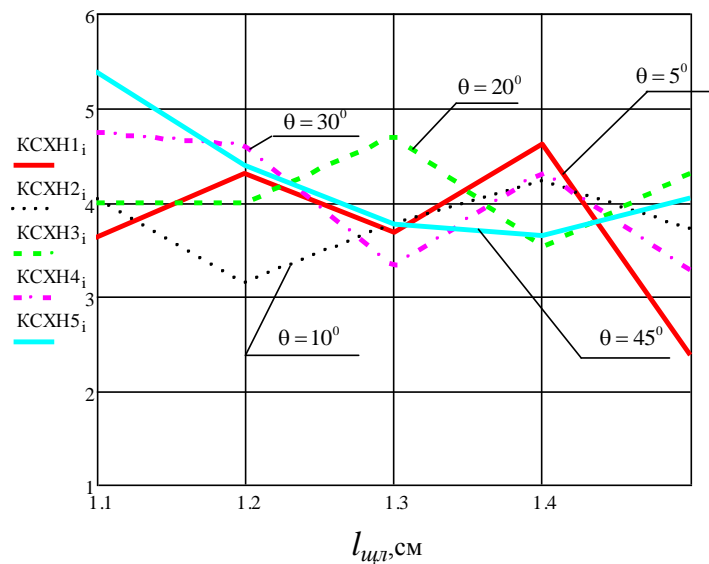


Рис. 4.35. Експериментальні графіки залежностей $KСХН(l_{цл}, \theta)$ для випадку $\Delta = 1,5\text{мм}$, $l_{нор} = 1,96\text{см}$

Наведено результати експериментальних вимірювань КСХН поперечної щілини прорізаної в прямокутному хвилеводі за зміни її розмірів та положення (кут повороту).

4.11. Експериментальне дослідження КСХН прямокутного хвилеводу з поздовжньою щілиною за зміни її розмірів та довжини штиря збудження

Для проведення досліджень виконано експериментальний зразок антени (рис. 4.36). На рис. 4.36 зображено зовнішній вигляд прямокутного хвилеводу з поздовжньою щілиною та штирями [4.35].

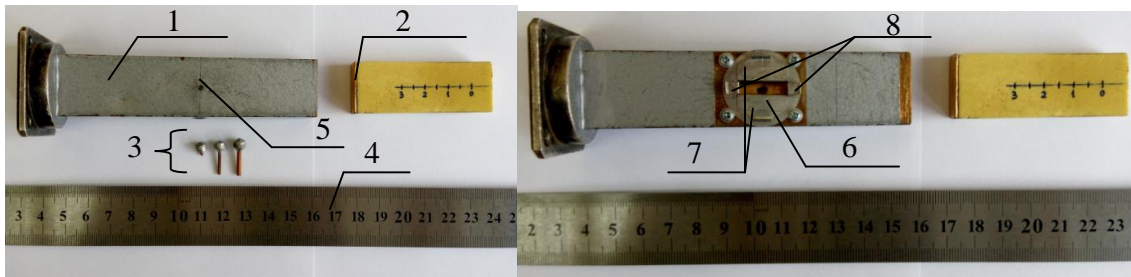


Рис. 4.36. Прямокутний хвилевід з поздовжньою щілиною та штирями

На рис. 4.36 позначено: 1 – відрізок прямокутного хвилеводу, що має розміри поперечного перерізу (23×10) мм із фланцем; 2 – мідна заглушка для короткого замикання хвилеводу та мірна лінійка для визначення місцезнаходження заглушки в хвилеводі; 3 – два мідні гвинти та заглушка, для встановлення в отвір широкої стінки хвилеводу; 4 – вимірювальна лінійка; 5 – вставка в широку стінку хвилеводу у вигляді диска з поздовжньою щілиною; 6 – дві металеві пластини на вставці для зміни ширини щілини; 7 – дві металеві пластини на вставці для зміни довжини щілини.

Таким чином, виготовлений експериментальний зразок антени дозволяє змінювати: ширину та довжину щілини; довжину штиря збудження та його положення; кут повороту щілини через 5° , оскільки вставку в широку стінку хвилеводу у вигляді диска з щілиною можна повертати.

Для дослідження КСХН прямокутного хвилеводу було засто-

совано вимірювальну установку, зовнішній вигляд якої зображено на рис. 4.37.

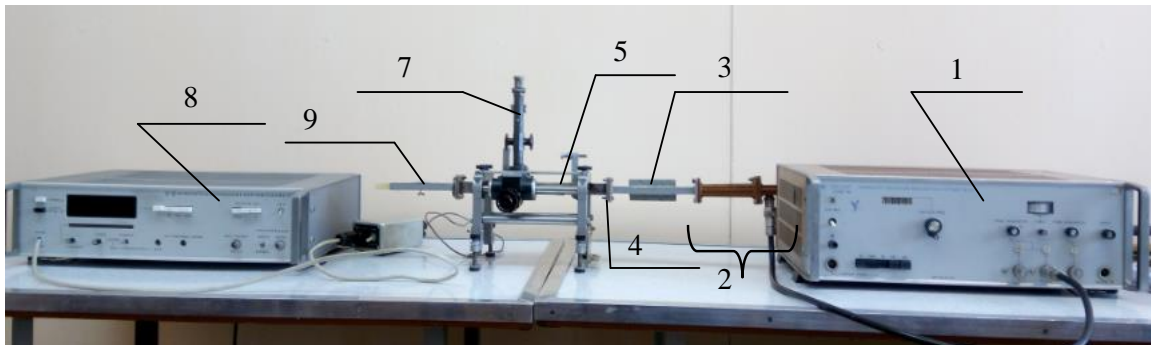


Рис. 4.37. Зовнішній вигляд вимірювальної установки для дослідження КСХН прямокутного хвильоводу з поздовжньою щілиною та штирем

З виходу генератора 1 (генератор сигналів високочастотний Г4-111 [4.32]) через коаксіальний кабель, коаксіально-хвильоводний перехід 2, вентиль 3 електромагнітні амплітудно модульовані коливання поступають на вхід вимірювальної лінії 5, до виходу якої приєднано досліджувану антену 9. З виходу детектора 7 вимірювальної лінії сигнал надходить на вимірювальний прилад – “Измеритель отношения напряжений В8-7” [4.34]. Генератор сигналів високочастотний Г4-111 працює в смузі частот $\Delta f = (6 \dots 17,85)$ ГГц [4.32]. Для усунення впливу навантаження на частоту та потужність генератора сигналів високочастотного Г4-111 встановлено феритовий вентиль В-2. За допомогою вимірювальної лінії на базі прямокутного хвильоводу визначається коефіцієнт стоячої хвилі за напругою. Непряме опосередковане експериментальне вимірювання проведено із наступними похибками.

Коефіцієнт стоячої хвилі за напругою знаходимо за результатами i -го вимірювання за формулою [4.35]:

$$КСХН_i = \sqrt{\alpha_{макс_i} / \alpha_{мін_i}} \quad (4.11.1)$$

де $\alpha_{макс_i}$, $\alpha_{мін_i}$ – максимальні та мінімальні значення квадратів амплітуд електромагнітної хвилі в i -х перерізах уздовж хвильоводу вимірювальної лінії.

Значення КСХН розраховуємо як середнє арифметичне за

трьома вимірюваннями [4.35]:

$$КСХН = \sum_{i=1}^3 КСХН_i \quad (4.11.2)$$

де i – номер вимірювання.

Основна похибка вимірювання відношення напруг відносно точки 1.000 вимірювального приладу В8-7, якщо відношення напруг, яке вимірюється, більше одиниці ($NX > 1$), відповідно до виразу $\pm [0,3 + 0,6(NX - 1)]$, % [4.34], дорівнює 0,1 %. Відносна похибка вимірювання КСХН дорівнює $\delta_{КСХН} = 1 \pm 0,0175$ [4.36]. Похибка індикації зонда вимірювальної лінії 10 мкм [4.33].

Розміри щілини, штиря, місця розміщення щілини вибираємо з урахуванням довжини хвилі в прямокутному хвилеводі, розрахованої за формулою із [4.37] за $a = 2,3$ см, $\lambda = 3$ см для хвилі типу H_{10} , яка дорівнює $\lambda_{xв} = 3,96$ см.

На рис. 4.38 наведено результати вимірювання зміни КСХН у прямокутному хвилеводі від довжини штиря збудження $l_{шт}$ за різної ширини щілини Δ . Довжина щілини $l_{щл} = 1,5$ см та положення короткозамкнутої мідної заглушки $l_3 = 1,98$ см не змінювалися. На рис. 4.38–4.41 зображено графіки залежності КСХН у прямокутному хвилеводі від довжини штиря збудження $l_{шт}$ за різної довжини щілини $l_{щл}$, якщо $\Delta = 5$ мм (рис. 4.39), $\Delta = 4$ мм (рис. 4.40), $\Delta = 1,5$ мм (рис. 4.41). Положення короткозамкнутої мідної заглушки $l_3 = 1,98$ см не змінювалося.

З графіків рис. 4.38–4.41 випливає, що довжина щілини найбільше впливає на узгодження. Найменше значення КСХН $< 1,5$ досягається за довжини щілини $l_{щл} = 1,4$ см тобто $l_{щл} = 0,46\lambda$ і $\Delta = 4$ мм, а також $l_{щл} = 1,3$ см, тобто $l_{щл} = 0,43\lambda$ та $\Delta = 1,5$ мм. Зміна довжини щілини на $l_{щл} = 0,13\lambda$ призводить до збільшення КСХН удвічі.

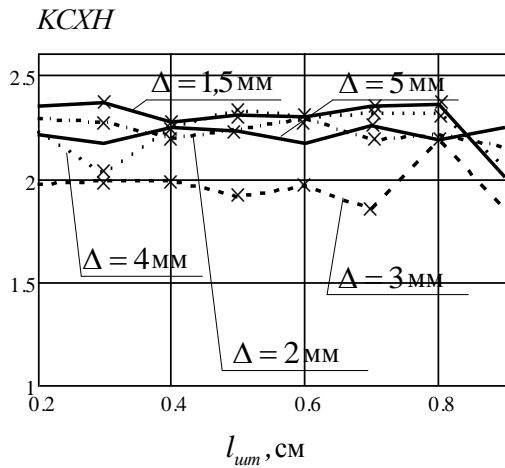


Рис. 4.38. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень Δ та $l_{щл} = 1,5$ см, $l_3 = 1,98$ см

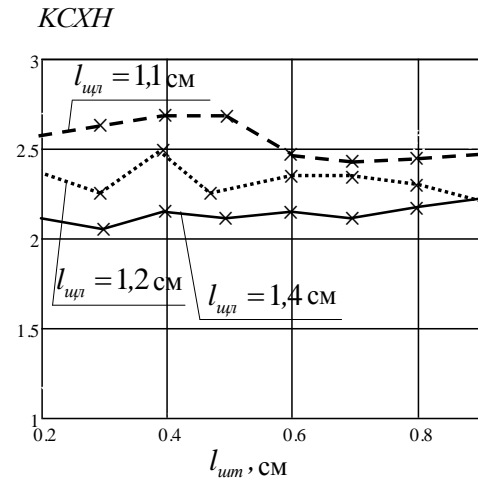


Рис. 4.39. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 5$ мм, $l_3 = 1,98$ см

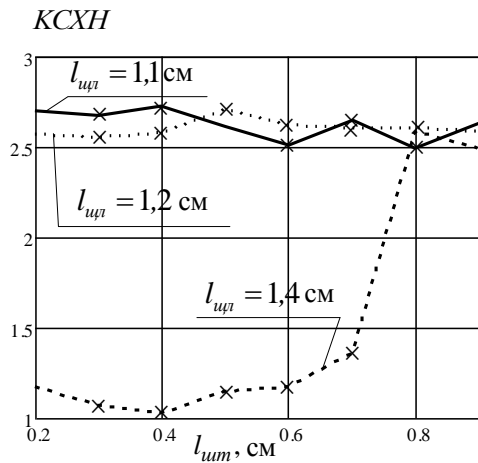


Рис. 4.40. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 4$ мм, $l_3 = 1,98$ см

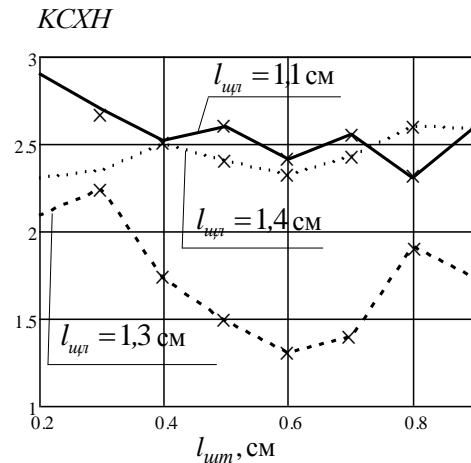


Рис. 4.41. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 1,5$ мм, $l_3 = 1,98$ см

Зміна довжини штиря в межах $l_{шт} = (0,2 \dots 0,7)$ мм несуттєво впливає на узгодження. Ширина щілини менше впливає на узгодження. Найменший КСХН отримано, якщо ширина щілини $\Delta = 3$ мм або $\Delta = 0,6\lambda$. Зменшення або збільшення ширини щілини на $\Delta = 0,2\lambda$ призводить до збільшення КСХН у середньому на 15 %. Також проведено дослідження антени для випадку, коли штир і центр щілини розташовані на відстані 2,97 см ($0,75\lambda$) від заглушки, яка замикає хвилевід. На рис. 4.42–4.45 зображено результати вимірювання зміни КСХН у прямокутному хвилеводі від довжини штиря збудження $l_{шт}$ за різної довжини щілини $l_{щл}$,

якщо $\Delta = 5$ мм (рис. 4.42), $\Delta = 3$ мм (рис. 4.43), $\Delta = 2$ мм (рис. 4.44), $\Delta = 1,5$ мм (рис. 4.45).

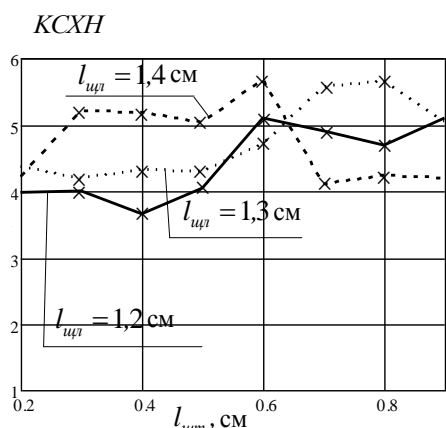


Рис. 4.42. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 5$ мм, $l_3 = 2,97$ см

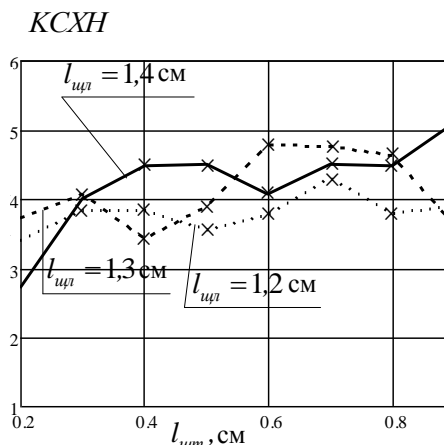


Рис. 4.43. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 3$ мм, $l_3 = 2,97$ см

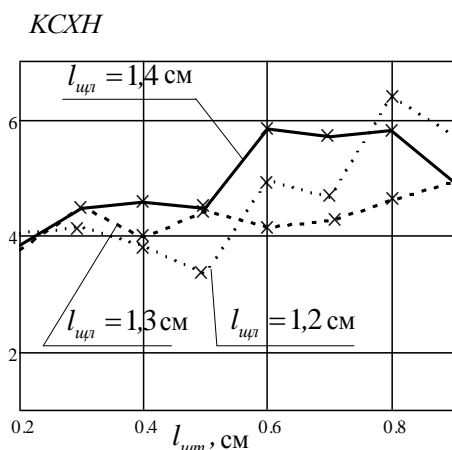


Рис. 4.44. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 2$ мм, $l_3 = 2,97$ см

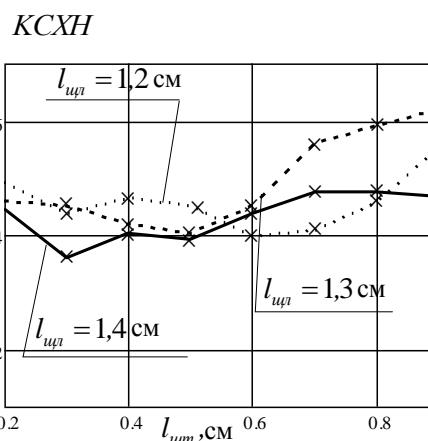


Рис. 4.45. Залежності $KСХН(l_{шт})$ за різних значень $l_{щл}$ та $\Delta = 1,5$ мм, $l_3 = 2,97$ см

Згідно із рис. 4.42–4.45 у разі зменшення площі щілини на 30 % значення $KСХН$ збільшується в середньому в 1,8 рази, за зміни довжини штиря збудження. Довжину штиря збудження доцільно обирати в межах $l_{шт} = (0,5 \dots 0,7)$ см. Це пояснюється тим, що в разі збільшення довжини штиря значення його хвильового опору зростає [4.34], відповідно зростає напруга вздовж штиря, що приводить до збільшення амплітуди хвиль, збуджених штирем у прямокутному хвилеводі, та потужності випромінювання щілини. На значення $KСХН$ має вплив положення короткозамкнутої мідної заглушки відносно щілини і штиря. Якщо $l_3 = 1,98$ см

то за всіх умов дослідження КСХН змінюється від 1,1 до 2,7. Коли $l_3 = 2,97$ см, то КСХН збільшується і приймає значення від 2,8 до 6,2. Тобто доцільно обирати $l_3 = 0,5 \lambda$, що не суперечить такій умові [4.3]:

$$l_3 = (2n - 1)(\lambda_{xв} / 4), \quad (4.11.3)$$

де $n = 1, 2, 3$.

За результатами аналізу рис. 4.38–4.45 можна скласти таблицю 4.2 з оптимальними розмірами поздовжньої щілини та довжини штиря збудження за критерієм мінімального КСХН для зменшення втрат потужності сигналу.

Таблиця 4.2

Оптимальні розміри щілини та довжини штиря збудження для забезпечення мінімального КСХН за фіксованого положення короткозамкнутої мідної заглушки

l_3 , см	Δ , мм	$l_{щл}$, см	$l_{шт}$, см	КСХН
1,98	1,5	1,3	0,6; 0,7	1,3; 1,4
	3	1,5	0,7	1,8
	4	1,4	0,4; 0,7	1,05; 1,4

За результатами експериментальних досліджень доцільно зазначити, що краще застосовувати антену із положенням короткозамкнутої мідної заглушки $l_3 = 1,98$ см, оскільки значення $КСХН < 3$ за всіх розмірів щілини та штиря, які були обрані для дослідження. У разі $l_3 = 2,97$ см величина $КСХН > 3$. Оптимальні розміри щілини та довжини штиря збудження для забезпечення мінімального КСХН за фіксованого положення короткозамкнутої мідної заглушки $l_3 = 1,98$ см наступні: $l_{шт} = 0,7$ см, $l_{щл} = 1,3$ см, $\Delta = 1,5$ мм.

Порівняння отриманих результатів із результатами теоретичних досліджень впливу зміни довжини, ширини, кута розміщення прямокутної поперечної щілини, прорізаної в прямокутному хвилеводі з хвилею типу H_{10} розмірами поперечного перерізу 23 мм на 10 мм, на зміну КСХН (через коефіцієнт відбиття), представ-

лених в [4.21, 4.25], наступне. Для отримання значення $K_{СХН} < 3$ доцільно обирати наступні геометричні розміри прямокутної поперечної щілини: ширина (3...5) % від довжини хвилі; довжина близька до резонансної з урахуванням укорочення; кут розміщення від $0^\circ \dots 30^\circ$.

Отже, за $K_{СХН}$ поздовжня щілина із штирем збудження має перевагу над поперечною щілиною за діапазоном частот та незмінним розміщенням.

Таким чином, поздовжню щілину із штирем збудження доцільно застосовувати як слабоспрямований випромінювач або як елемент хвилеводно-щілинних бортових антенних решіток, які задовольняють вимогу конформності. У результаті експериментальних досліджень встановлено умови узгодження поздовжньої щілини, яка збуджується штирем у прямокутному хвилеводі за яких $K_{СХН}$ не перевищує 3. Знайдено розміри антени, за яких $K_{СХН}$ у хвилеводі живлення не більше 1,5. Відносна похибка вимірювання $K_{СХН}$ дорівнює $\delta_{K_{СХН}} = 1 \pm 0,0175$.

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 4

- 4.1. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1988. – 440 с.
- 4.2. Гольдштейн Л. Д. Электромагнитные поля и волны / Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов – М.: Сов. радио, 1971. – 664 с.
- 4.3. Фельд Я. Н. Основы теории антенн / Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон. – М. : Дрофа, 2007. – 491 с.
- 4.4. Федоров Н. Н. Основы электродинамики / Н. Н. Федоров. – М.: Высш. школа, 1980. – 400 с.
- 4.5. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М.: Наука, 1989. – 543 с.
- 4.6. Яцук Л. П., Катрич В. А., Жиронкина А. В. Вопросы теории элементов и устройств СВЧ трактов. // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. – 1996 – Т. 39.– № 9. – С. 29–38.
- 4.7. Tzorrakakis M., Langley R. J. A practical high gain dual-band antenna for ISM systems // Proc. of 5-th international conf, on Anten-

na Theory and technigues (JCATТ 2005). – Kyiv, Ukraine. – 2005. – P. 319–322.

4.8. Сазонов Д. М., Гридин А. Н., Мишустин Б. А. Устройства СВЧ. – М.: Высшая школа, 1981. – 295 с.

4.9. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн, моногр. М.: Гос. изд-во лит-ы по вопр. связи и радио, 1957. – 699 с.

4.10. Яцук Л. П., Ляховский А. Ф., Ляховский А. А. Физические основы построения сканирующей волноводно-щелевой антенны на базе прямоугольного волновода с частично диэлектрическим заполнением // Материалы 10-й МКрымико «СВЧ техника и ТК технологии». – Севастополь: Вебер.– 2000. – С. 320–321.

4.11. Капилевич Б. Ю. Применение Фурье-разложение проницаемости сред для анализа, направляемых волн в слоисто-неоднородных структурах // Радиотехника, 1979. – Т. 34.–№ 8. – С. 45–47.

4.12. Орлеанская Э. В. Применение методов теории цепей к задачам о волноводах, частично заполненных диэлектриком // Радиотехника, 1970. – Т. 35. – № 23. – С. 37–44.

4.13. Баскаков С. И. Электродинамика и распространение радиоволн / С. И. Баскаков. – М.: Радиотехника, 2013. – 416 с.

4.14. Кашин А. В. Методы проектирования и исследования волноводно-щелевых антенных решеток / А. В. Кашин. – Антенны, 2006. – Вып. 3. – 60 с.

4.15. Бахрах Л. Д. Антенны с электрическим сканированием / Л. Д. Бахрах, О. Г. Вендик, М. Д. Парнес. – М.: Сайнс-Пресс, 2001. – 252 с.

4.16. Воскресенский Д. И. Антенны и устройства СВЧ / В. С. Филипов, Л. И. Пономарев, А. Ю. Гринев – М.: Радио и связь, 1994. – 592 с.

4.17. Воскресенский В. И. Устройства СВЧ и антенны. Проектирование фазированных антенных решеток / Под. ред. В. И. Воскресенского – М.: Радиотехника, 2003. – 624 с.

4.18. Блинова Н. К., Яцук Л. П. Частотно-селективные волноводно-щелевые излучатели. // Материалы 11-й МКрымико «СВЧ техника и ТК технологии». – Севастополь: Вебер – 2001. – С. 385–386.

4.19. Кошечая С. В., Омельяненко М. Ю. Широкополосное согласование волноводов, содержащих материалы с большим ε // Изв. Вузов. Радиоэлектроника, 1984. – Т. 27. – № 12. – С. 70–72.

4.20. Лавренко Ю. Е. Преобразование модового состава поля в прямоугольном волноводе. – Изв. ЛЭТИ. Науч. Тр. / Ленинград. электрот. ин-т им В. И. Ульянова. – 1981. – Вып. 297. – С. 3–7.

4.21. Каращук Н. М. Методика розрахунку електродинамічних характеристик щілини довільних розмірів та положення, прорізаної в стінках прямокутного хвилеводу/ Н. М. Каращук // Проблеми створення, випробування та застосування складних інформаційних систем: Збірник наукових праць.– Житомир, ЖВІ, 2016. – Вип. 13.– С. 73–84. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Psvz_2016_13_10.

4.22. Електродинаміка та поширення радіохвиль. Ч. 2. Випромінювання та поширення електромагнітних хвиль : Підручник для студентів ВНЗ / В. М. Шокало, В. І. Правда, В. А. Усін та ін. – Х. : Колегіум, 2010. – 435 с.

4.23. Устройства СВЧ и антенны / Д. И. Воскресенский, В. Л. Гостюхин, В. М. Максимов, Л. И. Пономарев. – М. : Радиотехника, 2006. – 376 с.

4.24. Ротхаммель К. Антенны. Т 1.: / К. Ротхаммель, А. Кришке; пер. с нем. – М. : ЛАЙТ лтд, 2000. – 416 с.

4.25. Каращук Н. М., Черкес О. П., Сидорчук О. Л. Дослідження залежності електродинамічних характеристик щілини, прорізаної у прямокутному хвилеводі, від зміни її розмірів та положення /Н. М. Каращук, О. П. Черкес, О. Л. Сидорчук // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир, 2017. – № 1 (79).– С. 63–74. [doi.org/10.26642/tn-2017-1\(79\)-63-74](https://doi.org/10.26642/tn-2017-1(79)-63-74).

4.26. Sierra-Castaner M., Vera-Isassa M., Sierra-Perez M., Fernandez-Jambrina J. L. Double-Beam Parallel-Plate Slot Antenna / IEEE Trans. Antennas Propag. – 2005. – Vol. 53, N.3. – P. 977 – 984.

4.27. Каращук Н. Н. Оптимизация размеров и положения щели широкополосного волноводно-щелевого облучателя антенны по критерию минимума коэффициента отражения / Н. Н. Каращук// Известия Гомельского государственного университета имени

Ф. Скорины (Естественные науки). – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2017. – № 6 (105). – С. 132–138.

4.28. Charbonneau, P. Genetic Algorithms PIKAIA [Электронный ресурс] // P. Charbonneau Département de Physique Université de Montréal. – Режим доступа: www.hao.ucar.edu/public/research/si/pikaia/pikaia.html. – Дата доступа : 14.12.2016.

4.29. Лось В. Ф. Оптимизация геометрических параметров антенн с использованием модифицированного метода Тэгучи / В. Ф. Лось, И. О. Порохов // Радиотехника. Антенны. – 2010. – Вып. 1 (152). – С. 38–44.

4.30. Козлов К. В. Эффективный алгоритм оптимизации многопараметрических задач – метод роя пчёл / К. В. Козлов, В. Ф. Лось // Радиотехника. Антенны. – 2005. – Вып. 4 (95). – С. 18–21.

4.31. Ковтуненко А. П. Основы анализа сложных технических систем. Теория и приложения: Монография / А. П. Ковтуненко, В. В. Зубарев. – К. : НАУ, 2009. – 483 с.

4.32. Генераторы сигналов высокочастотные Г4-111, Г4-111/а, Г4-111/б. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 3.260.080 ТО. 1988. – 131 с.

4.33. Измерительная волноводная линия типа Р1-4 (ИВЛУ-140). Описание и инструкция по эксплуатации. 1965. – 17 с.

4.34. Измеритель отношения напряжений В8-7. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 1984. – 99 с.

4.35. Каращук Н. М., Соболенко С. О., Григор'єв І. С. Експериментальне дослідження коефіцієнта стоячої хвилі за напругою прямокутного хвилеводу з поздовжньою щілиною за зміни її розмірів та довжини штиря збудження/ Н. М. Каращук, С. О. Соболенко, І. С. Григор'єв // Вісник ВПІ. – 2022. – Вип. 2. – С. 108–113. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2022-161-2-108-113>.

4.36. Поліщук С. С., Дорожовець М. М., Яцук В. О., Ванько В. М., Бойко Т. Г. «Метрологія та вимірювальна техніка», Львів: видавництво “Бескид біт”, 2003. – 544 с.

4.37. Кочин В. Н. Моделирование несимметричного вертикального вибратора конечной толщины при осесимметричном возбуждении / В. Н. Кочин // Радиопизика и астрономия, 2002. – Т.7. – № 1 – С. 17–28.

РОЗДІЛ 5 ХВИЛЕВОДИ З ЧАСТКОВИМ ЗАПОВНЕННЯМ ДІЕЛЕКТРИКАМИ

5.1 Використання хвилеводів з частковим діелектричним заповненням

Основними електричними параметрами матеріалу є діелектрична та магнітна проникності, які виражаються для зручності аналізу через комплексну діелектричну проникність $\dot{\epsilon}$ та комплексну магнітну проникність $\dot{\mu}$. Знання цих двох параметрів є достатнім для встановлення взаємного зв'язку між напруженостями електричного \bar{E} та магнітного \bar{H} полів та їх індукціями:

$$\begin{aligned}\bar{D} &= \dot{\epsilon}_a \bar{E} = \epsilon_0 \dot{\epsilon} \bar{E}; \\ \bar{B} &= \dot{\mu}_a \bar{H} = \mu_0 \dot{\mu} \bar{H};\end{aligned}$$

де $\dot{\epsilon}_a, \dot{\mu}_a$ – комплексні абсолютні діелектрична та магнітна проникності; ϵ_0, μ_0 – електрична і магнітна сталі.

На практиці комплексну діелектричну та магнітну проникності матеріалу представляють у вигляді, який впливає з рівняння Максвелла для монокристалічного поля [5.1, 5.2]:

$$\dot{\epsilon} = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon'(1 - jt g \delta), \quad (5.1.1)$$

де ϵ', ϵ'' – відповідно дійсна та уявна частини комплексної діелектричної проникності; $t g \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 \epsilon'}$ – тангенс кута діелектричних втрат; σ – провідність матеріалу.

Комплексну магнітну проникність матеріалу аналогічно до (5.1.1) представляють у вигляді $\dot{\mu} = \mu' - j\mu'' = \mu'(1 - jt g \delta_m)$, де $t g \delta_m$ – тангенс кута магнітних втрат.

В техніці надвисоких частот, антенній техніці та суміжних галузях широко використовуються пристрої, в яких поширення електромагнітних хвиль відбувається через різноманітні діелектричні структури.

Очевидно, що розрахунок останніх без знання проникностей матеріалів, з яких вони виготовлені, неможливий.

Так, в антенній техніці широко застосовують хвилеводно-щілинні антени, виконані як на основі порожнистих хвилеводів, так і частково заповнених діелектриком хвилеводів. Використання хвилеводу, частково заповненого діелектриком, дозволяє, змінюючи вид його заповнення, в широких межах змінювати сталу поширення, критичні довжини хвиль, розподіл потоку потужності в поперечному перерізі [5.3, 5.4].

Це спричиняє збільшення діапазону частотного перекриття, тобто стає можливим сканування в більшому секторі кутів [5.5, 5.6].

Також з'являються додаткові можливості щодо збільшення максимальної потужності, яка пропускається таким хвилеводом, подавлення небажаних типів хвиль та створення більш сприятливих умов для поширення вибраних типів хвиль [5.7, 5.8]. Зміною величини діелектричної проникності діелектрика та його розмірами можна істотно впливати на розподіл поля уздовж щілини. Заповнення її діелектричними шарами збільшує кількість ступенів свободи для керування електродинамічними характеристиками [5.9].

Прямокутні хвилеводи з частковим діелектричним заповненням використовуються також для зменшення ефективної поверхні розсіювання рупорних антен. Випромінювання такої антени складається з відрізка прямокутного хвилеводу з розташованою нормально до його широкої стінки діелектричною пластиною, яка збуджується повздовжньою щілиною, яка прорізана посередині бокової стінки хвилеводу [5.10].

Ще один спосіб зменшення ефективної поверхні розсіювання антен є використання частотно-селективних структур [5.11], зазвичай на основі багатошарових діелектриків. Діелектричні матеріали використовують для синтезу діаграм спрямованості рупорних антен [5.12, 5.13], формуючи необхідний амплітудно-фазовий розподіл за допомогою діелектричної вставки певних розмірів, форми та проникності.

Діелектрики з невеликими проникностями (1,5 – 10) використовують для виготовлення малогабаритних антен, смужкових дипольних антен, нанесених на діелектричну підкладку, малогабаритних антен для мобільних телефонів [5.13, 5.14].

Хвилеводи з діелектричними пластинами широко застосовуються в різноманітних НВЧ-пристроях: фазообертачах [5.15], феритових пристроях [5.16], хвилеводних поляризаційних секціях [5.17], узгоджуючих трансформаторах [5.18] тощо.

Якщо шар діелектрика частково металізується, то можна отримати хвилеводно-щілинну лінію, яка вдало поєднує звичайну прямокутну форму з планарною лінією передачі.

Завдяки таким властивостям як широкосмуговість, сумісність з напівпровідниковими елементами та гібридними інтегральними схемами, простоті з'єднання із стандартними хвилеводами така лінія передачі використовується в широкосмугових спрямованих відгалужувачах, фільтрах, антенах, перемикачах та фазообертачах міліметрового діапазону [5.19].

Розв'язок електродинамічної задачі для частково заповненого хвилеводу зводиться до пошуку сталої поширення в такому хвилеводі.

На сьогоднішній день розроблено багато методів та підходів для визначення сталих поширення та полів в ЧЗХ. Розглянемо коротко особливості найбільш поширених із них, приділяючи основну увагу ЧЗХ прямокутного перерізу, оскільки прямокутний хвилевід є типовим у методах вимірювання діелектричної проникності.

Точний розрахунок рівняння Гельмгольца поля для ЧЗХ можливий лише в окремих випадках, наприклад в шаруватих хвилеводах, коли межа розподілу двох областей описується кусочно-неперервним законом розподілу проникностей.

Класичні методи визначення сталих поширення ЧЗХ зводяться до розв'язку дисперсійного рівняння, яке можна отримати або методом порівняння тангенціальних складових електричного та магнітних полів на границях розподілу кожного шару [5.20], або методом теорії кіл [5.21].

До числа методів, які широко застосовуються слід віднести варіаційні [5.22]. Вони дають високу точність розрахунків лише тоді, коли апроксимуюча функція поля виражається рядом з досить великою кількістю членів, що вимагає складної обчислювальної роботи [5.23]. Спроби використання апроксимуючих функ-

цій призводять до великих похибок в розрахунках та потребують введення різних напівемпіричних коефіцієнтів.

Також є зручним метод, в якому кусочно-неперервний закон розподілу проникностей для рівняння Гельмгольца замінюється еквівалентним неперервним розподілом на основі ряду Фур'є [5.24].

В роботі [5.25] для дослідження частково заповнених прямокутних хвилеводів запропоновано підхід, який базується на представленні відносної діелектричної проникності середовища у вигляді двох дійсних функцій, кожна з яких залежить в поперечному перерізі від однієї координати. Це наближена методика визначення власних скалярних і векторних функцій ЧЗХ.

Апроксимація кусочно-неоднорідного заповнення хвилеводу рядами Фур'є дозволила авторам спочатку звести задачу до рівняння Хілла. За врахування лише одного члена в цих рядах розв'язок задачі було отримано в функціях Матьє.

Метод аналізу, запропонований в [5.26], дозволяє розраховувати дисперсійні характеристики (частотні залежності сталих поширення) та частотні залежності хвильових опорів основних та вищих типів хвиль в складних металодіелектричних лініях передачі НВЧ.

Суть методу полягає в знаходженні відповідних інтегральних рівнянь, вигляд яких залежить від конфігурації хвилеводу, який аналізується.

Отримані рівняння пропонується розв'язувати методом Гальоркіна з базисними функціями у вигляді поліномів Чебишева.

Всі розглянуті вище способи потребують використання числових методів. Сучасна обчислювальна техніка та програмне забезпечення дозволяє суттєво зменшити затрати часу та покращити точність розрахунків.

Нагрівання діелектричних матеріалів НВЧ полем значно ефективніше нагріву на більш низьких частотах в деяких технологічних процесах. Для НВЧ електротермії виділений діапазон частот 300 МГц, 23–15 МГц та 22–120 МГц. В цих діапазонах широко використовують різні НВЧ прилади, наприклад лампи, магнетрони, клістри та інше. Пристроями навантаження НВЧ електричних установок можуть бути об'ємні резонатори, частково запов-

нені відрізки хвилеводів, що нагріваються матеріалом. Відрізки хвилеводів, як правило, застосовуються прямокутного чи циліндричного перерізу. Нагрівання у хвилеводах використовуються для сушки кіно-, фотоплівки та листових матеріалів, коли товщина матеріалу, що нагрівається, значно менше ширини хвилеводу. Однак в хвилеводах можна нагрівати і пластини, товщина яких дорівнює ширині хвилеводу, але тоді необхідний розрахунок рівномірності поля в діелектрику, що нагрівається.

Розрахунку і конструюванню електротермічних установок присвячено багато робіт [5.27, 5.28 – 5.30] тим не менше питання поглинання енергії неідеальним діелектриком, розміщеним у хвилеводі, вивчені ще недостатньо.

5.2. Визначення ефективної діелектричної проникності прямокутного частково заповненого хвилеводу

Поряд з існуючими строгими методами розрахунку сталих поширення в хвилеводах з частковим діелектричним заповненням [5.31, 5.32] є потреба в простому наближеному методі, який має прийнятну на практиці точність, не вимагає громіздких розрахунків.

В основу розв'язку такої задачі для прямокутного хвилеводу з частковим заповненням доцільно покласти поняття ефективної діелектричної проникності ϵ_{ef} [5.33].

На рисунку 5.1 показаний відрізок прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням.

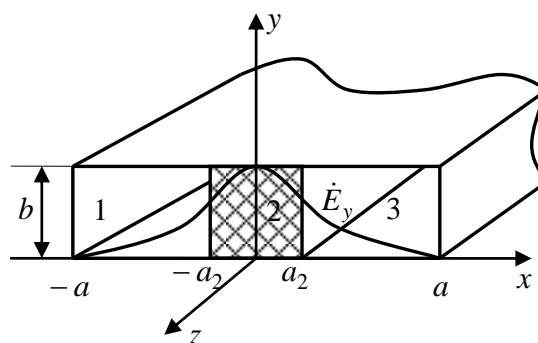


Рис. 5.1. Хвилевід прямокутного перерізу, частково заповнений діелектриком

На рис. 5.1 \dot{E}_y – розподілення електричної складової поля в поперечному перерізі.

Сталу поширення будемо шукати в наступному вигляді:

$$\gamma^2 = k^2 \varepsilon_r - \chi^2, \quad (5.2.1)$$

де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число вакууму, рад/м; λ – довжина хвилі, м; ε_r – відносна діелектрична проникність матеріалу, яким заповнено хвилевід; χ – поперечне хвильове число, рад/м.

Оскільки $\gamma = \beta - j\alpha$, то за малих втрат у хвилеводі $j = \beta$ і має місце наближена рівність:

$$\beta^2 \approx k^2 \varepsilon_r - \chi^2, \quad (5.2.2)$$

Перший доданок у (5.2.1) можна подати у вигляді $k^2 \varepsilon_{ef}$. Вираз для ε_{ef} можна записати через власні поперечні векторні функції порожнистого хвилеводу:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_{серед} \varepsilon_{\perp}, \quad (5.2.3)$$

де

$$\varepsilon_{серед} = \frac{1}{S_{\perp}} \int_{S_{\perp}} \varepsilon_r(x, y) ds, \quad (5.2.4)$$

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{1}{\varepsilon_{серед}} \int_{S_{\perp}} \varepsilon_r(x, y) \bar{E}_a \bar{E}_{a'} ds, \quad (5.2.5)$$

де $\varepsilon_r(x, y)$ – функція розподілу ε_r у поперечному перерізі хвилеводу; $S_{\perp} = S_0 + S_{\partial}$ – площа поперечного перерізу хвилеводу, м²; S_{∂} – площа поперечного перерізу діелектрика, м²; $\bar{E}_a, \bar{E}_{a'}$ – поперечні електричні власні векторні функції порожнистого хвилеводу, В/м (для основної хвилі $\bar{E}_a = \bar{E}_{a'} \equiv \bar{E}$).

Для ЧЗХ з однією діелектричною пластиною (рис. 5.2) ефективна діелектрична проникність буде для хвилі типу H_{10} [5.9]:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} \sin c \frac{\pi c}{a} \right) \frac{cd}{ab}. \quad (5.2.6)$$

де ε_1 – відносна діелектрична проникність середовища, яке не заповнене діелектриком; ε_2 – відносна діелектрична проникність діелектричної пластини; c – розмір діелектричної пластини вздовж осі x (широкої стінки) хвилеводу, м; d – розмір діелектричної пластини вздовж осі y (вузької стінки) хвилеводу, м; a – розмір широкої стінки хвилеводу, м.

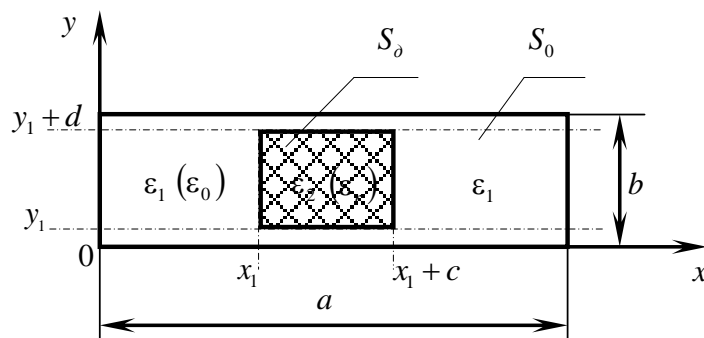


Рис. 5.2. ЧЗХ з однією діелектричною пластиною

Якщо хвилевід заповнено повітрям $\varepsilon_1 = 1$, а діелектрик має проникність $\varepsilon_2 = \varepsilon_r$, то [5.9]:

$$\varepsilon_{ef} = 1 + (\varepsilon_r - 1) \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} \sin c \frac{\pi c}{a} \right) \frac{cd}{ab}, \quad (5.2.7)$$

де $\sin c\xi = \frac{\sin \xi}{\xi}$.

Введемо в розгляд множник заповнення:

$$\begin{aligned} \eta &= \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} \sin c \frac{\pi c}{a} \right) \frac{cd}{ab} = \\ &= \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + at_x)}{a} \sin c \pi t_x \right) t_x t_y, \end{aligned} \quad (5.2.8)$$

де $t_x = c/a$ – коефіцієнт заповнення хвилеводу вздовж осі x ; $t_y = d/b$ – коефіцієнт заповнення хвилеводу вздовж осі y .

З урахуванням (5.2.8) вираз (5.2.7) набуде такого вигляду:

$$\varepsilon_{ef} = 1 + (\varepsilon_r - 1)\eta. \quad (5.2.9)$$

З цього виразу випливає, що для хвилеводу, заповненого повітрям ($t_x = 0$, $t_y = 0$, $\varepsilon_r = 1$, $\eta = 0$, $\varepsilon_{ef} = 1$), а для хвилеводу, заповненого діелектриком з проникністю ε_0 ($t_x = 1$, $t_y = 1$, $\varepsilon_r = 1$, $\eta = 1$, $\varepsilon_{ef} = \varepsilon_r$), що повністю відповідає (5.2.1). Для частково заповненого хвилеводу з (5.2.9) виходить, що:

$$0 < \eta < 1; 1 < \varepsilon_{ef} < \varepsilon_r.$$

За визначенням [5.10], коефіцієнт сповільнення хвилі дорівнює:

$$m = \lambda / \lambda_{xв}, \quad (5.2.10)$$

де $\lambda_{xв}$ – довжина хвилі у хвилеводі, м.

Довжина хвилі у хвилеводі, у свою чергу, визначається його фазовим коефіцієнтом β [5.10]:

$$\lambda_{xв} = 2\pi / \beta. \quad (5.2.11)$$

Підставляючи (5.2.11) у (5.2.10), отримаємо:

$$m = \beta / k, \quad (5.2.12)$$

звідки

$$\beta = km. \quad (5.2.13)$$

З іншого боку, згідно із (5.2.2) маємо [5.9]:

$$\beta^2 = k^2 \varepsilon_r - \chi^2 = k^2 \left[\varepsilon_r - \left(\frac{\chi}{k} \right)^2 \right]. \quad (5.2.14)$$

У результаті комплектування виразів (5.2.13) і (5.2.14) отримаємо формулу, яка виражає зв'язок між коефіцієнтом сповільнення та ефективною діелектричною проникністю [5.9]:

$$m = \sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\chi}{k}\right)^2}. \quad (5.2.15)$$

В окремому випадку для хвилі типу H_{10} прямокутного хвилеводу ($\chi = \pi/a$) отримаємо з (5.2.15):

$$m = \sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (5.2.16)$$

Отримані результати справедливі для E , H типів хвиль. Для T -хвиль $\chi^2 = 0$.

Враховуючи діапазон значень ε_{ef} згідно із (5.2.9), з (5.2.15) випливає, що значення m буде в межах:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\chi}{k}\right)^2} \leq m \leq \sqrt{\varepsilon_r - \left(\frac{\chi}{k}\right)^2}. \quad (5.2.17)$$

Підставляючи значення $\chi^2 = 0$ в (5.2.15) отримаємо формулу, яка встановлює зв'язок між коефіцієнтом сповільнення та ефективною діелектричною проникністю у випадку T -хвиль:

$$m = \sqrt{\varepsilon_{ef}}. \quad (5.2.18)$$

Підставляючи (5.2.18) в (5.2.12) дає наступний результат:

$$\sqrt{\varepsilon_{ef}} = \beta/k. \quad (5.2.19)$$

Отриманий результат повністю збігається з визначенням ефективною діелектричною проникності, яка використовується для розрахунків інтегральних ліній передач [5.28].

Таким чином, знайдено зв'язок між ε_{ef} та β для E, H типів хвиль. Справедливість отриманих результатів підтверджена шляхом співставлення відомого та знайденого рішень для випадку T – хвиль.

З точки зору зручності вимірювань розглянемо такі ЧЗХ (рис. 5.2):

прямокутний хвилевід з двома діелектричними пластинами, розташованими симетрично біля вузьких стінок (рис. 5.2 а);

прямокутний хвилевід з центральною діелектричною пластиною (рис. 5.2 б);

прямокутний хвилевід з однією діелектричною пластиною, розташованою біля вузької стінки (рис. 5.2 в).

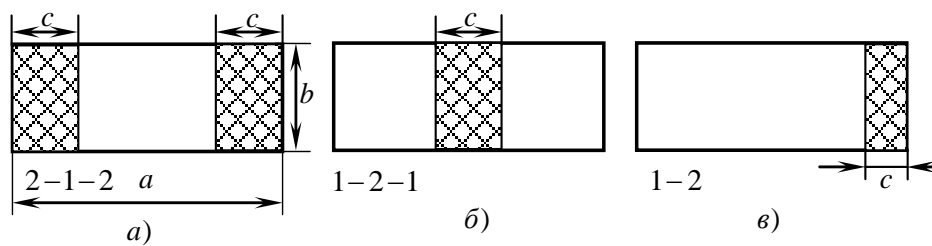


Рис. 5.2. Модифікації частково заповнених хвилеводів

Вираз (5.2.8) справедливий лише для модифікацій (б) та (в). Отримаємо вираз для ε_{ef} у відрізку модифікації (а), коли пластини розташовані на довільній відстані від стінки хвилеводу (рис. 5.3).

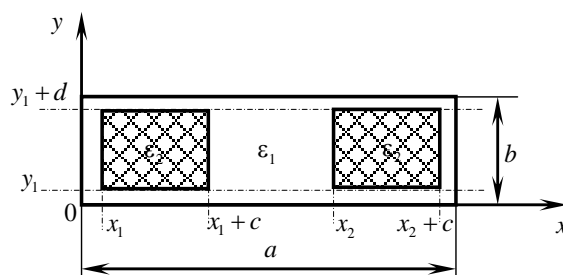


Рис. 5.3. Частково заповнений хвилевід із двома діелектричними пластинами

Використовуючи (5.2.3), отримаємо:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \times \left(1 - \cos \frac{\pi(x_1 + x_2 + c)}{a} \right) \cos \frac{\pi(x_1 + x_2)}{a} \sin c \frac{\pi t_x}{2} t_x t_y. \quad (5.2.20)$$

де $t_x = 2c/a, t_y = d/b$.

Порівнюючи вираз з (5.2.6) та (5.2.9), отримуємо вираз для множника заповнення:

$$\eta = \left(1 - \cos \frac{\pi(x_1 + x_2 + c)}{a} \cos \frac{\pi(x_1 + x_2)}{a} \sin c \frac{\pi t_x}{2} \right) t_x t_y. \quad (5.2.21)$$

З урахуванням (5.2.21) вираз (5.2.20) набуде такого вигляду [5.9]:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \eta. \quad (5.2.22)$$

Для випадку, коли $\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = \varepsilon_r$, з (5.2.22) матимемо [5.9]:

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_1 + (\varepsilon_r - 1) \eta. \quad (5.2.23)$$

Порівнюючи (5.2.23) і (5.2.9) робимо висновок про те, що вирази відрізняються лише формою множника заповнення.

Остаточно для модифікації а), б), в) рис. 5.2 маємо:

$$\varepsilon_{ef} = 1 + (\varepsilon_r - 1) \eta, \quad (5.2.24)$$

де вирази для множника заповнення η наведено в таблиці 5.1, за умови $t_y = 1$, тобто заповнення на вузькій стінці повне.

Таблиця 5.1

Множник заповнення для різних модифікацій ЧЗХ

	Модифікація ЧЗХ		
	2-1-2	1-2-1	1-2
η	$(1 - \sin c \pi t_x) t_x$	$(1 + \sin c \pi t_x) t_x$	$(1 - \sin c 2 \pi t_x) t_x$
t_x	$2c/a$	c/a	c/a

На рисунках 5.4 – 5.6 наведена залежність $m(t_x)$ за різних значень ε_r , причому суцільні криві відповідають розв'язку дисперсійних рівнянь модифікацій (рис. 5.2 а), б), в)), а пунктирні – наближеному розв'язку (5.2.24), причому всі залежності побудовано за таких значень t_x , коли в ЧЗХ поширюються лише хвилі основного типу.

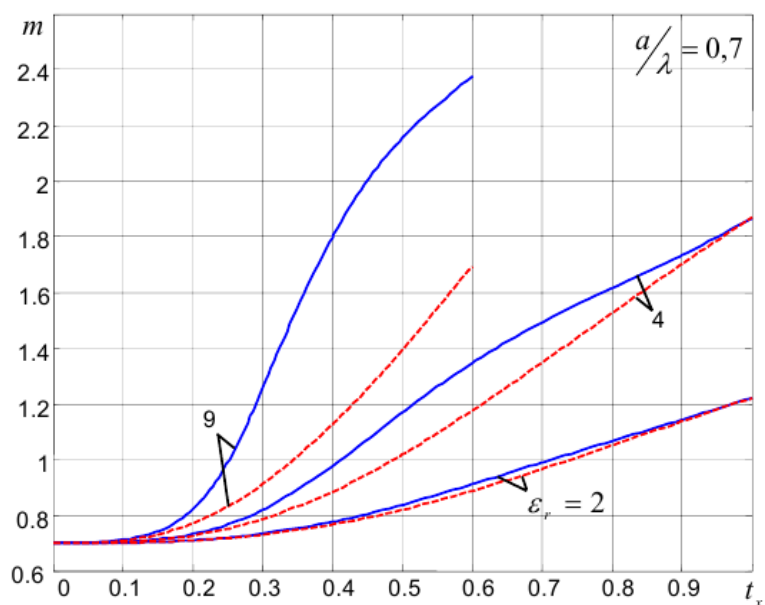


Рис. 5.4. Залежності $m(t_x)$ для модифікації 2–1–2 за $a/\lambda = 0,7$

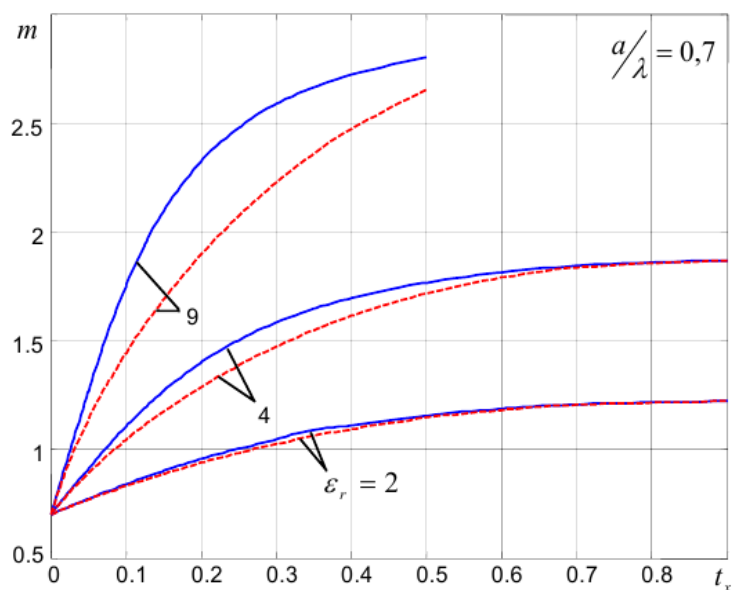


Рис. 5.5. Залежності $m(t_x)$ для модифікації 1–2–1 за $a/\lambda = 0,7$

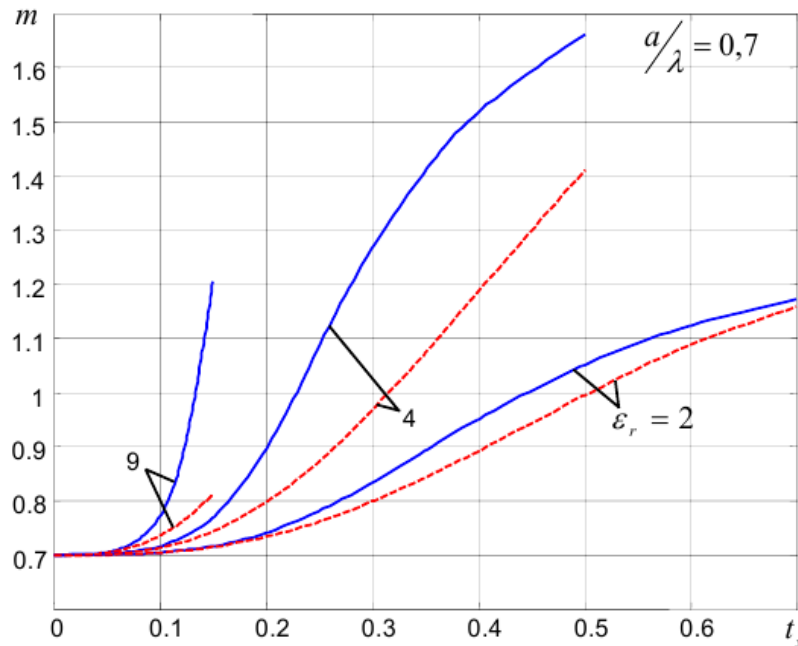


Рис. 5.6. Залежності $m(t_x)$ для модифікації 1–2 за $a/\lambda = 0,7$

Аналіз наведених залежностей дозволяє зробити наступні висновки:

з трьох наведених модифікацій найкращу збіжність зі строгим розв'язком має модифікація б), дещо гіршу – модифікація а);

формула (5.2.24) дає систематично занижений результат, оскільки не враховує діелектричного ефекту;

розбіжність строго та наближеного розв'язків збільшується при збільшенні діелектричної проникності пластин ϵ_r та коефіцієнта заповнення η , а також збільшення a/λ ;

особливістю модифікацій (рис. 5.2 а), б), в)) є те, що похибка наближеного розв'язку має мінімум на початку і в кінці діапазону значень t_x і досягає максимуму приблизно в його середині. Проте така тенденція не спостерігається для модифікації а).

Максимальна відносна похибка за цього не перевищує [5.35]:

для модифікації а): 2,6 % ($\epsilon_r = 2, a/\lambda = 0,7$) та 13 % ($\epsilon_r = 4, a/\lambda = 0,7$);

для модифікації б): 2,7 % ($\epsilon_r = 2, a/\lambda = 0,7$) та 8 % ($\epsilon_r = 4, a/\lambda = 0,7$);

для модифікації в): 6,2 % ($\epsilon_r = 2, a/\lambda = 0,7$);

наближений розв'язок (5.2.24) можна використовувати замість точного за $\varepsilon_r \leq 4$ для модифікацій а) та б) і $\varepsilon_r \leq 2$ для модифікації в).

Для знаходження сталої поширення ЧЗХ використовують варіаційні методи. Формули, знайдені за його допомогою, для найпростіших видів апроксимації, та формули (5.2.24) повністю збігаються. В силу цього, враховуючи відомі результати, наближений розв'язок (5.2.24) можна використовувати замість точного за $\varepsilon_r \leq 5 \div 6$ для модифікації а) та б) за будь-яких значень t_x за $t_y = 1$. За більших значень $\varepsilon_r \leq 10$ можна використовувати формули для другого наближення. Крім цього, формула (5.2.24) дає кращі результати для тонких пластинок, паралельних лініям електричного поля, причому $t_x = 1$. Значення ε_r, t_x, t_y дає змогу використати за розрахунку сталих поширення в ЧЗХ формулу (5.2.24), не розв'язуючи за цього трансцендентних дисперсійних рівнянь.

Отже, отримано аналітичні вирази для ε_{ef} з двома діелектричними пластинами та узагальнено випадок однієї діелектричної пластини за їх довільного розташування, проникностей та розмірів, шляхом введення множника заповнення η у вираз для ε_{ef} приведений до спільного виразу в вигляді (5.2.24) для різних модифікацій ЧЗХ, другий доданок в (5.2.23) відповідає збуренню порожнистого хвилеводу діелектриком та відповідному приросту сталої поширення збуреного хвилеводу.

5.3. Дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на розміри прямокутного хвилеводу

Досліджується можливість зменшення геометричних розмірів прямокутного хвилеводу шляхом часткового діелектричного заповнення. Для знаходження сталої поширення буде використано наближений метод, розглянутий вище, де отримано загальний вираз для ефективної діелектричної проникності ЧЗХ з двома діелектричними пластинами та узагальнено випадок однієї діелектричної пластини за їх довільного розташування, проникностей та розмірів.

Довжина хвилі хвилеводу, частково заповненого діелектриком, згідно із виразами (5.2.11), (5.2.13) та (5.2.16) буде дорівнювати [5.35]:

$$\lambda_{xв} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{kt} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (5.3.1)$$

Критична довжина хвилі в хвилеводі з урахуванням ефективної діелектричної проникності дорівнює [5.36]:

$$\lambda_{кр} = 2a\sqrt{\varepsilon_{ef}}. \quad (5.3.2)$$

Тоді розмір широкої стінки хвилеводу, пов'язаний з ефективною діелектричною проникністю, визначаємо таким чином:

$$a = \frac{\lambda_{кр}}{2\sqrt{\varepsilon_{ef}}}. \quad (5.3.3)$$

Розмір вузької стінки хвилеводу вибирають із умови $b = (0,4 \dots 0,5)a$ [5.37], нехай $b = 0,5a$.

Отриманий вираз (5.3.3) дозволяє провести дослідження впливу відносної діелектричної проникності діелектрика ЧЗХ ε_r на зміну необхідних геометричних розмірів стандартного хвилеводу (23×10) мм для хвилі типу H_{10} . За формулами (5.2.24), (5.2.10), (5.3.2), коли $\lambda_{кр} = 2a = 2 \cdot 2,3 = 4,6$ см для стандартного хвилеводу з розміром поперечного перерізу (23×10) мм, побудуємо графіки залежностей розмірів хвилеводу від зміни відносної діелектричної проникності діелектрика ЧЗХ ε_r та коефіцієнта заповнення t_y – $a(\varepsilon_r, t_y)$, $b(\varepsilon_r, t_y)$. Зміна розмірів діелектрика ЧЗХ така: уздовж координати x розмір незмінний – $c = 0,5$ см, $t_x = 0,217$; уздовж координати y – $t_y = d = (0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8)$ см (рис. 5.7) [5.36].

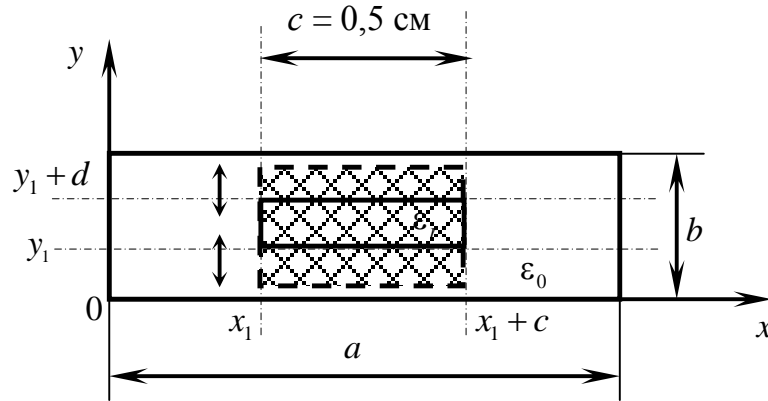


Рис. 5.7. ЧЗХ з діелектричним заповненням, що змінюється уздовж координати y

Графіки залежностей $a(\varepsilon_r, t_y)$ зображені на рис. 7.8, а $b(\varepsilon_r, t_y)$ – на рис. 5.9.

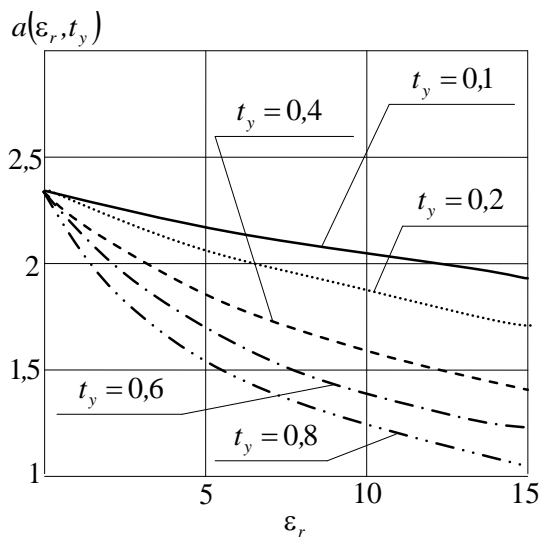


Рис. 5.8. Графіки залежностей $a(\varepsilon_r, t_y)$ за $t_x = 0,217$

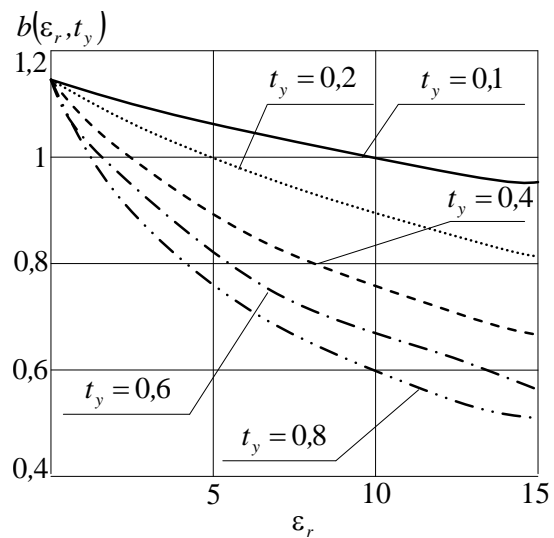


Рис. 5.9. Графіки залежностей $b(\varepsilon_r, t_y)$ за $t_x = 0,217$

Згідно із рис. 5.8 і рис. 5.9 за збільшення відносної діелектричної проникності діелектрика ε_r можна використати менший хвилевід. Чим більший коефіцієнт його заповнення діелектриком уздовж координати y t_y , тим менші розміри стінок a та b .

Побудуємо графіки залежностей розмірів хвилеводу від зміни відносної діелектричної проникності діелектрика ЧЗХ ϵ_r та коефіцієнта заповнення t_x (рис. 5.10) – $a(\epsilon_r, t_x)$, $b(\epsilon_r, t_x)$. Зміна розмірів діелектрика ЧЗХ така: уздовж координати y розмір незмінний – $t_y = 0,8$; уздовж координати x – $t_x = (0,304; 0,13; 0,478; 0,652; 0,826)$ см.

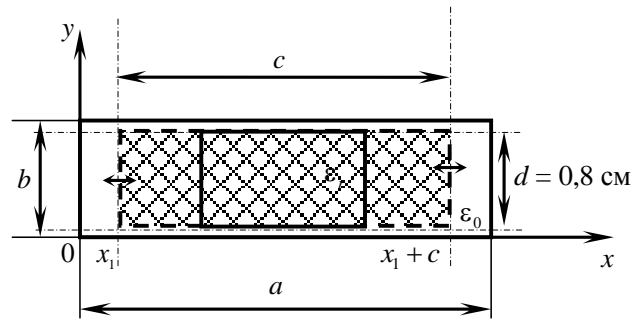


Рис. 5.10. ЧЗХ з діелектричним заповненням, що змінюється уздовж координати x

Графіки залежностей $a(\epsilon_r, t_x)$ наведено на рис. 5.11, $b(\epsilon_r, t_x)$ – на рис. 5.12.

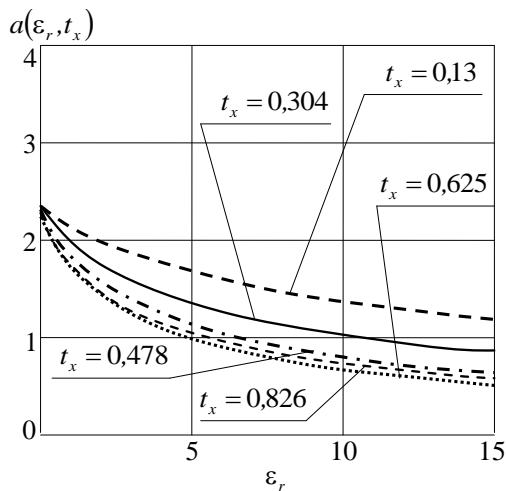


Рис. 5.11. Графіки залежностей $a(\epsilon_r, t_x)$ за $t_y = 0,8$

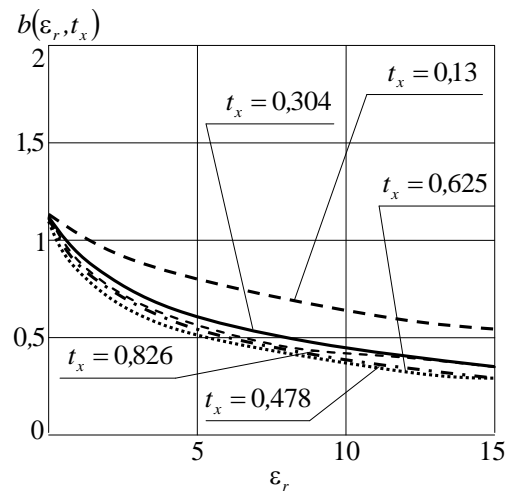


Рис. 5.12. Графіки залежностей $b(\epsilon_r, t_x)$ за $t_y = 0,8$

Аналіз рис. 5.11 і рис. 5.12 показує, що за всіх значень коефіцієнтів заповнення t_x збільшення ε_r дозволяє застосовувати хвилевід менших розмірів. За розташування пластини діелектрика згідно із рис. 5.10 незбурене поле хвилеводу нормальне до її меж. Коли значення t_x мале, то розподіл поля поблизу пластини носить квазістатичний характер. Електричне поле в пластині в ε_r раз менше, ніж в незаповненій частині, тому вплив на фазову швидкість незначний. За збільшення t_x пластина поступово набуває властивостей діелектричного хвилеводу, з'являється поздовжня складова електричного поля, і хвиля швидко сповільнюється. У такому разі розміри хвилеводу можна обирати менші. Проте наявне критичне значення коефіцієнта заповнення ($t_x = 0,826$), після якого немає суттєвого впливу на поперечний переріз хвилеводу.

Вплив зміни відносної діелектричної проникності та положення діелектричних пластин відносно вузьких стінок прямокутного хвилеводу на розміри його поперечного перерізу наведено на графіках $a(x_1, x_2, \varepsilon_r)$ (рис. 5.13), $b(x_1, x_2, \varepsilon_r)$ (рис. 5.14), побудованих за формулами (5.2.20) – (5.2.24) за незмінних значень коефіцієнтів заповнення.

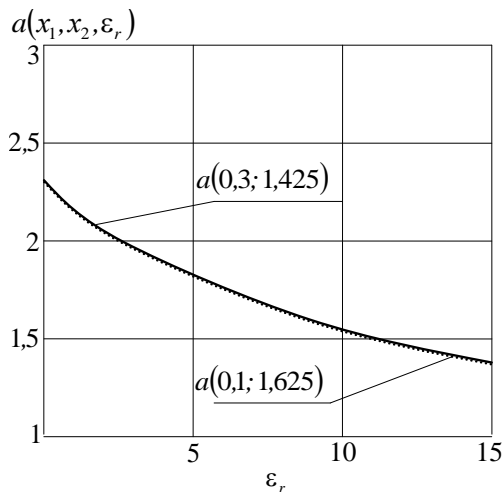


Рис. 5.13. Графіки залежностей $a(x_1, x_2, \varepsilon_r)$ за значень коефіцієнтів заповнення $t_y = 0,8$, $t_x = 0,5$

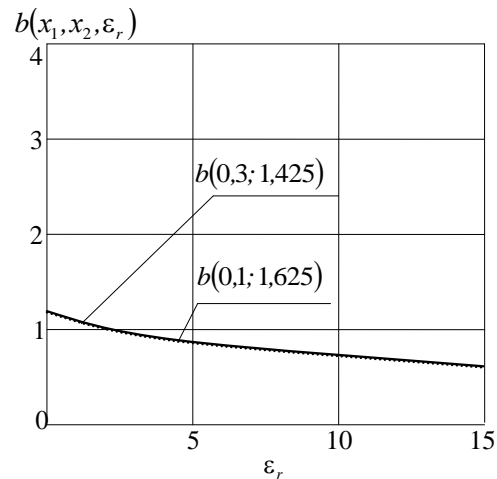


Рис. 5.14. Графіки залежностей $b(x_1, x_2, \varepsilon_r)$ за значень коефіцієнтів заповнення $t_y = 0,8$, $t_x = 0,5$

Згідно із рис. 5.13 і рис. 5.14 положення двох діелектричних пластин відносно вузьких стінок хвилеводу на значення розміру поперечного перерізу хвилеводу не впливає.

На рис. 5.15 і 5.16 наведено графіки залежностей $a(\varepsilon_r, x_1, x_2)$, $b(\varepsilon_r, x_1, x_2)$ за значень коефіцієнтів заповнення $t_x = 0,174$, $t_y = 0,5$.

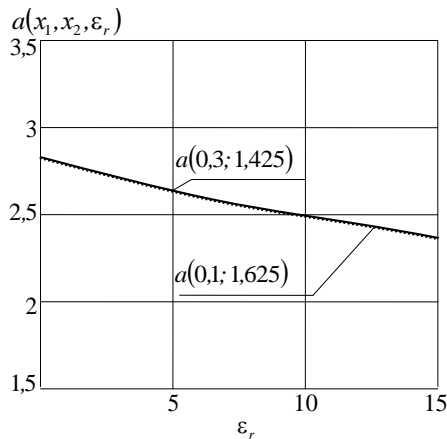


Рис. 5.15. Графіки залежностей $a(x_1, x_2, \varepsilon_r)$ за значень $t_x = 0,174$, $t_y = 0,5$

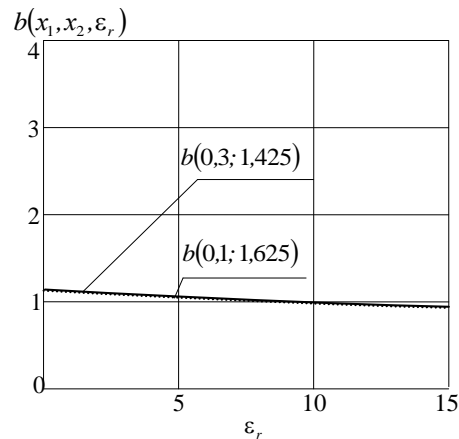


Рис. 5.16. Графіки залежностей $b(x_1, x_2, \varepsilon_r)$ за значень $t_x = 0,174$, $t_y = 0,5$

Аналіз рис. 5.13 – 5.16 показує, що для зменшення розмірів широкої та вузької стінок хвилеводу необхідно збільшувати значення коефіцієнтів заповнення та ε_r .

Розглянемо випадок модифікації заповнення діелектриком 1–2–1 (див. табл. 5.1), коли $t_y = 1$.

Згідно із виразами (5.3.1), (5.3.2), (5.3.3) і величиною η , взятого з табл. 5.1, за значень коефіцієнтів заповнення $t_x = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,8$ та $t_y = 1$, графіки залежностей $a(\varepsilon_r)$ матимуть вигляд, наведений на рис. 5.17, $b(\varepsilon_r)$ – на рис. 5.18.

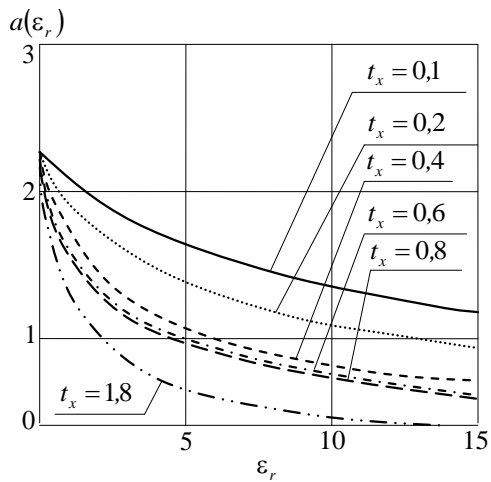


Рис. 5.17. Графіки залежностей $a(\varepsilon_r)$ за різних значень t_x

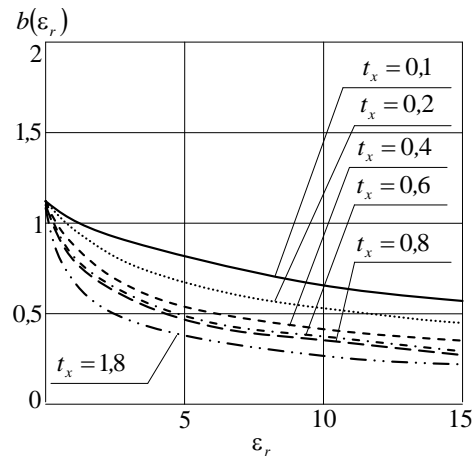


Рис. 5.18. Графіки залежностей $b(\varepsilon_r)$ за різних значень t_x

З графіків на рис. 5.17 і рис. 5.18 випливає, що модифікація 1–2–1 передбачає розташування пластини паралельно вектору напруженості електричного поля в його максимумі. Діелектрична пластина вже за малих значень t_x має сильну взаємодію з полем хвилеводу. Найявний діелектричний ефект, який полягає в тому, що за досягнення певного значення t_x ($t_x = 0,6$), коли поле майже повністю сконцентроване в діелектрику, подальше збільшення t_x розміри хвилеводу a та b суттєво не змінює.

Дослідження зміни графіків залежностей $a(t_x, \varepsilon_r)$, $b(t_x, \varepsilon_r)$ для ЧЗХ модифікації 2–1–2 (див. табл. 5.1) за значень коефіцієнтів заповнення $t_y = 1$ та змінного t_x наведено на рис. 5.19 і рис. 5.20 відповідно.

Аналіз рис. 5.19, рис. 5.20 дозволяє зробити такі висновки. За модифікації 2–1–2 діелектричні пластини розташовані в мінімумах електричного поля хвилеводу. Коли значення t_x мале, то пластини знаходяться в мінімумах електричного поля і практично не впливають на сталу поширення, поле спотворюється слабо. У такому разі розміри хвилеводу можна змінювати незначно. За збільшення t_x діелектричні пластини поступово входять в область дії електричного поля, яке відповідно до граничних умов не має розриву.

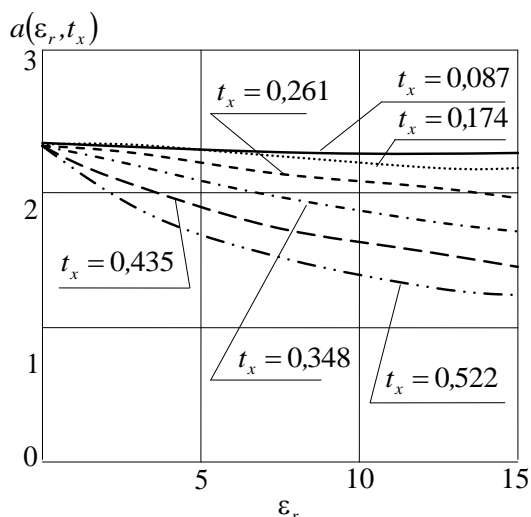


Рис. 5.19. Графіки залежностей розміру широкої стінки хвилеводу від ε_r за різних t_x

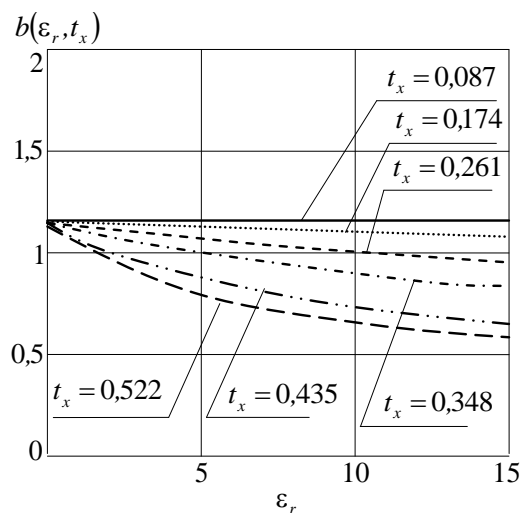


Рис. 5.20. Графіки залежностей розміру вузької стінки хвилеводу від ε_r за різних t_x

Це збільшує вплив діелектрика, поле спотворюється, зміщується до пластин, майже повністю переходить у діелектрик. Подальше збільшення t_x мало впливає на сталу поширення. Таким чином, у даному разі діелектричний ефект викликає нелінійну залежність розмірів хвилеводу від коефіцієнта заповнення t_x . Слід зазначити, що помітний вплив діелектричних пластин починається з критичного значення $t_x = 0,348$. Порівнюючи хвилеводи з однією діелектричною пластиною та двома, можна стверджувати, що для досягнення одного і того ж ефекту хвилевід із двома пластинами потребує майже в двічі більшого об'єму діелектрика.

Графіки залежностей $a(t_x, \varepsilon_r)$, $b(t_x, \varepsilon_r)$ для ЧЗХ модифікації 2–1 (див. табл. 5.1) за значень коефіцієнтів заповнення $t_y = 1$ та змінного t_x наведено на рис. 5.21 і рис. 5.22 відповідно.

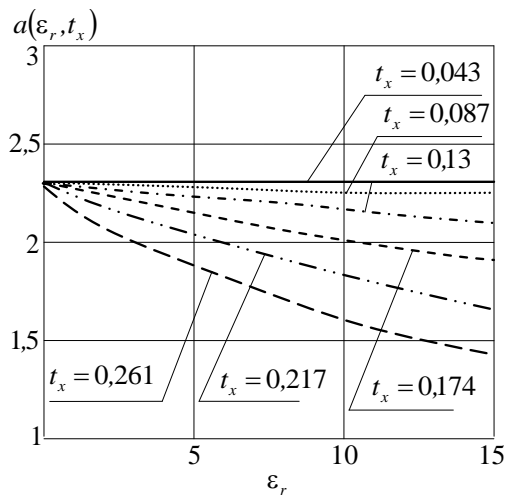


Рис. 5.21. Графіки залежностей $a(\varepsilon_r, t_x)$

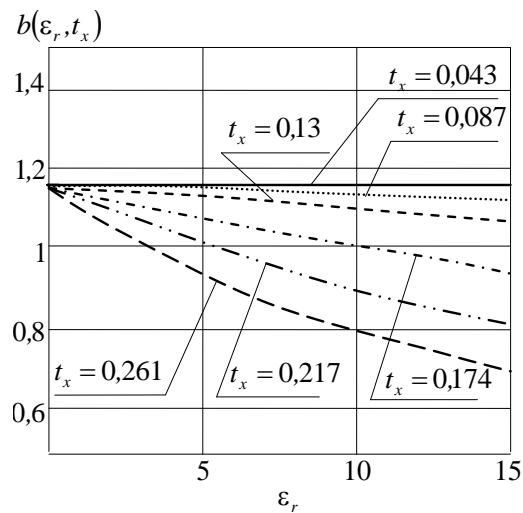


Рис. 5.22. Графіки залежностей $b(\varepsilon_r, t_x)$

З графіків рис. 5.21 і рис. 5.22 випливає, що за модифікації 2–1 ЧЗХ, порівняно з модифікаціями 1–2–1 та 2–1–2, наявний менш виражений вплив ε_r та t_x на розміри поперечного перерізу хвилеводу, оскільки спостерігається слабкий прояв діелектричного ефекту.

Проведемо порівняльний аналіз впливу модифікації ЧЗХ на зміну розміру поперечного перерізу прямокутного хвилеводу ($a \times b$) відповідно до рис. 5.8–5.22. Результати порівняльного аналізу впливу модифікації ЧЗХ із $t_y = 1$ на зміну розміру хвилеводу наведено в табл. 5.2 [5.35].

Таблиця 5.2
Необхідний розмір поперечного перерізу прямокутного хвилеводу залежно від модифікації ЧЗХ та ε_r

Модифікація	t_x	t_y	$(a \times b)$ см, ($\varepsilon_r = 5$)	$(a \times b)$ см, ($\varepsilon_r = 10$)
2–1–2	0,25	1	(1,75 × 0,875)	(1,417 × 0,708)
1–2–1	0,25	1	(1,351 × 0,675)	(1,001 × 0,501)
1–2	0,25	1	(1,97 × 0,985)	(1,706 × 0,853)

Результати порівняльного аналізу впливу модифікації ЧЗХ із $t_y \neq 1$ на зміну розміру хвилеводу узагальнено в табл. 5.3 [5.35].

Таблиця 5.3

Необхідний розмір поперечного перерізу прямокутного хвилеводу залежно від модифікації ЧЗХ із $t_y \neq 1$ та ε_r

Модифікація	t_x	t_y	$(a \times b)$ см, ($\varepsilon_r = 5$)	$(a \times b)$ см, ($\varepsilon_r = 10$)
2–1–2	0,25	0,7	(2,053 × 1,027)	(1,834 × 0,917)
1–2–1	0,25	0,7	(1,558 × 0,779)	(1,203 × 0,602)

Узагальнений аналіз рис. 5.8–5.22 (табл. 5.1–5.3) показує, що [5.35]:

серед модифікацій 2–1–2 та 1–2–1 менший поперечний переріз хвилеводу буде за модифікації 1–2–1, яка приводить до значного ступеня прояву діелектричного ефекту;

для модифікацій 2–1–2 та 1–2–1, коли $t_y = 1$, розміри хвилеводу будуть меншими, порівняно із випадком неповного заповнення $t_y \neq 1$;

для всіх модифікацій за збільшення ε_r значення поперечних розмірів хвилеводу зменшується у $\sqrt{\varepsilon_r}$ разів;

із застосуванням часткового заповнення хвилеводу діелектриком можна зменшити розміри стандартного хвилеводу (23 × 10) мм у необхідну кількість разів шляхом підбору модифікації та ε_r .

Таким чином, у результаті проведеного дослідження проаналізовано можливості використання часткового діелектричного заповнення для зменшення необхідних розмірів прямокутних хвилеводів. При цьому враховано: основні модифікації часткового заповнення; розміри елементів діелектричного заповнення; відносну діелектричну проникність матеріалу; коефіцієнти заповнення хвилеводу вздовж осей. Наукова новизна результатів дослідження полягає в удосконаленні математичного забезпечення для розрахунків прямокутних хвилеводів із частковим діелектричним заповненням. Практичне значення отриманих результатів

полягає в тому, що вони можуть бути використані для зменшення масогабаритних показників антенно-фідерних систем сантиметрового діапазону хвиль, зокрема у відповідних портативних радіоелектронних засобах [5.38]. Також результати дослідження можуть застосовуватися для зменшення тіньового ефекту в однодзеркальних антенах.

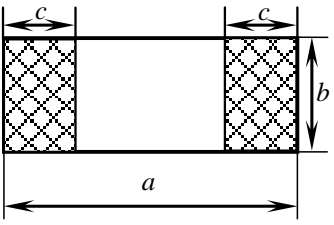
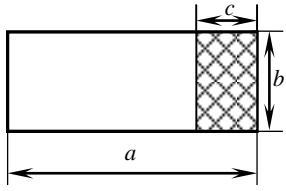
5.4. Експериментальне дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на електродинамічні характеристики та розміри прямокутного хвилеводу

Оскільки хвилевід поперечно-неоднорідний, то вводиться ефективна діелектрична проникність середовища ϵ_{ef} , яка його заповнює, для розрахунку основних електродинамічних характеристик [5.39].

Зазвичай сталу поширення шукають за формулою (5.2.4). Для хвилі типу H_{10} $\gamma = \pi/a$, де a – розмір широкої стінки прямокутного хвилеводу. При цьому вираз для ефективної діелектричної проникності має вигляд (5.2.9).

У табл. 5.4 наведено вигляд модифікацій ЧЗХ 2–1–2, 1–2 та значення множника заповнення η .

Таблиця 5.4
Множник заповнення для різних модифікацій ЧЗХ

	Модифікація ЧЗХ	
	2–1–2	1–2
		
η	$(1 - \text{sinc } \pi t_x) t_x$	$(1 - \text{sinc } 2\pi t_x) t_x$
t_x	$2c/a$	c/a

Тут коефіцієнт заповнення хвилеводу вздовж вузької стінки $t_y = 1$ ($t_y = d/b$, d – розмір діелектричної пластини вздовж вузької стінки хвилеводу; b – розмір вузької стінки хвилеводу).

Тоді довжина хвилі в хвилеводі, частково заповненому діелектриком буде дорівнювати (5.3.1).

Критична довжина хвилі у хвилеводі з урахуванням ефективної діелектричної проникності (5.3.2).

При цьому розмір широкої стінки хвилеводу, пов'язаний з ефективною діелектричною проникністю, визначатиметься за виразом (5.3.3).

Хвильовий опір прямокутного хвилеводу із частковим діелектричним заповненням визначається за формулою [5.40]:

$$Z_{xв} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (5.4.1)$$

де $Z_0 = 377$ Ом – хвильовий опір вільного простору.

Отриманий вираз (5.3.3) дозволяє провести дослідження впливу коефіцієнта заповнення хвилеводу вздовж осі $x - t_x$ на зміну геометричних розмірів стандартного прямокутного хвилеводу 23×10 мм для хвилі типу H_{10} за відносної діелектричної проникності діелектрика ЧЗХ $\epsilon_r = 2$ для модифікацій ЧЗХ 2–1–2, 1–2, вигляд яких та значення множника заповнення η наведено у табл. 5.4.

Графіки залежностей $a(t_x)$ для модифікацій 2–1–2, 1–2 при $\epsilon_r = 2$, $f = 10$ ГГц, побудовані за виразом (5.3.3), показано на рис. 5.23.

При цьому, наприклад, розмір широкої стінки прямокутного хвилеводу для модифікації 2–1–2 становитиме: $a(0,174) = 2,29$ см, $a(0,348) = 2,228$ см, а для модифікації 1–2 – $a(0,0869) = 2,293$ см, $a(0,174) = 2,246$ см. Звідси діапазон робочих частот хвилеводу для хвилі H_{10} становитиме 6–14 ГГц.

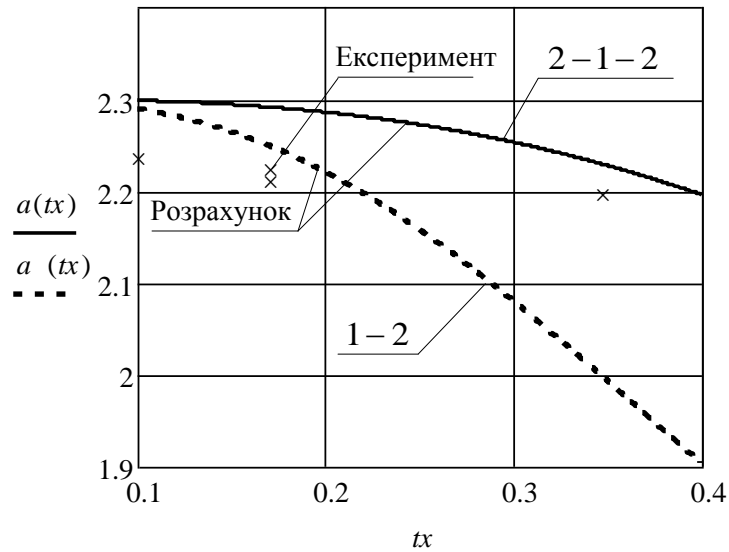


Рис. 5.23. Графіки залежностей $a(t_x)$ для модифікацій ЧЗХ 2–1–2 та 1–2 (a , см) при $\varepsilon_r = 2$, $f = 10$ ГГц

Графіки залежностей $\lambda_{xв}(f, t_x)$ для модифікації 2–1–2 при $t_x = 0,174$, $t_x = 0,348$ показано на рис. 5.24, а на рис. 5.25 – для модифікації 1–2 при $t_x = 0,0869$, $t_x = 0,174$. Графіки залежностей $Z_{xв}(f, t_x)$ для модифікації 2–1–2 при $t_x = 0,174$, $t_x = 0,348$, а також для модифікації 1–2 при $t_x = 0,0869$, $t_x = 0,174$ показано на рис. 5.26. Графіки залежностей сталої поширення $\gamma(f, t_x)$ для модифікації 2–1–2 при $t_x = 0,174$, $t_x = 0,348$ показано на рис. 5.27, а для модифікації 1–2 при $t_x = 0,0869$, $t_x = 0,174$ – показано на рис. 5.28. Всі ці залежності отримано при $\varepsilon_r = 2$, для стандартного прямокутного хвильоводу з розмірами поперечного перерізу 23×10 мм та хвилі типу H_{10} .

Для експериментального дослідження прямокутного хвильоводу із ЧДЗ було використано вимірювальну установку, структурну схему та зовнішній вигляд якої зображено на рис. 5.29 [5.39].

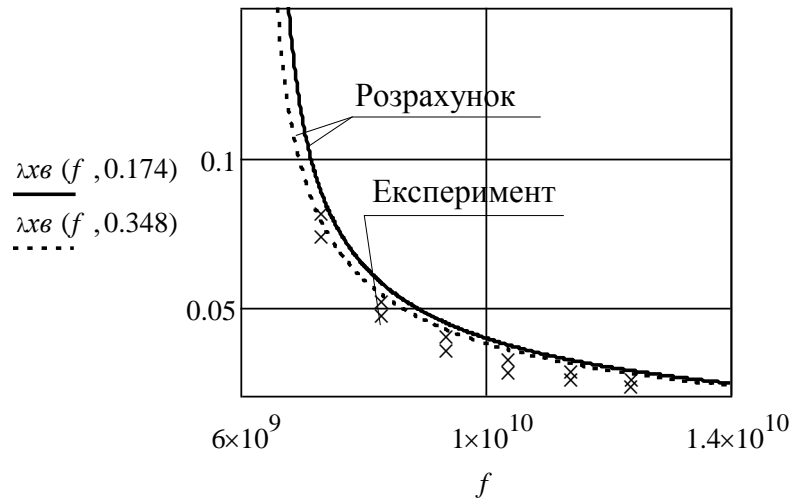


Рис. 5.23. Графіки залежностей $\lambda_{xв}(f, t_x)$ для модифікації ЧЗХ 2-1-2 у діапазоні частот 6 – 14 ГГц ($\lambda_{xв}$, м) при $\varepsilon_r = 2$ та $t_x = 0,174$, $t_x = 0,348$

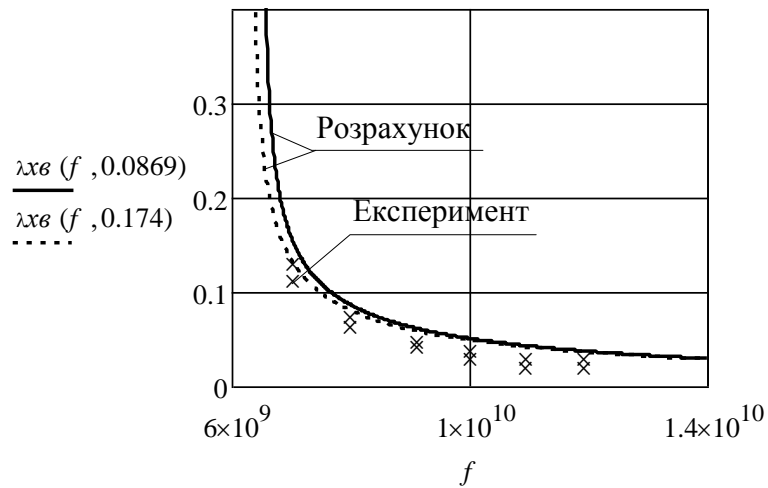


Рис. 5.25. Графіки залежностей $\lambda_{xв}(f, t_x)$ для модифікації ЧЗХ 1-2 у діапазоні частот 6 – 14 ГГц ($\lambda_{xв}$, м) при $\varepsilon_r = 2$ та $t_x = 0,0869$, $t_x = 0,174$

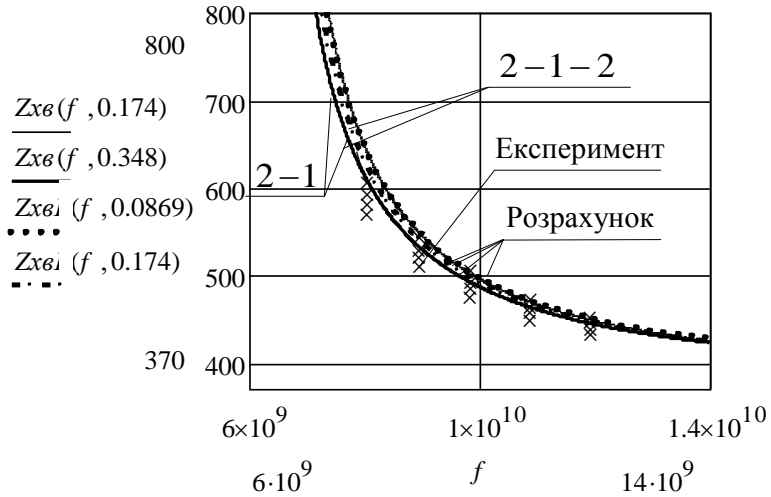


Рис. 5.26. Графіки залежностей $Z_{xb}(f, t_x)$ за $\epsilon_r = 2$ та $t_x = 0,174$, $t_x = 0,348$ для модифікації ЧЗХ 2-1-2 та $t_x = 0,0869$, $t_x = 0,174$ для модифікації ЧЗХ 1-2 у діапазоні частот 6-14 ГГц (Z_{xb} , Ом)

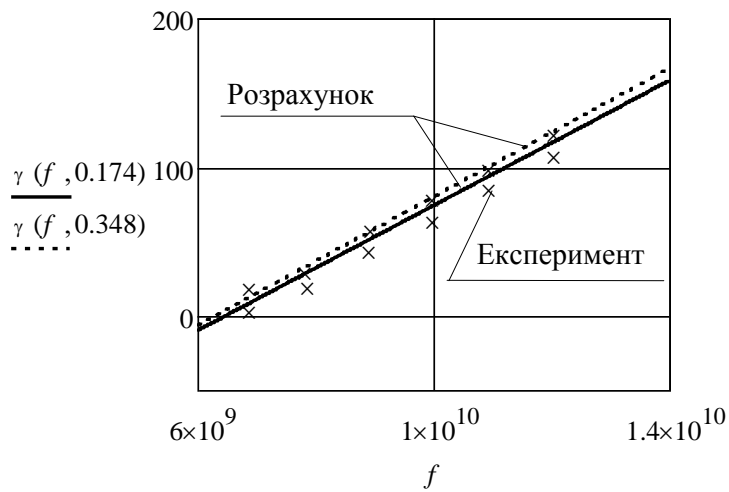


Рис. 5.27. Графіки залежностей $\gamma(f, t_x)$ за $\epsilon_r = 2$ та $t_x = 0,174$, $t_x = 0,348$ для модифікації ЧЗХ 2-1-2 у діапазоні частот 6 – 14 ГГц

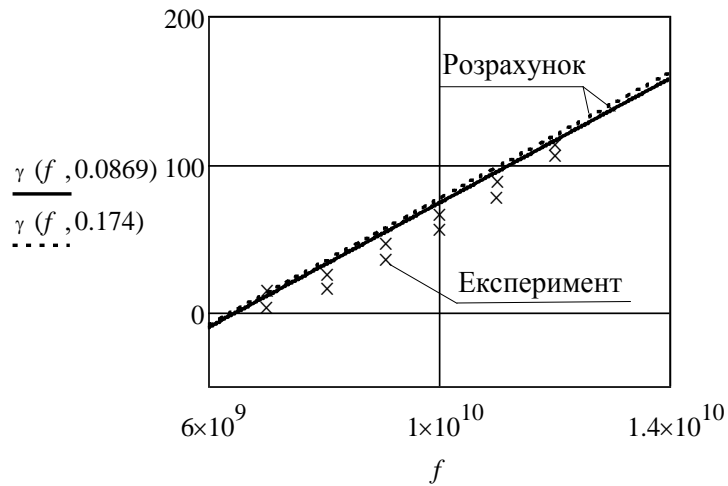


Рис. 5.28. Графіки залежностей $\gamma(f, t_x)$ за $\varepsilon_r = 2$ та $t_x = 0,0869$, $t_x = 0,174$ для модифікації ЧЗХ 1–2 у діапазоні частот 6 – 14 ГГц

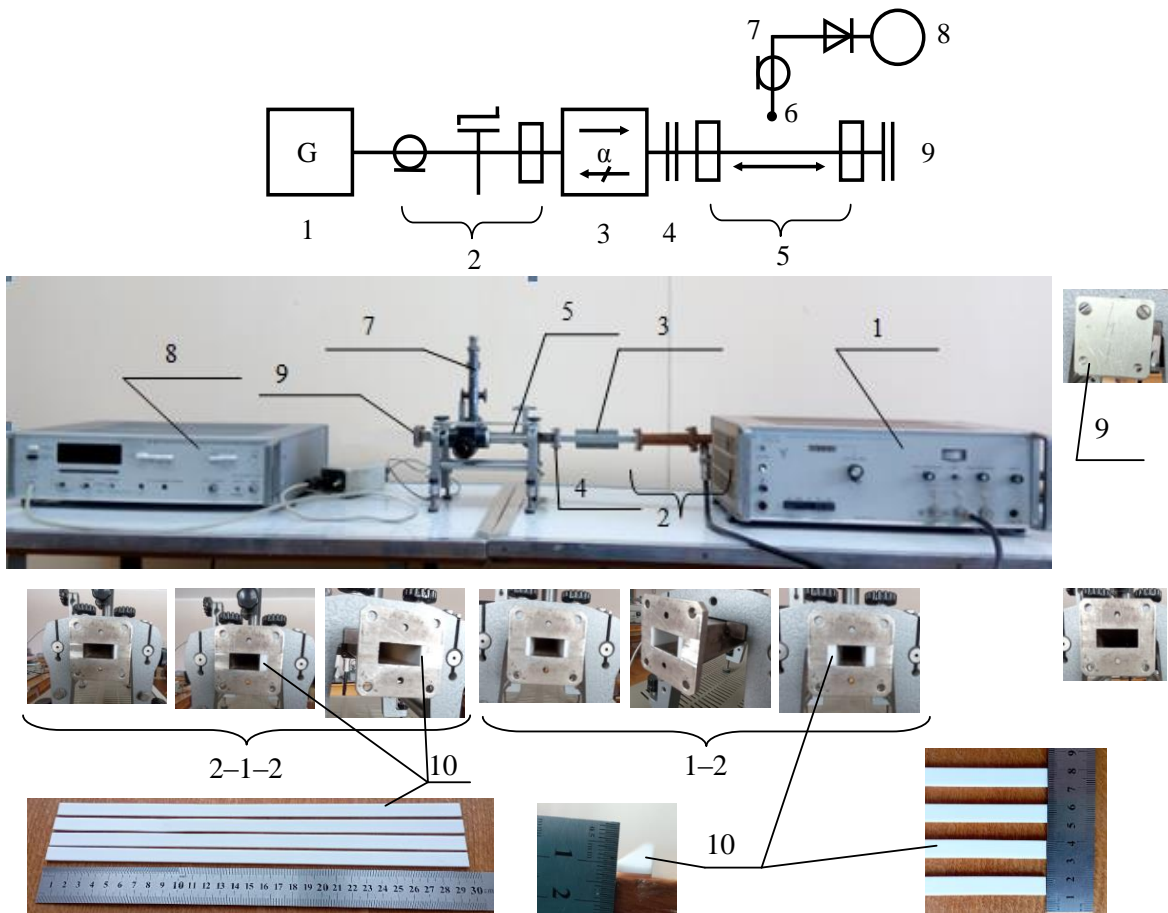


Рис. 5.29. Структурна схема та зовнішній вигляд виміральної установки для дослідження електродинамічних характеристик прямокутного хвилеводу із ЧДЗ

З виходу генератора 1 [5.41] через коаксіальний кабель, коаксіально-хвилеводний перехід 2, вентиль 3 електромагнітні коливання поступають на вхід вимірювальної лінії на базі прямокутного хвилеводу 5 [5.42], до виходу якої приєднано короткозамикач 9. З виходу детектора 7 вимірювальної лінії сигнал надходить на вимірювач відношень напруг 8 [5.43].

У прямокутний хвилевід вимірювальної лінії 5 розмірами 23×10 мм вставлено діелектричні пластини 10 (розміри кожної $253 \times 10 \times 2$ мм (Д \times Ш \times В)), виготовлені з фторопласту Ф4 із $\epsilon_r = 2$ [5.44] (рис. 5.29). Вимірюваною величиною є довжина хвилі у такому ЧДЗ. Значення довжини хвилі в прямокутному хвилеводі розраховуємо як середнє арифметичне $\lambda_{xвe}$ за трьома вимірюваннями. За експериментально виміряними значеннями $\lambda_{xвe}$ будуються залежності $\lambda_{xвe}(f)$ (рис. 5.24, рис. 5.25), з виразу (5.2.24) виражається експериментальне значення ефективної діелектричної проникності $\epsilon_{ef e}$, після підстановки якого у (5.3.27) знайдено експериментальні залежності $a_e(t_x)$ (рис. 5.23), у (5.4.1) – $Z_{xвe}(f, t_x)$ (рис. 5.26), в (5.2.1) $\gamma_e(f, t_x)$ (рис. 5.27, рис. 5.28).

Отже, зі збільшенням коефіцієнта заповнення t_x для двох модифікацій ЧЗХ довжина хвилі в хвилеводі зменшується (рис. 5.24, рис. 5.25). Це дозволяє змінювати електричний розмір прямокутного хвилеводу без зміни геометричного.

Результати порівняльного аналізу впливу модифікації ЧЗХ на зміну значення поперечного перерізу прямокутного хвилеводу $a \times b$ (рис. 5.23) наведено у табл. 5.5 [5.39].

Таблиця 5.5

Необхідний розмір поперечного перерізу прямокутного хвилеводу залежно від модифікації ЧЗХ за $t_y = 1$, $f = 10 \Gamma\Gamma\text{ц}$

Модифікація	t_y	t_x	$a \times b$ см, ($\epsilon_r = 2$)	
			Розрахунок	Експеримент
2–1–2	1	0,174	(2,29 \times 1,145)	(2,24 \times 1,12)
	1	0,348	(2,228 \times 1,114)	(2,16 \times 1,08)
1–2	1	0,0869	(2,293 \times 1,1465)	(2,241 \times 1,1205)
	1	0,174	(2,246 \times 1,123)	(2,223 \times 1,1115)

Як бачимо, у модифікації 2–1–2 діелектричні пластини розташовано в мінімумах електричного поля хвилеводу. Коли значення t_x мале, то пластини знаходяться у мінімумах електричного поля і практично не впливають на сталу поширення, поле спотворюється слабо. У такому разі розміри поперечного перерізу хвилеводу можна змінювати незначно. Зі збільшенням t_x діелектричні пластини поступово входять в область дії електричного поля, яке, відповідно до граничних умов, не має розриву. Це збільшує вплив діелектрика, поле спотворюється, зміщується до пластин, майже повністю переходить у діелектрик. Цей діелектричний ефект спричиняє нелінійну залежність розмірів хвилеводу від коефіцієнта заповнення t_x . Зазначимо, що помітний вплив діелектричних пластин починається із критичного значення $t_x = 0,35$ (рис. 5.23). Порівнюючи хвилеводи із однією діелектричною пластинною та двома, можна стверджувати, що для досягнення одного і того ж ефекту хвилевід із двома пластинами потребує майже в двічі більшого об'єму діелектрика.

Також зі збільшенням коефіцієнта заповнення t_x (рис. 5.27, рис. 5.28) стала поширення збільшується для обох розглянутих модифікацій ЧЗХ. Це призводить до збільшення затухання по вздовжній та поперечних складових електромагнітного поля у хвилеводі на що впливає також зменшення хвильового опору (рис. 5.26). У випадку $f = f_{кр}$ хвильовий опір різко зростає.

Максимальна відносна похибка експериментальних досліджень не перевищує 15 % (рис. 5.23 – рис. 5.28).

Проведені експериментальні дослідження показують, що вираз (5.2.9) можна використовувати замість точного при $\varepsilon_r \leq 5$ для модифікацій 2–1–2 та 1–2 за будь-яких значень t_x та $t_y = 1$ для розрахунку антен, фазообертачів, узгоджувальних трансформаторів, тощо, а також вимірюванні діелектричної проникності матеріалів [5.45].

1. Експериментальне дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на електродинамічні характеристики та розміри прямокутного хвилеводу підтвердило доцільність та достатню точність наближеного методу [5.35], який відрізняється від

існуючих тим, що для визначення сталих поширення у прямокутному хвилеводі із ЧДЗ не потрібно розв'язувати трансцендентні дисперсійні рівняння.

2. Максимальна відносна похибка результатів експериментальних досліджень впливу часткового діелектричного заповнення на електродинамічні характеристики та розміри прямокутного хвилеводу для модифікацій 2–1–2, 1–2 не перевищує 15 %, зокрема для модифікації 2–1–2 вона менша ніж для 1–2.

3. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів забезпечується збіжністю результатів розрахунку за граничних умов із відомими результатами та збіжністю отриманих формул за одиницями вимірювання, а також шляхом зіставлення експериментальних результатів з відомими теоретичними результатами.

4. Практичним значенням результатів досліджень є можливість проектування антен зі зменшеним поперечним перерізом хвилеводу за незмінних його електричних розмірів.

5.5. Удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження

Одним із достатньо перспективних типів антен, які застосовуються в діапазоні надвисоких частот, є відкриті кінці хвилеводів прямокутного чи круглого перерізів [5.46], які знаходять самостійне застосування, зокрема, як слабоспрямовані антени літальних апаратів [5.46]. Також як опромінювачі дзеркальних антен, елементи фазованих антенних решіток.

Антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу характеризуються слабкою спрямованістю і простотою в конструктивному плані. Проте вони мають порівняно великий розмір поперечного перерізу в сантиметровому діапазоні хвиль. Наприклад, для хвилі типу H_{10} та смуги частот 8–12 ГГц розмір поперечного перерізу складає 23×10 мм, а для смуги частот, наприклад, 6–8 ГГц – 29×13 мм [5.47, 5.48, 5.49–5.51]. Зменшити геометричні розміри поперечного перерізу відкритого кінця прямо-

кутного хвилеводу за незмінних електричних розмірів можна шляхом застосування ЧДЗ [5.49–5.51].

За використання відкритого кінця прямокутного хвилеводу важливу роль мають способи збудження хвиль необхідного типу. Частіше для переходів від коаксіальної лінії живлення до хвилеводної застосовується електричний зв'язок [5.52]. При цьому штир збудження розташований паралельно електричним силовим лініям. Підбираючи довжину штиря збудження $l_{ш}$ та відстань від нього до короткозамкненої стінки l_1 , можна забезпечити необхідне узгодження. Але зменшення втрат в антені вказаного типу доцільно досягти шляхом покращення узгодження.

Розв'язок електродинамічної задачі для частково заповненого хвилеводу зводиться, в першу чергу, до пошуку сталої поширення [5.53, 5.54]. Для визначення сталих поширення та полів у ЧЗХ розроблено ряд точних та наближених методів [5.55, 5.56], які характеризуються особливостями, що обмежують їх застосування в тому чи іншому випадку.

Метод, представлений в літературі [5.35], має достатню для практики точність. Тому доцільне його застосування для розрахунку сталої поширення з метою зменшення геометричних розмірів поперечного перерізу прямокутного хвилеводу шляхом ЧДЗ. Оскільки хвилевід неоднорідний, то вводиться ефективна діелектрична проникність ε_{ef} середовища, яке його заповнює, для розрахунку основних електродинамічних характеристик [5.35]. Значення ε_{ef} знаходиться через власні поперечні векторні функції порожнистого хвилеводу [5.35, 5.53]. Модифікація ЧДЗ повинна бути такою, щоб передбачати наявність пристрою збудження. Тому доцільно із можливих [5.35] обрати модифікацію 2–1–2 – дві діелектричні пластини, розташовані симетрично біля вузьких стінок хвилеводу.

Для модифікації 2–1–2 ефективна діелектрична проникність для хвилі типу H_{10} має вигляд (5.2.9) [5.13].

Множник заповнення та коефіцієнт заповнення за віссю x беруться із табл. 5.1.

Розмір широкої стінки хвилеводу, пов'язаний із ефективною діелектричною проникністю a_∂ , з урахуванням критичної довжини хвилі $\lambda_{кр}$, визначається таким чином, відповідно до (5.3.3) [5.4, 5.7]:

$$a_\partial = \frac{\lambda_{кр}}{2\sqrt{\varepsilon_{ef}}} . \quad (5.5.1)$$

Розмір вузької стінки хвилеводу b_x вибирається з умови $b_x = (0,4 \dots 0,5)a$ [5.49, 5.52, 5.40]. Нехай розмір вузької стінки з урахуванням впливу ЧДЗ $b_{x\partial} = 0,5a_\partial$. Отриманий вираз (5.5.1) дозволяє врахувати вплив відносної діелектричної проникності діелектрика ЧЗХ ε_r на зміну геометричних розмірів поперечного перерізу прямокутного хвилеводу для хвилі типу H_{10} .

Критерієм узгодження пристрою збудження із хвилеводом є режим біжучої хвилі в коаксіальній лінії живлення, тобто рівність вхідного опору штиря збудження хвильовому опору коаксіальної лінії живлення Z_∂ . Вхідний опір штиря збудження в хвилеводі в загальному випадку є комплексною величиною. Активна частина вхідного опору залежить в основному від довжини штиря збудження, реактивна – від довжини та товщини. На відміну від вільного простору, вхідний опір штиря збудження в хвилеводі залежить від структури поля в хвилеводі поблизу штиря.

Активну частину вхідного опору можна вважати рівною опору випромінювання штиря збудження в прямокутному хвилеводі R_Σ . Опір випромінювання штиря збудження в прямокутному хвилеводі за наявності відбитої хвилі визначається відомим співвідношенням [5.53, 5.56], яке враховує зокрема зміщення штиря збудження відносно вузької стінки хвилеводу x_1 , відстань від штиря збудження до ближчого вузла напруги $l_{\max 1}$. Положення штиря збудження l_1 рекомендується вибирати із умови рівності реактивних частин провідностей справа та зліва від нього відповідно до виразу наведеного в [5.53]. Задаючи величини x_1 та l_1 , знаходить-

ся довжина штиря збудження $l_{ш}$ за якої можна отримати необхідне значення його вхідного опору.

Отже, для повного узгодження можна регулювати довжину штиря збудження $l_{ш}$ та положення короткозамкнутої стінки в хвилеводі l_1 . Проте в ряді випадків для спрощення конструкції обмежуються одним регулюванням та допускають певне розузгодження в коаксіальній лінії живлення. Крім того, відомі формули дають точні результати тільки за достатньо малих значень $l_{ш}$ і справедливі за допущення, що в правій частині прямокутного хвилеводу буде біжуча хвиля [5.57].

На рис. 5.30. представлені графіки зміни коефіцієнта стоячої хвилі за напругою у смузі частот 6–8 ГГц відкритого кінця прямокутного хвилеводу в перерізі розташування штиря збудження, отримані шляхом розрахунку та експериментальних досліджень за відомою методикою [5.53, 5.57–5.59].

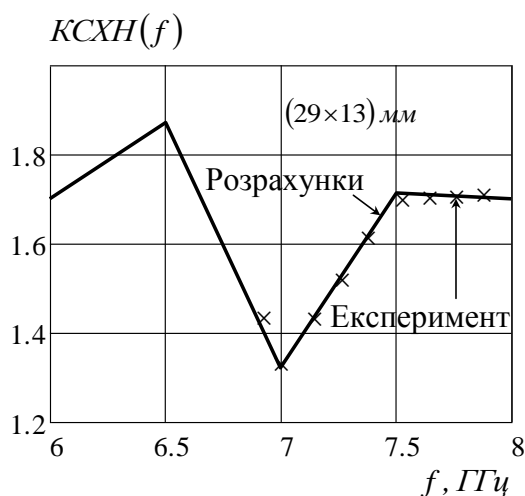


Рис. 5.30. Графіки зміни КСХН відкритого кінця прямокутного хвилеводу в перерізі розташування штиря збудження

Відповідно до рис. 5.30, величина КСХН змінюється в межах від 1,32 до 1,87 за значень розмірів поперечного перерізу прямокутного хвилеводу (29×13) мм.

Нормовані ДС відкритого кінця прямокутного хвилеводу в площинах Е і Н та коефіцієнт підсилення відкритого кінця прямокутного хвилеводу [5.60, 5.61] не враховують ЧДЗ.

Тому необхідне удосконалення методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження, яка врахувала б одночасно ефективну діелектричну проникність заповнення, зміну розмірів штиря збудження та його зміщення відносно осі хвилеводу для зменшення геометричних розмірів поперечного перерізу хвилеводу та покращення узгодження антени у визначеній смузі частот.

Антина у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження в декартовій системі координат може бути зображена у вигляді, наведеному на рис. 5.31.

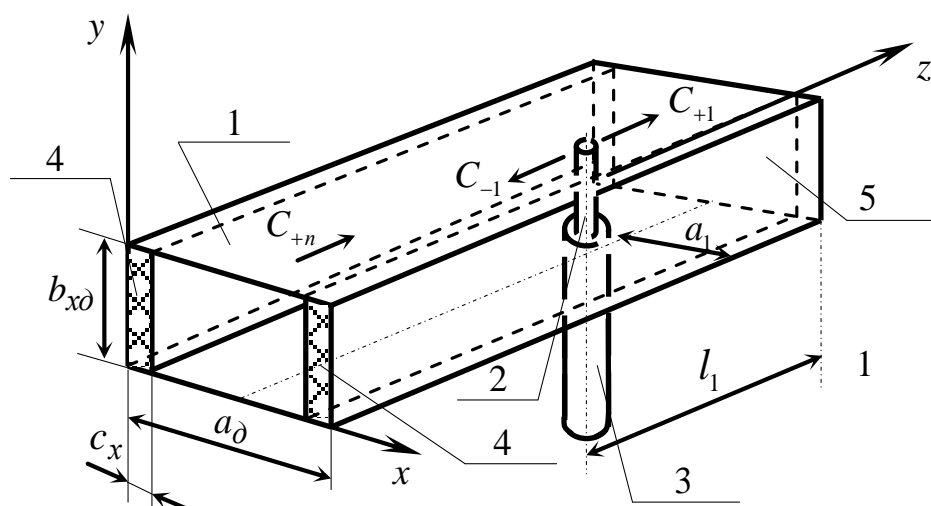


Рис. 5.31. Антина у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження

Антина (рис. 5.31) складається з відрізка прямокутного хвилеводу 1, який збуджується штирем 2, та коаксіальної лінії живлення 3. Паралельно вузькій стінці хвилеводу встановлені прямокутні діелектричні пластини 4, а торцева стінка 5 є короткозамкнутою.

Розрахунок збудження прямокутного хвилеводу виконано за використання методу, розглянутого в роботах [5.40, 5.62], із здійсненням його удосконалення.

На рис. 5.31 наведено наступні позначення амплітуд хвиль:

C_{+n} – амплітуда падаючої на розкриття хвилі, що поширюється вздовж осі z ;

C_{+1} – амплітуда хвилі, яка збуджена штирем та розповсюджується вздовж осі z до короткозамкнутої торцевої стінки;

C_{-1} – амплітуда хвилі, яка збуджена штирем та розповсюджується у напрямку до розкриття.

Опис удосконаленої методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу із ЧДЗ та штирем збудження наступний.

Порядок виведення формул, які застосовуються в удосконаленій методиці описаний в літературі [5.63].

1. Розрахунок довжини хвилі в хвилеводі $\lambda_{xв}$ для хвилі типу H_{10} за відомою формулою [5.48], ефективної діелектричної проникності хвилеводу з ЧДЗ ε_{ef} за формулою (5.2.9) з урахуванням формул із табл. 5.1 геометричних розмірів поперечного перерізу прямокутного хвилеводу з урахуванням ЧДЗ a_{∂} , $b_{x\partial}$ за наступними виразами:

$$a_{\partial} = a / \sqrt{\varepsilon_{ef}}, \quad (5.5.2)$$

$$b_{x\partial} = b_x / \sqrt{\varepsilon_{ef}}. \quad (5.5.3)$$

2. Розрахунок взаємного опору хвилеводу із ЧДЗ та штиря збудження $Z_{xв}$ з урахуванням його зміщення відносно осі хвилеводу за формулою [5.63]:

$$Z_{xв} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{l_{ш}}{b_{x\partial}} \frac{\sin^2 \frac{\pi a_1}{a}}{ka \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{ka}\right)^2}}, \quad (5.5.4)$$

де ε_0, μ_0 – діелектрична та магнітна проникності вакууму, $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\Phi}{м}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$; $k = 2\pi / (\lambda_{xв} / \sqrt{\varepsilon_{ef}})$ – хвильове

число за розповсюдження хвилі в частково заповненому хвилеводі, град./м, рад/м.

3. Визначення хвильового опору штиря збудження $Z_{ш}$ з урахуванням його зміщення відносно осі хвилеводу та ЧДЗ хвилеводу за формулою, яка має наступний вигляд:

$$Z_{ш} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{эф}}} \left[\ln \frac{2l_{ш} \sin \frac{\pi a_1}{a}}{r} - 1 \right], \quad (5.5.5)$$

де r – радіус штиря збудження, м.

4. Знаходження нормованої провідності коаксіально-хвилеводного переходу зі сторони прямокутного хвилеводу Y за формулою:

$$Y = Z_{хв} \frac{2}{jZ_{ш}} \left[1 - \frac{\cos kl_{ш}}{kl_{ш}} + \frac{\frac{Z_n}{Z_{ш}}(1 - \cos kl_{ш}) + j \sin kl_{ш}}{(\frac{Z_n}{Z_{ш}}) \sin kl_{ш} + j \cos kl_{ш}} \left(\frac{\sin kl_{ш}}{kl_{ш}} \right) \right] - jctg \left[\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a_0} \right)^2} a_{01} \right], \quad (5.5.6)$$

де Z_n – хвильовий опір коаксіальної лінії живлення, Ом.

Підбір розмірів та положення штиря збудження у формулі (5.5.6) з урахуванням (5.5.1)–(5.5.5) за яких значення нормованої провідності переходу зі сторони прямокутного хвилеводу $Y \approx 1$.

5. Розрахунок амплітуди хвилі, яка збуджена штирем та випромінена в сторону розкриву, C_{+1} з урахуванням (5.5.4), (5.5.5) за формулою, що має наступний вигляд:

$$C_{+1} = l_{ш} \frac{E_{-1\xi} E_{\xi}^{cm}}{N_1 jk Z_{ш}} \left(1 - \frac{1 - \cos kl_{ш}}{kl_{ш}} + \right) \quad (5.5.7)$$

$$+ \frac{\left(\left(\frac{z_1 z_2}{Z_{uu}^2} \right) (1 - \cos kl_{uu}) + \frac{z_1 - z_2}{jZ_{uu}} \sin kl_{uu} + \cos kl_{uu} - 1 \right) \frac{\sin kl_{uu}}{kl_{uu}}}{\left(\frac{z_1 z_2}{Z_{uu}^2} + 1 \right) \sin kl_{uu} + \frac{z_1 - z_2}{jZ_{uu}} \cos kl_{uu}}.$$

де N_1 – норма власної функції хвилеводу, Вт; $E_{-1\xi}$ – напруженість електричного поля власної хвилі прямокутного хвилеводу, В/м; E_{ξ}^{cm} – напруженість стороннього електричного поля на штирі збудження, В/м.

6. Визначення нормованої шунтуючої провідності Y_{uu} , що вноситься штирем збудження в хвилевід, навантажений на опори z_1 та z_2 , з урахуванням (5.5.4), (5.5.5) за наступним виразом:

$$Y_{uu} = -2 \frac{l_{uu}}{jkZ_{uu}} \frac{E_{-1\xi} E_{+1\xi}}{N_1} \left\{ 1 - \frac{\cos kl_{uu}}{kl_{uu}} + \frac{\left[\frac{z_1 z_2}{Z_{uu}^2} (1 - \cos kl_{uu}) + \frac{z_1 - z_2}{jZ_{uu}} \sin kl_{uu} + \cos kl_{uu} - 1 \right] \frac{\sin kl_{uu}}{kl_{uu}}}{\left(\frac{z_1 z_2}{Z_{uu}^2} + 1 \right) \sin kl_{uu} + \frac{z_1 - z_2}{jZ_{uu}} \cos kl_{uu}} \right\} \quad (5.5.8)$$

7. Знаходження амплітуди падаючої хвилі на розкриттє відкритого кінця прямокутного хвилеводу з ЧДЗ C_{+n} з урахуванням (5.5.8) із формули [5.64]:

$$Y_{uu} = -\frac{2\Gamma}{1+\Gamma} = -\frac{C_{+1}}{C_{+1} + C_{+n}}. \quad (5.5.9)$$

8. Розрахунок коефіцієнта відбиття від штиря збудження прямокутного хвилеводу з ЧДЗ Γ з урахуванням знайденого значення C_{+n} та (5.5.7) за виразом [5.64, 5.65]:

$$\Gamma = \frac{C_{+1}}{C_{+n}}. \quad (5.5.10)$$

9. Визначення коефіцієнта стоячої хвилі за напругою у смузі частот $KСХН(f)$ за формулою [5.48]:

$$KСХН(f) = \frac{1 + |\Gamma(f)|}{1 - |\Gamma(f)|}. \quad (5.5.11)$$

10. Розрахунок нормованих діаграм спрямованості відкритого кінця прямокутного хвилеводу з ЧДЗ у площинах Е $F_E(\theta)$ та Н $F_H(\theta)$ відповідно за виразами [5.66], які враховують ЧДЗ:

$$F_E(\theta) = \left[1 + \sqrt{\varepsilon_{ef} - (\lambda_0/2a_\delta)^2} \cos \theta \right] \frac{\sin\left(\frac{k_0 b_{x\delta}}{2} \sin \theta\right)}{\frac{k_0 b_{x\delta}}{2} \sin \theta}, \quad (5.5.12)$$

$$F_H(\theta) = \left[\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_{ef} - (\lambda_0/2a_\delta)^2} \right] \frac{\cos\left(\frac{k_0 a_\delta}{2} \sin \theta\right)}{1 - \left(\frac{2a_\delta \sin \theta}{\lambda_0}\right)^2}, \quad (5.5.13)$$

де λ_0 – довжина хвилі у вільному просторі, м; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – хвильове число у вільному просторі, град./м, рад/м.

11. Знаходження коефіцієнта підсилення відкритого кінця прямокутного хвилеводу з ЧДЗ G за формулою [5.66] з урахуванням ЧДЗ:

$$G = 0,81 \frac{\pi(a_\delta b_{x\delta})^2}{\lambda_0^2} \cdot \left[1 + \sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \right]^2 \cdot \left(\sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2} \right)^{-1} \cdot \eta_1, \quad (5.5.14)$$

де η_1 – коефіцієнт корисної дії антени.

Отже, удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з ЧДЗ та штирем збудження враховує ефективну діелектричну проникність заповнення, розміри штиря збудження та його зміщення відносно осі хвилеводу.

Дослідження залежності КСХН від зміни розмірів та положення штиря збудження в прямокутному хвилеводі із ЧДЗ. У результаті проведеного дослідження визначено, що за рахунок часткового діелектричного заповнення із застосуванням двох діелектричних пластин (рис. 5.31) розмірами $c_x = 6$ мм, відносна діелектрична проникність яких дорівнює $\varepsilon_r = 1,9$ (фторопласт), можна зменшити поперечний переріз хвилеводу до (23×10) мм без зміни смуги робочих частот (6–8 ГГц).

За наведеною удосконаленою методикою розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження отримано графіки залежностей КСХН від частоти за різного радіусу штиря збудження та $l_{ш} = 0,13\lambda_0$, $a_{\partial 1} = 0,26\lambda_0$ (рис. 5.32).

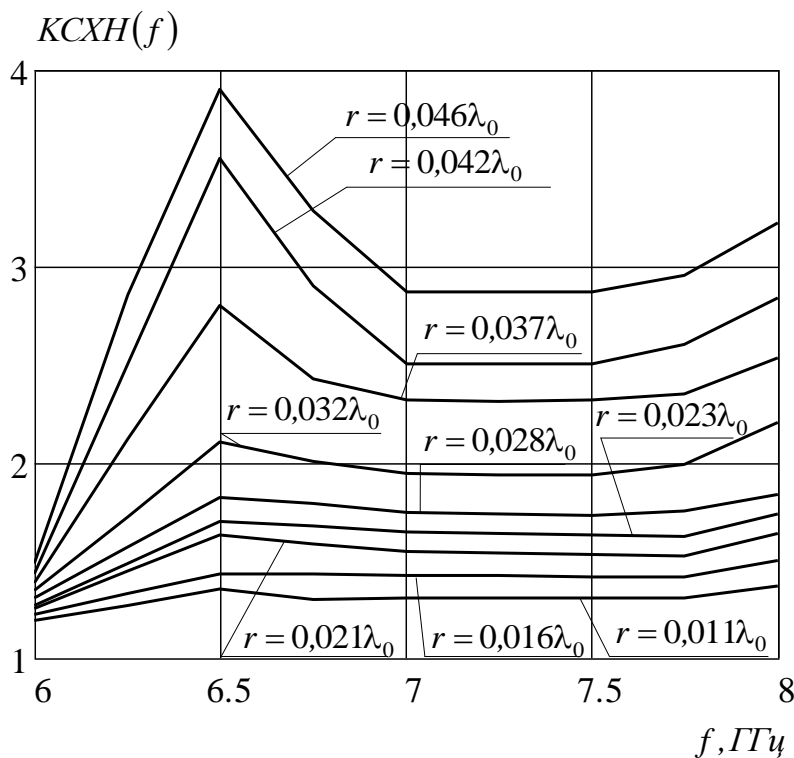


Рис. 5.32. Графіки залежностей КСХН від частоти за різного радіусу штиря збудження

Якщо радіус штиря збудження r збільшується, то його хвильовий опір $Z_{ш}$ зменшується (5.5.5), а зведена реактивна провідність зростає [5.35]. Оскільки реактивна провідність пропорційна потужності реактивного поля, то значення амплітуд хвиль, які

збуджені штирем у прямокутному хвилеводі зростає. Відповідно збільшується коефіцієнт відбиття від штиря збудження та КСХН у смузі частот (рис. 5.32). За значень зміни радіусу штиря збудження в межах від $0,011\lambda_0$ до $0,028\lambda_0$ величина КСХН не перевищує 2.

Графіки залежностей КСХН від частоти за різної довжини штиря збудження та, $a_{\partial 1} = 0,26\lambda_0$, $r = 0,016\lambda_0$ наведено на рис. 5.33.

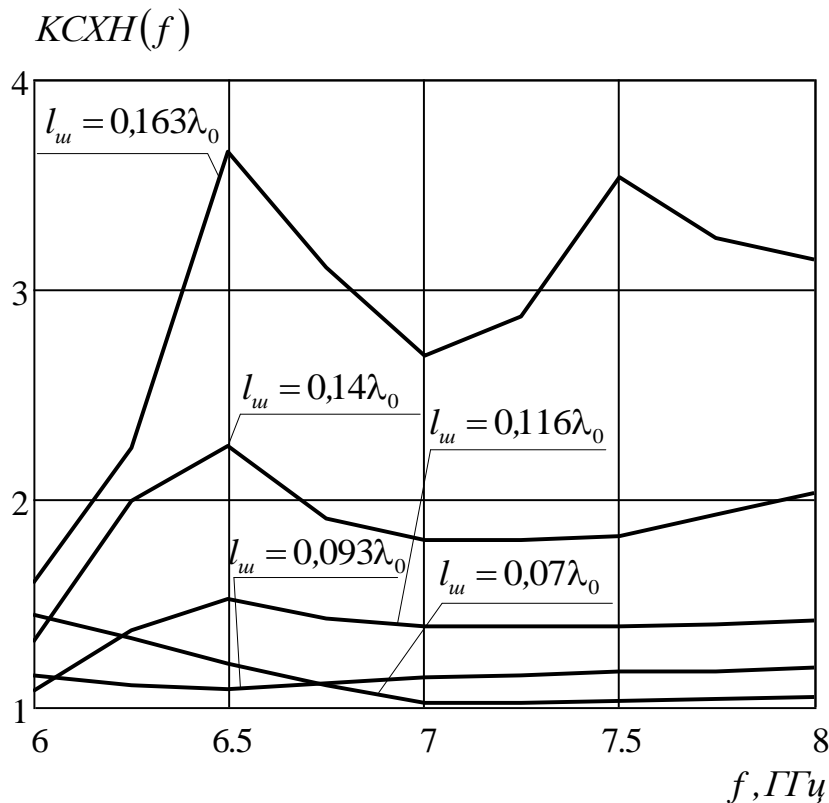


Рис. 5.33. Графіки залежностей КСХН від частоти за різної довжини штиря збудження

За збільшення довжини штиря збудження значення його хвильового опору зростає, відповідно зростає напруга вздовж штиря, що приводить до збільшення амплітуди хвиль, збуджених штирем у прямокутному хвилеводі.

Проте за цього зростає коефіцієнт відбиття від штиря збудження та КСХН (рис. 5.33). З іншого боку, за довжини штиря збудження, яка менша від чверті довжини хвилі ($l_{uz} < \lambda_0/4$), він має ємнісну провідність, оскільки в його реактивному полі пере-

важає електрична енергія. Амплітуда напруги вздовж штиря збудження збільшується, а амплітуда струму – спадає. Тоді значення амплітуд хвиль, збуджених штирем у прямокутному хвилеводі, буде зменшуватись. Відповідно, коефіцієнт відбиття від штиря збудження та КСХН зменшаться (рис. 5.33). За значень $l_{ш} = 0,07\lambda_0$ та $l_{ш} = 0,093\lambda_0$ КСХН не перевищує 2. Графіки залежностей КСХН від частоти за різного зміщення штиря збудження та $r = 0,016\lambda_0$, $l_{ш} = 0,13\lambda_0$ представлено на рис. 5.34.

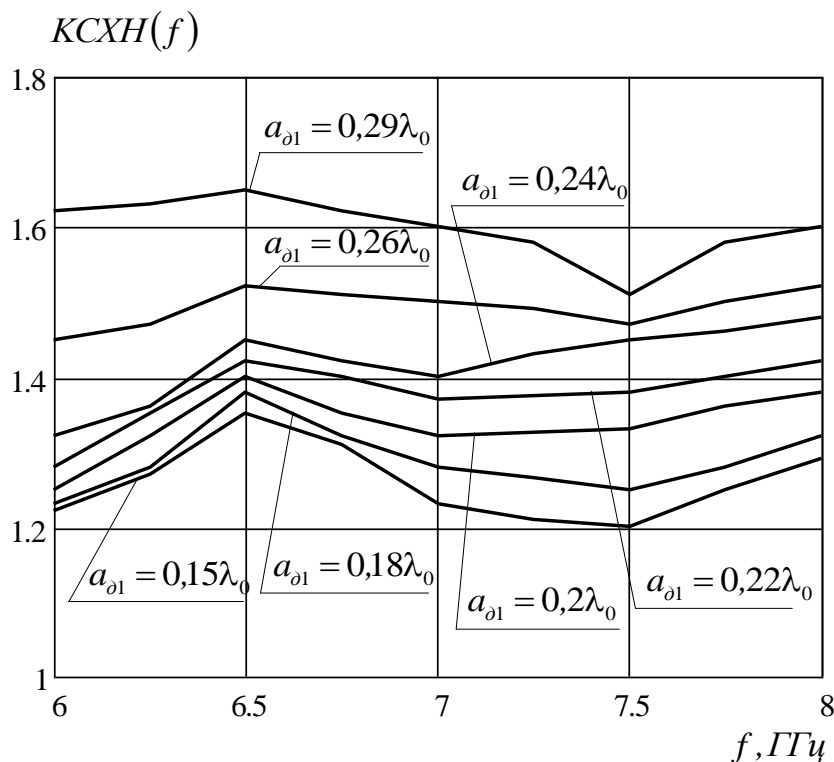


Рис. 5.34. Графіки залежностей КСХН від частоти за різного зміщення штиря збудження

За зміщення штиря збудження відносно осі прямокутного хвилеводу до його вузької стінки значення КСХН зменшується у смузі частот. Це відбувається за рахунок впливу діелектричного ефекту за наявності ЧДЗ, зміни хвильового опору штиря збудження та взаємного опору хвилеводу і штиря збудження таким чином, що нормована провідність коаксіально-хвилеводного переходу зі сторони прямокутного хвилеводу наближається до оди-

ниці. За зміщень штиря збудження $a_{\partial 1} = 0,15\lambda_0$, $a_{\partial 1} = 0,18\lambda_0$, $a_{\partial 1} = 0,2\lambda_0$ значення КСХН у смузі частот не перевищує 1,4.

Отже, за використання удосконаленої методики забезпечується можливість розроблення антен із: зменшеним поперечним перерізом хвилеводу до 61 % за його незмінних електричних розмірів (проте є можливість ще зменшувати розміри поперечного перетину до необхідних шляхом зміни ε_{ef}); покращеним узгодженням, що забезпечує значення КСХН у смузі частот 6–8 ГГц не більше 1,18 (від 1,04 до 1,18).

Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів забезпечується збіжністю результатів розрахунку за граничних умов ($a_{\partial 1} = 0,5a_{\partial}$, $\varepsilon_r = 1$ та $c = \text{var}$, $c_x = 0$ та $\varepsilon_r = \text{var}$) із відомими результатами, а також збіжністю отриманих формул за одиницями вимірювання.

За формулами (5.5.12), (5.5.13) побудовано графіки нормованих діаграм спрямованості антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з ЧДЗ та штирем збудження в площинах Е та Н (рис. 5.35).

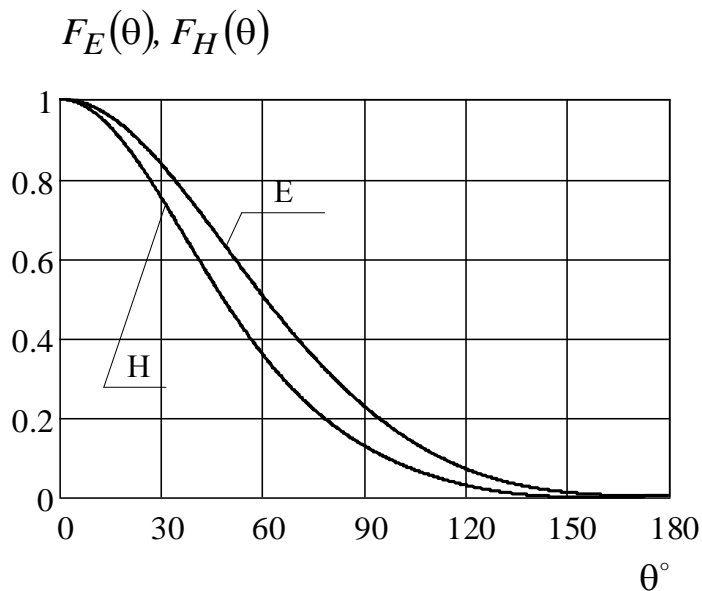


Рис. 5.35. Нормовані ДС антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з ЧДЗ та штирем збудження в площинах Е та Н

Ширина ДС (рис. 5.35) у площині Н вужча, ніж у площині Е залежно від амплітудно-фазового розподілу та розміру апертури. Але загалом ширина ДС антени знаходиться біля 60° . У площині Е рівномірний амплітудний розподіл, але розмір вузької стінки малий порівняно з розміром широкої стінки, тому ширина ДС більша. У площині Н амплітудний розподіл можна вважати косинусним, оскільки товщина та відносна діелектрична проникність пластин невелика. Зміну фазового розподілу можна усунути шляхом зміни довжини прямокутного хвилеводу.

1. У результаті проведеного дослідження удосконалено методику розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження, яка відрізняється від існуючих врахуванням ефективної діелектричної проникності заповнення, розмірів штиря збудження та його зміщення відносно осі хвилеводу, визначенням нормованої провідності коаксіально-хвилеводного переходу зі сторони прямокутного хвилеводу. Це дозволяє зменшувати геометричні розміри поперечного перерізу хвилеводу (до 61 % і більше) за його незмінного електричного розміру, а також покращувати узгодження антени у визначеній смузі частот (зменшувати КСХН до рівня, що не перевищує 1,18 у смузі частот 6–8 ГГц).

2. Отримано формулу (5.5.8) для нормованої шунтуючої провідності, що вноситься штирем, навантаженим на опори z_1 та z_2 , яка може бути застосована в різних часткових випадках за зміни характеру опорів навантажень z_1 та z_2 при розрахунку та проектуванні інших антен і елементів техніки надвисоких частот.

3. Аналітичний опис нормованої провідності коаксіально-хвилеводного переходу зі сторони прямокутного хвилеводу (5.5.6) дозволяє забезпечити узгодження штиря збудження з коаксіальною лінією живлення шляхом визначення (оптимізації) його розмірів та положення у хвилеводі.

4. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів забезпечується збіжністю результатів розрахунку за граничних умов із відомими результатами та збіжністю отриманих формул за одиницями вимірювання.

5. Практичним значенням результатів досліджень є можливість синтезу (проектування) антен з покращеним узгодженням та зменшеним поперечним перерізом хвилеводу за незмінних його електричних розмірів.

6. Перспективи подальших досліджень у цьому напрямі полягають у розв'язанні задачі оптимізації розмірів і положення щитра збудження та параметрів ЧДЗ з метою мінімізації коефіцієнта стоячої хвилі за напругою у заданому діапазоні робочих частот.

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 5

5.1. Головки Д. Б., Скрипник Ю. О. Методи і засоби частотно-дисперсійного аналізу речовин та матеріалів. Фізичні основи. - К.: Фада, Лтд, 2006. – 200 с.

5.2. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1978. – 608 с.

5.3. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. – М.: Сов. Радио, 1967. – 216 с.

5.4. Бергер М. Н., Копилевич Б. Ю. Прямоугольные волноводы с диэлектриками. – М.: Сов. Радио, 1973. – 256 с.

5.5. Бахрах Л. Д., Малов А. В., Макаров А. Ю. Частотное сканирование с помощью двух генераторов с переменными частотами при постоянстве частоты измерения, реализуемое в многощелевой антенне с частично заполненными волноводами / Л. Д. Бахрах, А. В. Малов, А. Ю. Макаров // Материалы 12-й МКрымико «СВЧ техника и ТК технологии». – Севастополь: Вебер. – 2002. – С. 288–289.

5.6. Яцук Л. П., Ляховский А. Ф., Ляховский А. А. Физические основы построения сканирующей волноводно-щелевой антенны на базе прямоугольного волновода с частично диэлектрическим заполнением / Л. П. Яцук, А. Ф. Ляховский, А. А. Ляховский // Материалы 10-й МКрымико «СВЧ техника и ТК технологии». – Севастополь: Вебер. – 2000. – С. 320–321.

5.7. Коротков В. Д., Маркин Г. В. Диэлектрические вкладыши в прямоугольном волноводе / В. Д. Коротков, Г. В. Маркин // Радиотехника. – 1990. – № 4. – С. 69–71.

5.8. Блинова Н. К., Яцук Л. П. Частотно-селективные волноводно-щелевые излучатели / Н. К. Блинова, Л. П. Яцук // Матери-

лы 11-й МКрымико «СВЧ техника и ТК технологии». – Севастополь: Вебер. – 2001. – С. 385–386.

5.9. Яцук Л. П., Катрич В. А., Жиронкина А. В. Вопросы теории элементов и устройств СВЧ трактов / Л. П. Яцук, В. А. Катрич, А. В. Жиронкина // Изв. Вузов. Радиоэлектроника. – 1996 – Т. 39. – № 9. – С. 29–38.

5.10. Астахов В. Н. Пути снижения эффективной поверхности рассеяния. Дис. к. т. н., 05.12.21 – Л.: 1989 – 190 с.

5.11. Ямпольский В. Г., Фролов О. П. Антенны и ЭМС. – М.: Радио и связь, 1983.– 273 с.

5.12. Ерухомович Ю. А., Тимофеева А. А. Рупорные антенны с регулируемым при помощи диэлектрика распределением в раскрыве / Ю. А. Ерухомович, А. А. Тимофеева // Труды НИИР.– 1980. – №3. – С. 5–9.

5.13. Mayboroda D. V., Pogarsky S. R., Saprykin I. I. The guiding properties of strip dielectric waveguides and possibility of functional radiating elements designing // Proc. of 5-th international conf, on Antenna Theory and techniques (JCATT 2005). – Kyiv, Ukraine. – 2005. – PP. 245–247.

5.14. Tzorakakis M., Langley R. J. A practical high gain dual-band antenna for ISM systems // Proc. of 5-th international conf, on Antenna Theory and techniques (JCATT 2005). – Kyiv, Ukraine. – 2005. – P. 319–322.

5.15. Сазонов Д. М., Гридин А. Н., Мишустин Б. А. Устройство СВЧ. – М.: Высшая школа, 1981.– 295 с.

5.16. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. – М.: Наука, 1973. – 392 с.

5.17. Жук М. С., Молочков Ю. Б. Проектирование линзовых, сканирующих, широкодиапазонных антенн и фидерных устройств. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

5.18. Кошечая С. В., Омеляненко М. Ю. Широкополосное согласование волноводов, содержащих материалы с большим ϵ //Изв. Вузов. Радиоэлектроника, 1984. – Т. 27. – № 12. – С. 70–72.

5.19. Лебедев И. В., Алыбин В.Г., Купцов Е. И. Интегрализация твердотельных управляющих и защитных устройств// Радиоэлектроника, 1982. – Т. 25. – № 10. – С. 32–43.

5.20. Веселов Г. И., Раевский С. Б. Слоистые металлодиэлектрические волноводы. – М.: Сов. Радио, 1988. – 248 с.

5.21. Орлеанская Э. В. Применение методов теории цепей к задачам о волноводах, частично заполненных диэлектриком // Радиотехника, 1970. – Т. 35. – № 23. – С.37–44.

5.22. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. – М.: Наука, 1967. – 460 с.

5.23. Чаплин А. Ф., Павлюкевич М. И. Исследование волн в прямоугольном волноводе, заполненном диэлектриком с потерями // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30.–№ 11. –С. 2089–2096.

5.24. Капилевич Б. Ю. Применение Фурье-разложение проникаемости сред для анализа, направляемых волн в слоисто-неоднородных структурах / Б. Ю. Капилевич // Радиотехника, 1979. – Т. 34. – № 8, С. 45–47.

5.25. Почерняев В. Н., Скрыпник Л. В. Собственные функции частично-заполненного прямоугольного волновода / В. Н. Почерняев, Л. В. Скрыпник // Радиофизика. – 1990. – Т. 33. –№ 12. – С. 1385–1390.

5.26. Леер А. М. Универсальный метод анализа многослойных планарных линий и сложных волноводов / А. М. Леер // Изв. Вуз. Радиоэлектроника, – 1997. – Т. 40. – № 22. – С. 3–12.

5.27. Лейбин Ю. В. Применение СВЧ нагрева в США – «Электротермия», 1965. – № 45. – С. 65–105.

5.28. Chukhov V. V. One method of propagation constant measurement // Proceeding of microwaves millimeter and submillimeter waves (MSMW01) – Kharkov, Ukraine, 2004.– V. 2. – P. 820–822.

5.29. Скрипник Ю. О., Манойлов В. П., Яненко О. П. Модуляційні радіометричні пристрої та системи НВЧ-діапазону. – Житомир, ЖІТІ, 2001. – 373 с.

5.30. Лавренко Ю. Е. Преобразование модового состава поля в прямоугольном волноводе / Ю. Е. Лавренко // Изв. ЛЭТИ. Науч. Тр./ Ленинград . электрот. ин-т им В. И. Ульянова, 1981. – Вып. 297.– С. 3–7.

5.31. Бергер М. Н., Калиевич Б. Ю. Прямоугольные волноводы с диэлектриком. – М.: Сов. Радио, 1973. – 216 с.

5.32. Мурмужев Б. А., Скороходов В. В., Спиридонов О. П. // Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44. – № 3. – С. 157–165.

5.33. Копилевич Б. Ю., Трубехин Е. Р. Волноводно-диэлектрические фильтрующие структуры. Справочник. – М.: Радио и связь, 1990. – 272 с.

5.35. Манойлов В. П., Чухов В. В. Розрахунок хвилеводів з частковим діелектричним заповненням/ В. П. Манойлов, В. В. Чухов // Вісник Нац. техніч. ун-ту України „КПІ”. Серія „Радіотехніка. Радіоапаратобудування”. 2006. – Вип. 33. – С. 91–100.

5.36. Манойлов В. П., Каращук Н. М., Фриз С. П., Чухов В. В. Дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на розміри прямокутного хвилеводу / В. П. Манойлов, Н. М. Каращук, С. П. Фриз, В. В. Чухов // Проблеми створення, випробування та застосування складних інформаційних систем: Збірник наукових праць. – Житомир: ЖВІ, 2018. – Вип. 15. – С. 103–117.

5.37. Каращук Н. М., Манойлов В. П., Сабадаш С. С. Аналіз залежності характеристик випромінювання прямокутного хвилеводу від зміни його розмірів / Н. М. Каращук, В. П. Манойлов, С. С. Сабадаш // Вісник ЖДТУ. 2016.– № 76 – Вип. 1. – С. 33–46.

5.38. Манойлов В. П., Каращук Н. М. Хвилевідно-щілинна антена: Патент на винахід № 160269. заявл.: 25. 06. 2014, Бюл. №12; опубл. 11. 08. 2014, Бюл. №15.

5.39. Каращук Н. М., Манойлов В. П., Чухов В. В. Експериментальне дослідження впливу часткового діелектричного заповнення на електродинамічні характеристики та розміри прямокутного хвилеводу / Н. М. Каращук, В. П. Манойлов, В. В. Чухов, В. В. Герасименко, О. М. Кондратов, В. Г. Ципоренко, Р. Л. Ставісюк // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування.– Київ, 2022. – Вип. № 88. – С. 69–76 .
<https://doi.org/10.20535/RADAR.2022.88.69-76>.

5.40. Електродинаміка та поширення радіохвиль, Ч. 2. Випромінювання та поширення електромагнітних хвиль / Шокало В. М. та ін. ; за ред. В. М. Шокало. –Харків: ХНУРЕ, Колегіум, 2010. – 435 с.

5.41. Генераторы сигналов высокочастотные Г4-111, Г4-111/а, Г4-111/б. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 3.260.080 ТО. 1988. – 131 с.

5.42. Измерительная волноводная линия типа P1-4 (ИВЛУ-140). Описание и инструкция по эксплуатации. 1965. – 17 с.

5.43. Измеритель отношения напряжений В8-7. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 1984. – 99 с.

5.44. Фторопласт Ф-4 листовый 6-05-810-88 [Электронный ресурс] / ПП «Стандарт Комплект». – Режим доступа: <https://s-komp.com/izolyacijni-materiali/plastmasi-i-polimeri/ftoroplast-f-41/ftoroplast-f-4-list>.

5.45. Casula, G. A., Mazzarella, G., Montisci, G., Muntoni, G. A. A Review on Improved Design Techniques for High Performance Planar Waveguide Slot Arrays / G. A. Casula, G. Mazzarella, G. Montisci, G. A. Muntoni // Electronics – 2021. – Vol. 10. – NO. 1311. – PP. 1–24. DOI: 10.3390/electronics10111311.

5.46. Устройства СВЧ и НВЧ диапазонов / Ю. А. Иларионов, А. С. Раевский, С. Б. Раевский, А. Ю. Седаков. – М. : Радиотехника, 2013. – 730 с.

5.47. Wu K. L. A novel model analysis of a circular-to-rectangular waveguide T-junction and its application to design of circular dual-mode filters / K.L. Wu, M. Yu, A. Sivadas // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2002. – Vol. 50, NO. 2. – PP. 465–473.

5.48. Кураев А. А., Попкова Т. Л., Сеницын А. К. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Сеницын. – Минск: Бестпринт, 2004. – 357 с.

5.49. Теорія електромагнітного поля та основи техніки НВЧ / Соколов С. В. та ін. за заг. ред. Г. С. Воробйова – Суми: Сумський державний університет, 2011.– 393 с.

5.50. Купченко Л. Ф. Електродинаміка та поширення радіохвиль: конспект лекцій / Л. Ф. Купченко, А. С. Риб'як, О. В. Єфімова– Харків: ХУПС, 2013.– 144 с.

5.51. Черенков В. С. Техническая электродинамика / В. С. Черенков, А. М. Иваницкий. – Одесса: ОНАЗ им. А. С. Попова, 2006. – 160 с.

5.52. Ліпатов А. О. Техніка та прилади надвисоких частот телекомунікаційних систем / А. О. Ліпатов, М. О. Могильченко, Є. А. Якорнов. – Київ: НТУУ «КПІ», 2013. – 248 с.

5.53. Воскресенский Д. И. Антенны и устройства СВЧ. Расчет и проектирование антенных решеток и их излучающих элемен-

тов / Д. И. Воскресенский, Р. А. Грановская, В. Л. Гостюхин, В. С. Филиппов – Москва: Сов. радио, 1972. – 320 с.

5.54. Вайнштейн В. А. Электромагнитные волны / В. А. Вайнштейн. – Москва: Радио и связь, 1988. – 436 с.

5.55. Donchenko A. V. Measurements of the Permittivity of Materials Using the Double-Ridged Waveguide / A.V. Donchenko, G.F. Zargano, V.V. Zemlyakov // 14th International Scientific-Technical Conference APEIE, Novosibirsk – 2018. – PP. 29–32.

5.56. Sakhno O. V. Distributed feedback dye laser holographically induced in improved organic-inorganic photocurable nanocomposites / O.V.Sakhno, J. Stumpe, T.N. Smirnova // Appl. Phys. B. – 2011. – Vol. 103, NO. 4. – PP. 907–916.

5.57. Кочин В. Н. Моделирование несимметричного вертикального вибратора конечной толщины при осесимметричном возбуждении / В. Н. Кочин // Радиофизика и радиоастрономия. – 2002. – Т. 7. – № 1. – С. 17–28.

5.58. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн / Г. З. Айзенберг. – Москва: Связьиздат, 1957. – 699 с.

5.59. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ / И. В. Лебедев. – Москва: Высш. школа, 1970. – 437 с.

5.60. Абрамов С. К. Лінії передачі: навч. посіб. / С. К. Абрамов. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2009. – 70 с.

5.61. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства: учебн. пособие. / А. З. Фрадин. – Москва: Связь, 1977. – 440 с.

5.62. Шифрин Я. С. Антенны / Я. С. Шифрин. – Харьков: ВИРТА им. Л. А. Говорова, 1976. – 408 с

5.63. Magnetic Coupled Disk-Loaded Waveguide / R. O. Bolgov, et al. // XXII Russian Particle Accelerator Conference, Protvino. – 2010. – PP. 319–321.

5.64. Манойлов В. П. Дослідження електродинамічних характеристик антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу із частковим діелектричним заповненням та штирем збудження / В. П. Манойлов, В. В. Чухов, Н. М. Каращук // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2019. – № 1 (86). – С. 219–227.

5.65. Hamid M. R. Frequency Reconfigurable Vivaldi Antenna / M.R. Hamid, P.S. Hall, P. Gardner, F. Ghanem // 2010 Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation

(EuCAP), Barcelona, Spain, April 2010. IEEE Publ. – 2010. – PP. 1–4.

5.66. Борзов А. Б. Принципы построения сверхширокополосной антенны Вивальди для импульсных приемопередающих модулей систем ближней радиолокации и радиосвязи / А. Б. Борзов, К. П. Лихоеденко, Г. М. Серегин // Спецтехника и связь. – 2013. – № 6. – С. 54–57.

5.67. Кураев А. А. Методы расчета и оптимизация профиля рупора на E_{om} -волнах круглого волновода / А. А. Кураев, А. К. Сеницын // Доклады БГУИР. – 2005. – № 3 (11). – С. 33–41.

5.68. Каращук Н. М., Артюшин Л. М., Колос Ю. О. Удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця прямокутного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням та штирем збудження / Н. М. Каращук, Л. М. Артюшин, Ю. О. Колос, Р. О. Авсієвич, Д. В. Коваль // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. – Київ, 2020. – Вип. № 82. — С. 5–13. doi:10.20535/RADAP.2020.82.5-13.

РОЗДІЛ 6 УЗГОДЖЕННЯ ЛІНІЙ ПЕРЕДАЧІ НВЧ

6.1. Принципи узгодження навантаження із лінією передачі

В теорії звичайних довгих ліній під режимом узгодження розуміють режим, коли опір навантаження, який вмикається на виході лінії, дорівнює хвильовому опору даної лінії – $Z_n = Z_x$. За цього відбита хвиля відсутня. Коефіцієнт відбиття Γ виявляється рівним нулю, а коефіцієнт стоячої хвилі дорівнює одиниці. Таке поняття узгодження повністю використовується для роботи з різними лініями передачі НВЧ [6.1–6.5].

Потужність, що надходить в навантаження від узгодженого генератора має найбільшу величину.

Однак у випадку, коли генератор не узгоджений з лінією передачі, тобто внутрішній опір генератора не дорівнює хвильовому опору лінії, максимум потужності, яка передається досягається за іншої величини спряженого опору.

Умовою передавання максимальної потужності від будь-якого генератора в навантаження є комплексно спряжена величина внутрішнього опору генератора і навантаження. Спряжене узгодження зустрічаються не тільки в колах НВЧ, а і в звичайних електричних колах змінного струму із зосередженими постійними параметрами.

Таким чином, можливі два способи передачі максимальної потужності від генератора до навантаження:

в режимі біжучої хвилі (РБХ), коли генератор і навантаження узгоджені із лінією передачі;

в режимі стоячої хвилі (РСХ), за якого вихід генератора і вхід навантаження розузгоджені із лінією.

Для техніки НВЧ цікавим є перший випадок. Спряжене узгодження варто розглядати як небажане явище, що призводить до появи значних похибок.

Сам термін «узгодження» використовується як синонім режиму роботи лінії за відсутності спряженої хвилі.

Розглянемо причини найкращого узгодження, тобто наближення коефіцієнта стоячої хвилі за напругою до одиниці [6.1].

Потужність, що передається в навантаження, яке знаходиться на виході лінії без втрат, можна визначити в будь-якому перерізі лінії із співвідношення [6.6, 6.7]:

$$P = \frac{1}{2} |\dot{U}| \cdot |\dot{I}| \cos \varphi,$$

де \dot{U} , \dot{I} – комплексні амплітуди напруги і струму в даному перерізі; φ – зсув фаз між напругою і струмом.

В перетині, де знаходиться максимум напруги стоячої хвилі, є мінімум струму і $\varphi = 0$. Тому:

$$P = \frac{1}{2} |\dot{U}|_{\text{макс}} \cdot |\dot{I}|_{\text{мін}}. \quad (6.1.1)$$

Напруга і струм в перерізі максимуму стоячої хвилі дорівнюють [6.1]:

$$|\dot{U}|_{\text{макс}} = |\dot{U}_{\text{над}}| (1 + |\dot{\Gamma}|), \quad (6.1.2)$$

та

$$|\dot{I}|_{\text{мін}} = \frac{|\dot{U}_{\text{над}}|}{Z_x} (1 - |\dot{\Gamma}|). \quad (6.1.3)$$

Підставивши вирази (6.1.2) і (6.1.3) в (6.1.1), отримуємо:

$$P = \frac{1}{2} \frac{|\dot{U}_{\text{над}}|^2}{Z_x} (1 - |\dot{\Gamma}|^2). \quad (6.1.4)$$

Нехай генератор є узгодженим, тобто має опір Z_x . Тоді відбита від навантаження хвиля, що поступає в генератор, не відбивається в ньому та не може змінити амплітуду $|\dot{U}_{\text{над}}|$.

Таким чином, можна в подальшому вважати, що $|\dot{U}_{\text{над}}| \neq f(\Gamma)$. У випадку узгодженого навантаження $\Gamma = 0$. Тоді потужність максимальна:

$$P_{\text{макс}} = \frac{1}{2} \frac{|\dot{U}_{\text{над}}|^2}{Z_x}. \quad (6.1.5)$$

Відповідно, за розузгодженого навантаження з лінією у випадку узгодженого генератора, потужність, що поступає в навантаження, менша ніж за узгодженого навантаження і дорівнює [6.1]:

$$P = P_{\text{макс}} \left(1 - |\dot{\Gamma}|^2 \right). \quad (6.1.5a)$$

Отримані співвідношення можна представити наступним чином. Потужність P , яка надходить в навантаження, за законом збереження енергії дорівнює різниці між потужністю падаючої хвилі $P_{\text{над}}$ і потужністю відбитої хвилі $P_{\text{відб}}$, за цього:

$$P_{\text{над}} = \frac{1}{2} \frac{|\dot{U}_{\text{над}}|^2}{Z_x}; \quad P_{\text{відб}} = \frac{1}{2} \frac{|\dot{U}_{\text{над}}|^2}{Z_x} |\dot{\Gamma}|^2.$$

Таким чином, потужність відбитої хвилі:

$$P_{\text{відб}} = P_{\text{над}} |\dot{\Gamma}|^2. \quad (6.1.6)$$

Звідси отримуємо потужність, яка надходить в навантаження:

$$P = P_{\text{над}} - P_{\text{відб}} = P_{\text{над}} \left(1 - |\dot{\Gamma}|^2 \right), \quad (6.1.7)$$

що співпадає з виразом (6.1.5), оскільки величина $P_{\text{над}}$ відповідає найбільшій потужності, яку можна отримати в даному режимі за ідеального узгодження навантаження з лінією.

Рівняння (6.1.5) або (6.1.7) можна використати, наприклад, у випадку проходження сигналу від антени в радіолокаційний приймач.

Ідеальна приймальна антена є прикладом узгодженого генератора.

Навантаженням лінії передачі є вхід приймача-змішувача або підсилювача високої частоти. За розузгодження входу приймача за рахунок конструкції антенного перемикача або вхідного пристрою підсилювача лампи біжучої хвилі, частина потужності прийнятого сигналу відбивається в антену. Обумовлені цим втрати на відбиття $L_{\text{відб}}$ можна визначити з урахуванням рівняння (6.1.5) [6.1, 6.8]:

$$L_{\text{макс}} = 10 \lg \frac{P_{\text{макс}}}{P} = 10 \lg \frac{1}{1 - |\dot{\Gamma}|^2}, \text{дБ}. \quad (6.1.8)$$

Використовуючи вираз (6.1.8) і (6.1.9):

$$|\dot{\Gamma}| = \frac{КСХН - 1}{КСХН + 1}, \quad (6.1.9)$$

де $КСХН$ – коефіцієнт стоячої хвилі за напругою.

Не важко підрахувати, що за $КСХН$, рівному 1,5, втрати на відбивання складають приблизно 0,17 дБ (приблизно 4 % за потужністю). Така величина втрат є допустимою, однак подальше збільшення є небажаним внаслідок зменшення чутливості приймача і дальності дії радіолокаційної станції.

Тому вхідні кола приймача та інші пристрої високочастотного тракту повинні мати в режимі приймання достатньо добре узгодження ($КСХН < 1,5 \dots 2$) в межах робочого діапазону частот [6.7, 6.8, 6.9].

Рівняння (6.1.5) показує, що за ідеального узгодження генератора критерієм узгодження навантаження може бути не тільки величина $КСХН$, що наближається до одиниці, а й максимум потужності в навантаженні.

Контроль узгодження за величиною потужності має недостатню чутливість. Насправді, похибка знаходження максимуму потужності, яка рівна 1 %, відповідає $КСХН$, який приблизно дорівнює 1,22 [6.9].

Безпосередній контроль величини $КСХН$ дає значно більшу точність.

Необхідно також враховувати, що навіть невелике розузгодження виходу генератора, призводить до значної додаткової похибки в $КСХН$.

Тому найбільш доцільним є контроль безпосередньо $КСХН$ у лінії передачі.

У випадку розузгодженого навантаження потужність пробою лінії зменшується за рахунок перенапруги у максимумах стоячої хвилі.

Для кількісної оцінки впливу розузгодження необхідно врахувати, що пробій виникає в режимі, коли напруженість електрич-

ного поля у максимумі стоячої хвилі стає рівною напруженості пробою.

Для еквівалентно довгої лінії умови пробою описуються через напругу:

$$|U_{\text{макс}}| = U_{\text{проб}}, \quad (6.1.10)$$

де $U_{\text{проб}}$ – напруга пробою лінії за даних умов.

Позначимо через $|\dot{U}_{\text{над}}|_{\text{проб}}$ амплітуду напруги падаючої хвилі, за якої в лінії розпочинається електричний пробій. Відповідно до виразів (6.1.2) та (6.1.10), отримуємо:

$$|\dot{U}_{\text{над}}|_{\text{проб}} = \frac{U_{\text{проб}}}{1 + |\dot{I}|}. \quad (6.1.11)$$

Потужність $P_{\text{проб}}$, за якої відбувається пробій, є границею потужності, яка передається в навантаження. Із співвідношення (6.1.4):

$$P_{\text{проб}} = \frac{1}{2} \frac{|U_{\text{над}}|^2}{Z_x} (1 - |\dot{I}|^2).$$

Підставивши вираз (6.1.11), можна отримати:

$$P_{\text{проб}} = \frac{1}{2} \frac{|U_{\text{над}}|_{\text{проб}}^2}{Z_x} \frac{1 - |\dot{I}|^2}{1 + |\dot{I}|^2} = \frac{1}{2} \frac{|U_{\text{над}}|_{\text{проб}}^2}{Z_x} \left(\frac{1}{\rho} \right), \quad (6.1.12)$$

де $KСХН$ – коефіцієнт стоячої хвилі за напругою в даній лінії.

За узгодження навантаження з лінією $KСХН$ дорівнює одиниці і потужність пробою максимальна:

$$P_{\text{проб.макс}} = \frac{1}{2} \frac{|U_{\text{над}}|_{\text{проб}}^2}{Z_x}. \quad (6.1.13)$$

У випадку розузгодження потужність пробою із врахуванням виразів (6.1.12) і (6.1.13) дорівнює:

$$P_{\text{проб}} = \frac{1}{2} P_{\text{проб.макс}}. \quad (6.1.14)$$

Таким чином, електрична міцність лінії передачі за розгудженого навантаження знижується в *КСХН* разів порівняно із електричною міцністю узгодженої лінії.

Для попередження пробоїв у високочастотному тракті бажано зменшувати величину *КСХН*. За передавання великих потужностей, як правило, забезпечують *КСХН* не більше 1,5.

За наявності втрат в стінках лінії передачі і в діелектриках (якщо лінія має діелектричне заповнення), загальні втрати потужності зростають зі збільшенням *КСХН* та перевищують величину $P_{проб.макс}$.

Втрати в лінії за передачі енергії від генератора до навантаження в загальному випадку визначається співвідношенням:

$$L = 10 \lg \frac{1 - |\dot{\Gamma}|^2 e^{-4\alpha l}}{1 - |\dot{\Gamma}|^2 e^{-2\alpha l}}, \quad (6.1.15)$$

де l – геометрична довжина лінії між генератором і навантаженням; α – постійна затухання хвилі, що розглядається.

За відсутності відбиття рівняння (6.1.15) дає втрати, які дорівнюють:

$$L = 10 \lg e^{-2\alpha l} = 8,68\alpha l, \text{ дБ}. \quad (6.1.16)$$

Чим більша величина $|\dot{\Gamma}|$, тим, згідно із (6.1.16), більші втрати і менший коефіцієнт корисної дії лінії передачі.

Втрати у високочастотному тракті, особливо значно зростають за наявності діелектричного заповнення.

В деяких випадках, коли діелектрик виявляється в максимумі стоячої хвилі електричного поля, можливий аварійний режим. Виділення тепла в діелектрику різко зростає, що може призвести до розплавлення чи пошкодження діелектрика.

Залежність пробивної міцності тракту і втрат в лінії від узгодження вказують на бажаність вмикання генераторних пристроїв НВЧ на узгоджене навантаження. Узгодження має важливу роль для нормальної роботи потужних джерел НВЧ коливань. Існують і інші причини, через які вимоги до узгодження навантаження ламп НВЧ, є особливо жорсткими.

За зміни опору навантаження, на яке працюють лампи, у більшості випадків спостерігають зміни як генерованої потужності, так і частоти генерованих коливань.

Останнє явище, яке прийнято називати затягуванням частоти не перевищує 0,5 % від середньої частоти. Проте затягування частоти має важливу роль за експлуатації автогенераторів НВЧ і є досить небажаним явищем.

Чим краще узгоджений тракт НВЧ, тим вища стабільність частоти генератора. Максимально допустима величина КСХН для більшості потужних генераторів не перевищує 1,5. В цьому режимі стабільність частоти лежить в межах за достатньої величини генерованої потужності [6.3].

Розугодження може значно впливати на шумову температуру пристроїв НВЧ. Насправді, будь-який двополюсник, що має шумову характеристику, за розугодження з вихідною лінією перестає бути відносно неї чорним тілом. В результаті цього за законом Кірхгофа за однієї і тієї ж температури зменшується шумова потужність, яка випромінюється двохполюсником. Коефіцієнт поглинання двополюсника A , який визначається за подання монохроматичного сигналу зі сторони лінії, складає $A = 1 - |\Gamma|^2$, відповідно, шумова температура розугодженого шумового двополюсника дорівнює:

$$T_{шум.розузг} = T_{шум.узг} \left(1 - |\Gamma|^2 \right). \quad (6.1.17)$$

Це рівняння накладає жорсткі вимоги на узгодження каліброваних вимірювальних шумових генераторів НВЧ діапазону. Допустима величина КСХН генераторів у всьому робочому діапазоні частот не повинна перевищувати 1,1–1,2.

З вище наведеного не варто робити висновок про безумовну необхідність узгоджувати високочастотні тракти у всіх випадках, що зустрічаються на практиці. Бувають випадки, коли задача зводиться до створення значного розугодження за наперед заданим законом.

Проте, в переважній більшості випадків, необхідно вирішувати проблему отримання найбільш сприятливого узгодження окремих кіл та високочастотних трактів в цілому.

6.2. Трансформатори повних опорів на НВЧ

Необхідність узгодження виникає у випадках, коли з лінією передачі з'єднується відоме наперед розузгоджене навантаження, або за узгодження ліній з різними хвильовими опорами.

Для отримання узгодження в переріз лінії передачі повинен бути включений узгоджуючий чотиріполіусник, як показано на рисунку 6.1.

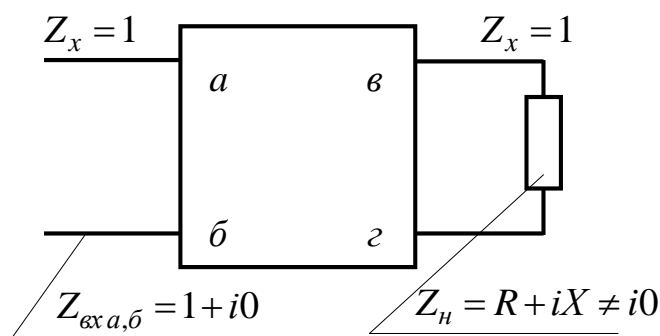


Рис. 6.1. Узгоджуючий чотиріполіусник у довгій лінії, навантаженій на довільне навантаження

Призначенням цього пристрою є усунення відбитої хвилі, тобто трансформація активного і реактивного опору навантаження з перерізу $вг$ в переріз $аб$ до величини:

$$Z_{вх a,б} = 1 + i0. \quad (6.2.1)$$

Подібна трансформація може бути виконана двома різними методами.

Розглянемо поглинаючий чотиріполіусник, який не вносить ніяких додаткового відбиття, але послаблює хвилю, що проходить через нього.

Таким чином, чотиріполіусник, в даному випадку, є фіксованим поглинаючим ослаблювачем або атенюатором.

Позначимо через L послаблення, створене послаблювачем. Будемо спочатку вважати, що послаблювач має взаємні властивості, тобто величина L не залежить від напрямку руху енергії.

Тоді, збільшуючи послаблення, можна отримувати низьку величину КСХН в лінії перед чотиріполіусником навіть за значного відбиття хвилі від навантаження.

Нехай послаблення L складає 10 дБ. В цьому випадку потужність падаючої хвилі P_{nad} , що поступає в навантаження, послаблюється в 10 разів.

За повного відбиття від навантаження вся потужність знову поступає в послаблювач і зменшується в 10 разів. Відповідно, є відбита хвиля, потужність якої $P_{відб}$ складає 1 % від потужності падаючої хвилі. В загальному випадку за виразом (6.1.6)

$P_{відб} = P_{nad} |\dot{\Gamma}|^2$ модуль коефіцієнта відбиття дорівнює $|\dot{\Gamma}| = 0,1$. Максимальний КСХН на вході узгоджувача буде дорівнювати 1,22. Вибравши послаблення рівним 20 дБ, можна знизити найбільший КСХН до $КСХН = 1,02$ і так далі.

Генератор та навантаження виявляються між собою розв'язаними, так як величина КСХН в лінії практично не залежить від КСХН. Тому розглянутий поглинаючий чотиріполіусник прийнято називати розв'язуючим послаблювачем.

За використання даного методу узгодження різко знижується коефіцієнт корисної дії всієї системи. Внаслідок цього, розв'язуючі послаблювачі використовуються у вимірвальних установках, де питання коефіцієнта корисної дії не має особливого значення.

Кращі результати можуть бути отримані з невзаємними послаблювачами, в яких послаблення падаючої хвилі на багато разів менше послаблення відбитої хвилі. З цією метою можна використовувати феритові однонаправлені послаблювачі та інші невзаємні елементи. Однак і в цьому випадку частина високочастотної потужності, відбита від навантаження, розсіюється у вигляді тепла в послаблювачі.

З енергетичної точки зору найбільшу цікавість представляє узгодження за допомогою недисипативного чотиріполіусника. Узгоджувач повинен тоді бути ідеальним трансформатором, що перетворює високочастотну напругу, струм і повний опір з перерізу vg в ab (рис. 6.1) без внесення активних втрат.

Трансформаторними властивостями володіють самі лінії передачі із включеними в них неоднорідностями. Такий вид узгоджувачих пристроїв і отримав в техніці НВЧ назву трансформаторів повних опорів.

Вихідний опір (імпеданс) напівхвильового відрізка лінії без втрат дорівнює вихідному опору.

Якщо $l = \lambda/2$, $\beta l = \pi$, $\operatorname{tg} \beta l = 0$, то $Z_{\text{ex}} = Z_n$. Форма стоячої хвилі повторюється на кожній напівхвильовій ланці. Відповідно, в даному випадку, трансформація опорів не має втрат.

Проте в будь-якій точці лінії напруга і струм відстають за фазою на 180° відповідно від напруги і струму в точці, розташованій на $\lambda/2$ ближче до генератора. Завдяки даній властивості створюється зсув за фазою напруги і струму на 180° без зміни за цього їх величин (за будь-якого опорів навантаження) напівхвильова лінія з малими втратами достатньо широко застосовується за конструювання живлення складних антен.

Найбільш розповсюдженими способами узгодження є: напівхвильові лінії, чвертьхвильовий трансформатор і трансформатор довжиною одна восьма від довжини хвилі, одно- і дво шлейфне узгодження, ступінчасті переходи, плавні переходи.

Розглянемо найбільш розповсюджені типи трансформаторів повних опорів.

6.3. Чвертьхвильовий трансформатор

Як показано в [6.1], чвертьхвильова лінія має вхідний опір:

$$Z_{\text{ex}} = Z_x^2 / Z_n.$$

Якщо опір навантаження Z_n носить чисто активний характер, то за дійсного опорів Z_x також є чисто активним. Цю властивість чвертьхвильового відрізка можна використати для узгодження двох ліній з різними хвильовими (еквівалентними) опорів Z_{x1} і Z_{x2} (рис. 6.2). Умовою узгодження буде рівність [6.1]:

$$Z_{\text{ex } a, \bar{b}} = Z_{x1}. \quad (6.3.1)$$

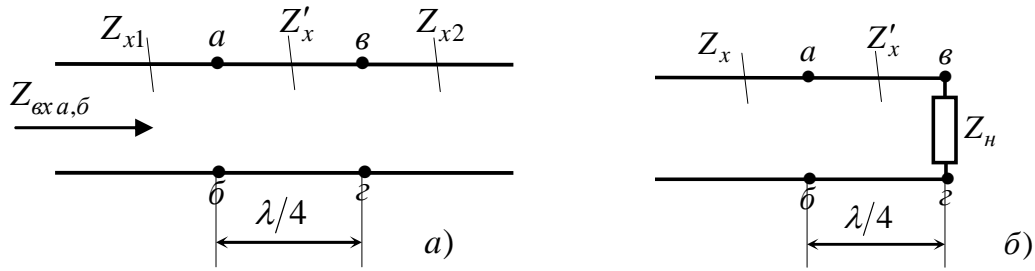


Рис. 6.2. Використання чвертьхвильового трансформатора

За рівнянням чвертьхвильового трансформатора у випадку, показаному на рисунку 6.2, а), маємо:

$$Z_{ex a,b} = (Z'_x)^2 / Z_{x2} . \quad (6.3.2)$$

де Z'_x – хвильовий опір чвертьхвильового відрізка лінії. Підставивши (6.3.1) в (6.3.2), маємо [6.1]:

$$Z'_x = \sqrt{Z_{x1} Z_{x2}} . \quad (6.3.3)$$

Для схеми показаної на рисунку 6.2,б) умова узгодження набуває наступного вигляду [6.1]:

$$Z'_x = \sqrt{R_n Z_{x1}} . \quad (6.3.4)$$

Приклади пристроїв чвертьхвильового трансформатора в жорсткій коаксіальній лінії без діелектричного заповнення і в хвилеводі прямокутного перерізу показані на рисунку 6.3. а), б).

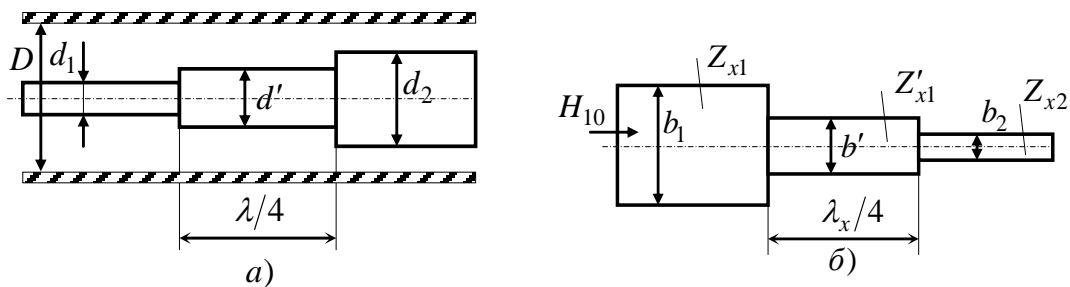


Рис. 6.3. Чвертьхвильовий трансформатор у коаксіальній лінії (а) і прямокутному хвилеводі за повітряного (вакуумного) заповнення (б)

Трансформуюча секція в коаксіальній лінії може мати незмінний діаметр зовнішнього провідника, рівний D . Тоді діаметр внутрішнього провідника d' (рис. 6.3,а) визначається наступною залежністю [6.1]:

$$\lg \frac{D}{d'} = \sqrt{\lg \frac{D}{d'} \lg \frac{D}{d_2}}. \quad (6.3.5)$$

Для трансформатора в прямокутному хвилеводі із хвилею типу H_{10} за незмінної широкі стінки хвилеводу a розмір b' на рисунку 6.3,б) може бути знайдений за допомогою поняття еквівалентного опору.

Як показано в [6.1], еквівалентний опір прямокутного хвилеводу дорівнює:

$$Z_e = \frac{b}{a} \frac{\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon\mu} \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (6.3.6)$$

Використавши вирази (6.3.3) і (6.3.6), отримуємо:

$$Z'_e = \sqrt{Z_{e1}Z_{e2}}; b' = \sqrt{b_1b_2}. \quad (6.3.7)$$

Довжина трансформованої секції, що показана на рисунку 6.3 б), рівна $\lambda_x/4$ вимагає невеликого коригування (зменшення на декілька відсотків) з врахуванням еквівалентної ємності кожної із секцій.

Чвертьхвильовий трансформатор можна використовувати для узгодження не тільки активних, а і комплексних опорів навантаження.

Для ілюстрації на рисунку 6.4, а) побудована кругова діаграма повних опорів з точкою, яка відображає опір навантаження Z_H .

Переміщення вздовж лінії до генератора відповідає руху по колу $KСХН = const$ за годинниковою стрілкою. В точках А та Б, що відповідають максимуму і мінімуму напруги, вхідний опір є чисто активним [6.1]:

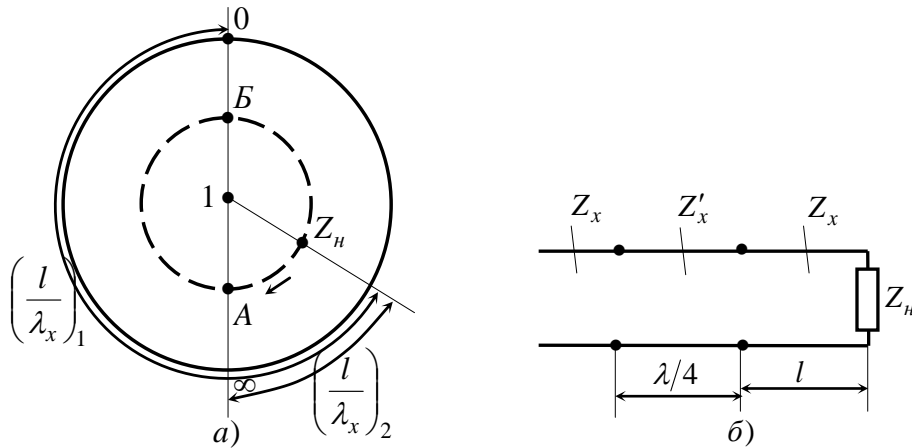


Рис. 6.4. Використання чвертьхвильового трансформатора для узгодження комплексного навантаження

$$Z_{exA} = Z_x \rho; \quad Z_{exB} = Z_x / \rho, \quad (6.3.8)$$

де ρ – хвильовий опір лінії.

Відповідно, в точці А і в точці Б можна зробити перетин лінії і включити чвертьхвильову секцію з хвильовим перетином:

$$Z'_{xA} = Z_e \sqrt{\rho}; \quad Z'_{xB} = Z_x / \sqrt{\rho}. \quad (6.3.9)$$

Таким чином, можливі два варіанти чвертьхвильового трансформатора, який відрізняється величиною хвильового опору узгоджуючої секції і відстанню l від трансформатора до навантаження (рис. 6.4). В коаксіальній лінії зручніше використовувати інший варіант, оскільки секція узгодження легко виконується у вигляді рухомої металевої чи діелектричної втулки, що забезпечує $Z'_x < Z_x$.

Чвертьхвильові трансформатори застосовуються для узгодження ліній передачі НВЧ, що мають різні перерізи, для виведення енергії деяких типів електронних приладів. В цих випадках трансформатор вмикається між коливальною системою генератора і вихідною лінією.

6.4. Трансформатор довжиною одна восьма від довжини хвилі

Розглянемо випадок узгодження за допомогою трансформатора довжиною одна восьма від довжини хвилі ($\lambda/8$ -трансформатор). Хвильовий опір в будь-якому перерізі лінії передачі енергії визначається за виразом [6.1]:

$$Z_{ex} = \rho \frac{Z_H + i\rho \operatorname{tg}kl}{\rho + iZ_H \operatorname{tg}kl},$$

де Z_{ex} – вхідний опір відрізка лінії l з хвильовим числом k і хвильовим опором ρ , навантаженим на опір навантаження Z_H . У виразі (6.3.7) опір навантаження складається з активного r та реактивного x їх опорів:

$$Z_H = r + ix. \quad (6.4.1)$$

Запишемо для цього випадку вираз Z_{ex} для довгої лінії у вигляді:

$$Z_{ex} = \rho \frac{r + i(x + \rho \operatorname{tg}kl)}{\rho - \rho \operatorname{tg}kl + i r \operatorname{tg}kl}. \quad (6.4.2)$$

Помноживши чисельник і знаменник цього виразу на комплексно-спряжене значення знаменника, відокремимо дійсну частину від уявної:

$$Z_{ex} = \rho \frac{r(\rho - x \operatorname{tg}kl) + (x + \rho \operatorname{tg}kl) r \operatorname{tg}kl}{(\rho - x \operatorname{tg}kl)^2 + (r \operatorname{tg}kl)^2} + i\rho \frac{(x + \rho \operatorname{tg}kl)(\rho - x \operatorname{tg}kl) - r^2 \operatorname{tg}kl}{(\rho - x \operatorname{tg}kl)^2 + (r \operatorname{tg}kl)^2}. \quad (6.4.3)$$

Для умови, за якої в результаті трансформації отримаємо дійсний опір, для чого прирівняємо уявну частину виразу (6.4.3) до нуля:

$$(x + \rho \operatorname{tg}kl)(\rho - x \operatorname{tg}kl) - r^2 \operatorname{tg}kl = 0. \quad (6.4.4)$$

Зауважимо, що згідно із виразом (6.4.1) модуль опору навантаження $|Z_H| = \sqrt{r^2 + x^2}$. Виберемо значення хвильового опору ρ трансформатора узгодження рівним опору навантаження:

$$\rho^2 = r^2 + x^2, \quad (6.4.5)$$

та перепишемо рівність (6.4.4) у наступному вигляді:

$$[\rho^2 - (r^2 + x^2)]tgkl + \rho x [1 - tg^2kl] = 0.$$

Умовою отримання дійсних опорів буде:

$$tg^2kl = 1, \quad (6.4.6)$$

звідки знаходимо значення аргументу тангенса і довжину трансформатора узгодження:

$$kl = \pi/4, l_{mp} = \frac{\pi\lambda}{4 \cdot 2\pi} = \frac{\lambda_{mp}}{8}. \quad (6.4.7)$$

Отримуємо трансформатор довжиною $\frac{1}{8}\lambda_{mp}$.

Підставивши це значення в (6.4.1) і (6.4.3), знайдемо значення активного трансформованого опору:

$$R = \rho \frac{r(\rho - x) + r(\rho + x)}{(\rho - x)^2 + r^2} = \frac{\rho r}{\rho - r}. \quad (6.4.8)$$

Формули (6.4.5), (6.4.7) і (6.4.8) дають повний розрахунок параметрів трансформатора.

Хвильовий опір трансформатора повинен бути рівний модулю опору навантаження, довжина – одній восьмій довжини хвилі, а активний опір на виході визначається виразом (6.4.8).

Оскільки $\rho^2 = r^2 + x^2$, то вираз (6.4.8) дає завжди додатне значення вхідного опору. Величина цього опору тим більша, чим більша реактивне значення опору навантаження x .

Оскільки $\lambda/8$ -хвильовий трансформатор має дуже малу довжину, його широкосмуговість значна. Окрім того, за зміни частоти відбувається компенсація реактивності на виході трансформатора. За зміни частоти найбільша зміна відбувається з активним опором (6.4.8) за рахунок змін реактивного опору навантаження.

Часто за $\lambda/8$ -хвильовим трансформатором вмикають четверть хвильовий трансформатор для узгодження з лінією, який має задану величину хвильового опору.

6.5. Трансформатор типу одиночної пересувної реактивної провідності

Якщо узгоджене навантаження має достатньо широке застосування, то може бути використаний трансформатор, схема якого показана на рис. 6.5, а).

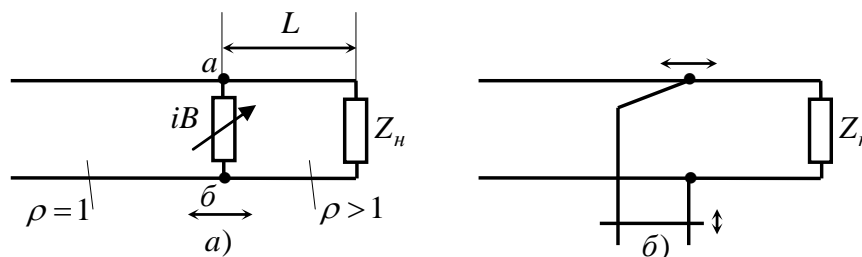


Рис. 6.5. Трансформатор типу одиночної пересувної реактивної провідності (одношлейфний трансформатор)

В цьому випадку по лінії передачі переміщується чисто реактивний елемент зі змінною провідністю iB , шунтуючий дану лінію. В якості такого елемента може бути використаний короткозамкнутий шлейф, довжина якого змінюється за допомогою пересувної частини в вигляді мосту або поршня (рис. 6.5 б). У хвильоводних лініях з цією ж метою використовується пересувний реактивний штир з регульованою глибиною занурення.

Трансформатори типу одиночної пересувної реактивної провідності отримали назву одношлейфних трансформаторів, на відміну від інших. Пояснення дії одношлейфного трансформатора можна дати за допомогою кругової діаграми.

У зв'язку з тим, що узгоджувач включений в основну лінію паралельно, зручно скористатися діаграмою провідностей.

Відповідна побудова наведена на рисунку 6.6.

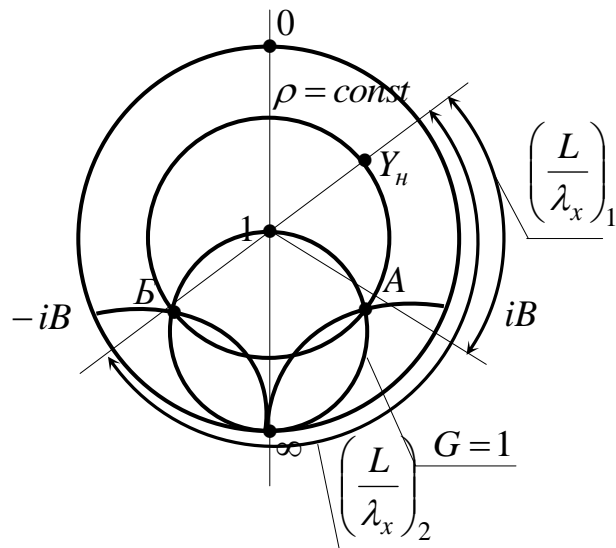


Рис. 6.6. Використання кругової діаграми для одношлейфного трансформатора

Точкою Y_n на діаграмі позначена провідність навантаження у відносних одиницях. Зміна відстані L від навантаження до точок вмикання шлейфу відповідає переміщенню за колом $\rho = const$.

Призначення елемента узгодження полягає в даному випадку тільки в зміні реактивної провідності. В цьому не важко переко-
нати на прикладі шунтуючого шлейфу.

Активна провідність лінії шлейфом змінена не може бути. Оскільки для узгодження вимагається одинична активна вхідна провідність, очевидно, що реактивний елемент узгодження повинен бути розміщений в перерізі лінії, де активна складова вхідної провідності дорівнює одиниці.

На круговій діаграмі (рис. 6.6) є дві точки А і Б, що відпові-
дають перетину кола $\rho = const$ з колом $G = 1$. Звідси визначаємо відстань від навантаження до шлейфу або штиря, яка відповідає фазовим кутам $(L/\lambda_x)_1$ та $(L/\lambda_x)_2$.

Після того, як штир або шлейф встановлений в одному з вка-
заних положень, необхідно змінити величину його реактивної провідності таким чином, щоб сумарна реактивна провідність до-
рівнювала нулю.

Цьому відповідає рух за колом $G = 1$ за напрямком до центру кругової діаграми. З рисунку можна зробити висновок, що узгодження за допомогою одношлейфного трансформатора можливе за будь-яких кінцевих значень КСХН.

Трансформатор з пересувним шлейфом має деякі конструктивні недоліки – наявність ковзних контактів в основній лінії і обумовлює також зниження потужності пробою тракту.

Як і у випадку четвертьхвильового трансформатора, узгодження, яке забезпечує одношлейфний трансформатор, не є широкосмуговим. За зміні робочої частоти узгодження необхідно робити знову.

В якості фіксованих трансформаторів типу шунтуючої реактивної провідності можуть бути використані і ємнісні діафрагми. Методика розрахунку місця вмикання діафрагми узгодження така ж, як і за використання шлейфу та штиря. Величина реактивної провідності діафрагми iB , необхідна для узгодження, також визначається із кругової діаграми за точками перетину кола $\rho = const$ та $G = 1$.

Діафрагма, яка відповідає узгодженню в точці А на рис. 6.6 повинна мати індуктивний характер опору, оскільки вхідна реактивна провідність ємнісна.

Навпаки, в режимі, що відповідає точці Б, доцільно використовувати ємнісну діафрагму.

Розміри діафрагм визначаються за заданою величиною iB . Використання діафрагм можливе в тих випадках, коли величина провідності навантаження відома і мало змінюється в робочих умовах. За змінного навантаження в хвилеводних лініях необхідно використовувати замість діафрагм штир узгодження. Конструкція трансформатора у вигляді пересувного штиря знайшла обмежене використання, головним чином, у відкритих двопровідних лініях на відносно довгих хвилях.

6.6. Двошлейфні та тришлейфні трансформатори

Розглянемо узгодження за допомогою двох нерухомих шунтуючих провідностей, наприклад, що вмикаються в лінію на відстані L , яка відрізняється від половини довжини хвилі. Реактивна

провідність шлейфів змінюється шляхом пересування короткозамикаючих мостів або поршнів (рис. 6.7).

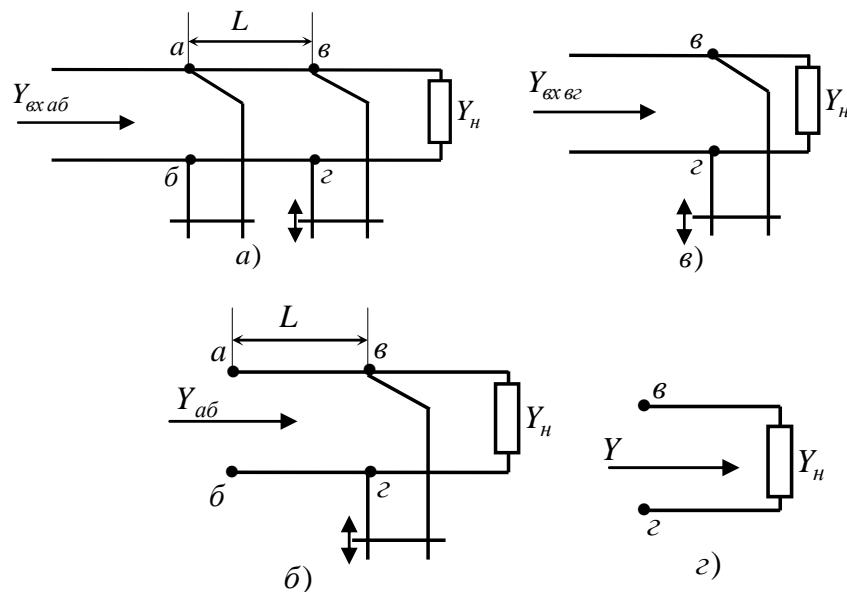


Рис. 6.7. Двошлейфний трансформатор повного опору

Аналіз дії трансформатора розглянемо в точках ab на рисунку 6.7,а. В цих точках, за наявності узгодження, повна вхідна провідність у відносних одиницях повинна бути рівна:

$$Y_{ex\ ab} = 1 + i0. \quad (6.6.1)$$

В процесі узгодження шлейф не може змінити активну складову провідності в даних точках. Тому повна вхідна провідність лінії без шлейфу Y_{ab} правіше точок ab (рисунок 6.7,б) повинна лежати на колі $G=1$, як показано на круговій діаграмі провідностей на рисунку 6.8, а.

Повна вхідна провідність лінії разом з другим шлейфом в точках vz ($Y_{ex\ vz}$) відрізняється від провідності Y_{ab} поворотом по діаграмі на кут L/λ_x . Відповідно, геометричним місцем точок, на якому повинна знаходитися провідність $Y_{ex\ vz}$, є коло $G=1$, яке повернуте проти годинникової стрілки на вказаний кут. На рисунку 6.8, а довжина L вибрана рівною $\lambda_x/8$.

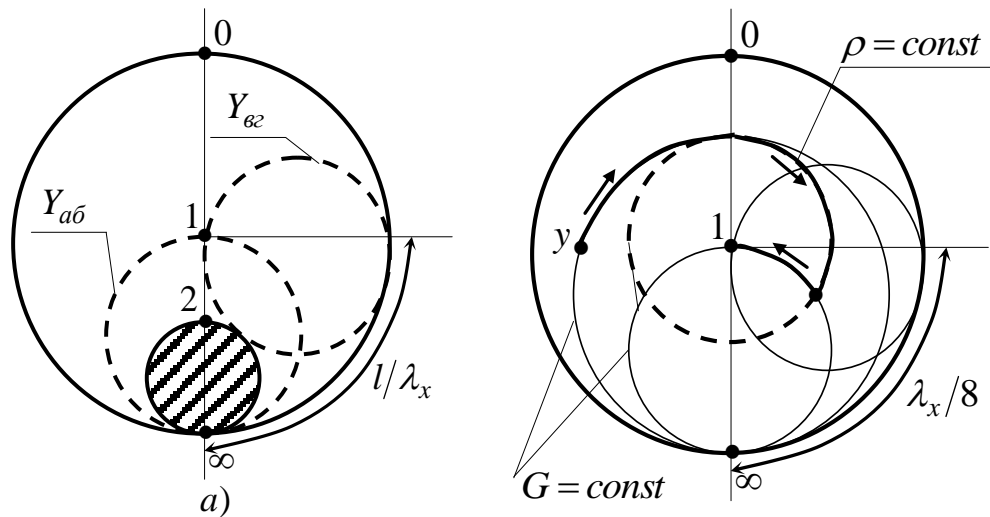


Рис. 6.8. Діаграма провідностей двошлейфного трансформатора повного опору

Шлейф, який вмикається в точках vz також не може змінити активну провідність. Для того щоб потрапити на коло $Y_{vx vz}$ і потім забезпечити узгодження за допомогою двох шлейфів, необхідно, щоб провідність Y правіше точок vz знаходилася за межами заштрихованого кола на рисунку 6.8, а. Це коло обмежене колом $G = const$, дотичним до кола $Y_{vx vz}$.

Наведені міркування показують, що двошлейфний трансформатор має деяку «недосяжну зону» провідностей навантаження на круговій діаграмі. Чим ближче відстань L до $\lambda_x/4$, тим ця зона більша. Для кожного фіксованого значення L існує гранична величина КСХН навантаження, коли узгодження можливе за будь-якої фази стоячої хвилі.

За більш високих значень КСХН двошлейфний трансформатор забезпечує узгодження лише за певних значень фази, коли провідність навантаження в перерізі ближчого до неї шлейфу не потрапляє в заштриховане коло.

У випадку $\lambda_x/8$ показаному на рисунку 6.8, а, гранична величина КСХН дорівнює 2. На рисунку 6.8, б для наочності показаний процес узгодження навантаження з провідністю, позначеною на діаграмі точкою y .

Неможливість узгодження за будь-яких кінцевих значень КСХН навантаження є недоліком двошлейфного трансформатора. Проте двошлейфні трансформатори досить часто використовуються в коаксіальних і хвилевідних лініях для узгодження навантаження, які характеризуються помірними значеннями КСХН. Відстань між шлейфами вибирається рівною непарному числу $\lambda_x/8$.

Для узгодження навантаження, які характеризуються будь-якими кінцевими значеннями КСХН, можна використати трьохшлейфний трансформатор, повного опору представлений на рисунку 6.9.

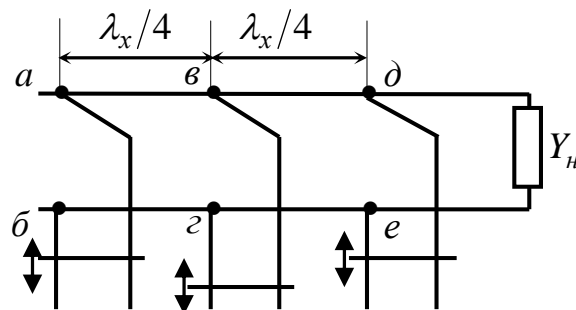


Рис. 6.9. Тришлейфний трансформатор повного опору

Тришлейфний трансформатор можна уявити як комбінацію двох двошлейфних трансформаторів. Відстані між всіма шлейфами можна вибрати рівними $\lambda_x/8$. У випадку, коли активна вхідна провідність в точках $вг$ менше одиниці, для узгодження достатньо використати пару шлейфів, найближчих до навантаження. Третій шлейф може бути фіксованим.

Якщо $G > 1$, то для найближчих двох шлейфів до навантаження знаходяться в «зоні недосяжності». Однак для пари шлейфів, розташованих далі від перерізу $вг$ активна провідність знову виявляється меншого одиниці. Відповідно, узгодження можна досягти без допомоги шлейфу, який вмикається в переріз $де$.

Тришлейфні трансформатори виконуються як в коаксіальних, так і в хвилеводних лініях за допомогою E - і H -трійників. За низької потужності, яка передається, шлейфи можуть бути замінені штирями з регульованою глибиною занурення.

6.7. Плаский діелектричний трансформатор

Поряд з розглянутими типами трансформаторів знаходять використання інші пристрої, що також мають властивості відрізків трансформувати опір.

В якості прикладу розглянемо коаксіальний трансформатор з двома діелектричними пластинами (шайбами), зображеними на рисунку 6.10. Кожна з цих шайб має протяжність $\lambda/4\sqrt{\varepsilon}$, де ε – відносна діелектрична проникність матеріалу шайб і λ – робоча довжина хвилі вільного простору.

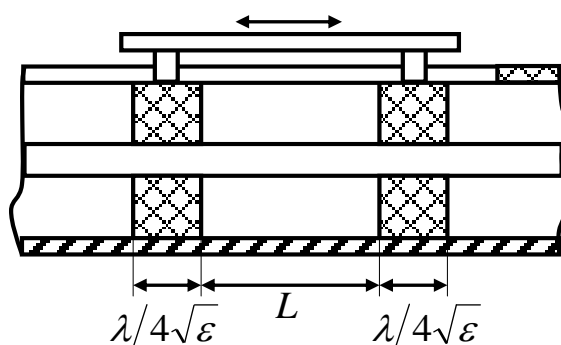


Рис. 6.10. Двошайбовий діелектричний трансформатор у коаксіальній лінії

Для хвилеводного трансформатора необхідно врахувати довжину хвилі у хвилеводі $\lambda_{хв}$, яка визначається співвідношенням [6.1]:

$$\lambda_{хв} = \frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon\mu - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}.$$

Шайби можуть переміщуватися як одна відносно іншої (зміна L), так і спільно за незмінної відстані між ними.

Якщо шайби зміщені разом, то ділянка лінії, заповнена діелектриком, складає половину довжини хвилі і, відповідно, трансформація опору відсутня. За відстані між шайбами, рівній чверті довжини хвилі, трансформація опору є найбільшою.

Можна показати, що максимальна величина КСХН, за якої можливе узгодження за допомогою такого трансформатора, дорі-

внює квадрату відносної діелектричної проникності речовини, з якої виготовлені пластини (шайби) трансформатора.

6.8. Інші питання узгодження

В якості фіксованих трансформаторів знаходять використання відрізки неоднорідних ліній передачі НВЧ. Прикладом такого трансформатора є конічний перехід, за допомогою якого узгоджують хвилеводні або коаксіальні лінії з різними опорами.

Основною перевагою конічного трансформуючого переходу є широкосмуговість, яка досягається за рахунок збільшення довжини переходу і підбору його профілю.

Іншим прикладом використання неоднорідностей є експоненціальний трансформатор, який представляє собою лінію передачі, хвильовий або еквівалентний опір якої змінюється за експоненціальним законом.

Будова експоненціального трансформатора може мати вигляд, показаний на рисунку 6.11.

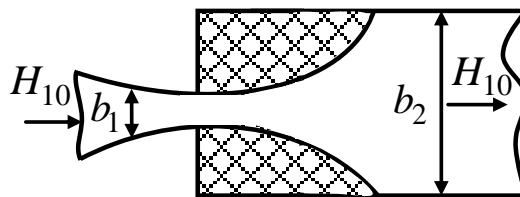


Рис. 6.11. Експоненціальний трансформатор у прямокутному хвилеводі

Прямокутні хвилеводи, які мають однакові широкі стінки розмірами a , різні вузькі стінки розмірами b_1 та b_2 , узгоджуються за допомогою металевих вкладок експоненціального профілю.

Конічні, експоненціальні і інші трансформатори з неоднорідностями в лініях передачі знаходять використання не тільки в техніці НВЧ, а і в конструюванні багатьох електровакуумних та напівпровідникових пристроїв НВЧ.

Кожен з наведених типів трансформаторів не може забезпечити в кінцевій смузі частот ідеального узгодження. У зв'язку з цим виникає питання, яка степінь узгодження може вважатися на

практиці задовільною. Для більшості пристроїв можна вважати задовільним узгодження за $KСХН < 1,5$ або $KСХН < 1$.

Кількість узгоджень характеризується не тільки величиною $KСХН$ на деякій частоті, а і швидкістю його зміни за зміни частоти відносно номінальної або середньої частоти.

Так, вузькосмугове узгодження, для якого залежність $KСХН$ від частоти має вигляд кривої на рисунку 6.12, а, не завжди може вважатися задовільним.

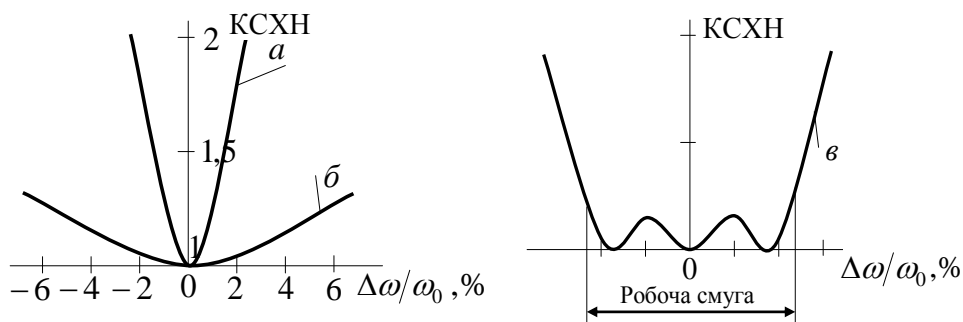


Рис. 6.12. Порівняння вузько смугового (а) та широко смугового (б, в) узгоджень

Під широко смуговим узгодженням вважають випадки, коли величина $KСХН$ залишається нижче заданого граничного рівня, наприклад, $KСХН \leq 1,2$ в смузі частот $\Delta\omega/\omega$ не менше $\pm(5-10)\%$ від середньої частоти.

Необхідна смуга частот інколи досягає октави і більше.

Крива на рисунку 6.12, б) відповідає максимальному плоскому узгодженню, крива в), яка має осцилюючий характер залежності $KСХН$ від частоти, забезпечує найбільшу смугу частот за заданого граничного рівня $KСХН_{гран}$ або найменшу величину $KСХН$ за заданої робочої смуги частот.

Зокрема, для отримання оптимального багатоступінчатого чвертьхвильового переходу і забезпечення характеристики типу, показаній на рис. 6.12, в), хвильовий опір кожного чверть хвильового трансформатора повинен знаходитись у співвідношенні, що описується поліномом Чебишева.

Питання широкосмуговості НВЧ-трактів в даний час особливо актуальне в зв'язку з розробкою і використанням пристроїв електронної техніки з великим діапазоном зміни частоти.

Всі розглянуті типи трансформаторів, за виключенням плавних переходів, є резонансними.

Отримання узгодження в дуже широкій смузі (порядку 30 – 40 % і більше) є складним завданням. Найкращим способом досягти гарного узгодження є не використання трансформаторів, а позбутися відбиття від навантаження і неоднорідностей шляхом вибору раціональної конструкції останніх.

Для розширення смуги частот за узгодження бажано вмикати трансформатор як найближче до узгоджуваного навантаження (рис. 6.13).

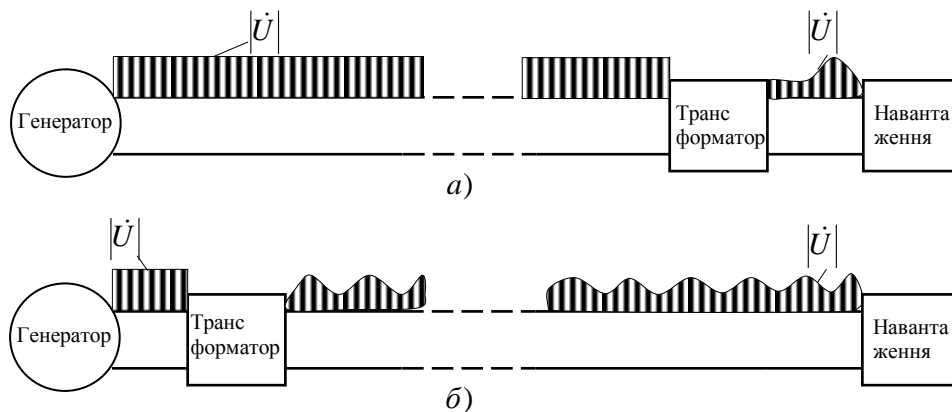


Рис. 6.13. Правильне (а) і неправильне (б) вмикання узгоджуючого трансформатора відносно генератора. Вдovж лінії побудовані епюри напруги в режимах змішаної та біжучої хвиль

За цього зменшується вплив зміни електричної довжини на величину вхідного опору і, відповідно, на величину КСХН за зміни частоти генератора. Вмикання трансформатора поблизу навантаження має і інші переваги. До їх числа відносять забезпечення високої надійності за значних потужностей і зменшення втрат в лінії, оскільки основна частина лінії завдяки узгодженню, працює в режимі біжучої хвилі.

За реальної роботи з налаштованими трансформаторами немає необхідності використовувати обов'язкові розрахунки якихось елементів.

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 6

6.1. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ / И. В. Лебедев. М.: Высш. школа, 1970. – 437 с.

6.2. Yeow You Kok. Materials Characterization Using Microwave Waveguide System / Kok Yeow You. – Johor, Malaysia: Intech. World's largest Science, Technology & Medicine, 2017. – 360 p. DOI: 10.5772/66230.

6.3. Satitchantrakul T. An Implementation of Compact Quarter-Wave-Like Transformers Using Multi-Section Transmission Lines / T. Satitchantrakul, N. Chudpooti, P. Akkaraekthalin, R. Silapunt, D. Torrungrueng // Radioengineering. – 2018. – Vol. 27 (1). – P. 101–109. DOI: 10.13164/re.2018.0101.

6.4. Shams S. I. Wideband coaxial to ridge gap waveguide transition / S. I. Shams, A. A. Kishk // Trans. Microw. Theory Tech. – 2016. – Vol 64 (12). – P. 4117–4125. DOI: 10.1109/TMTT. 2016. 2610421.

6.5. Nasr M. A. Wideband inline coaxial to ridge waveguide transition with tuning capability for ridge gap waveguide / M. A. Nasr, A. A. Kishk // Trans. Microw. Theory Tech. – 2018. – Vol. 66 (6). – P. 2757–2766. DOI: 10.1109/tmtt.2018.2815690.

6.6. Roy Dutta. Circuits, Systems and Signal Processing / Suhash Chandra, Dutta Roy. –Singapore: Springer, 2018. – 320 p. DOI: 10.1007/978-981-10-6919-2.

6.7. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн / Г. З. Айзенберг. – М. : Связьиздат, 1957. – 699 с.

6.8. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства: учебн. пособие / А. З. Фрадин. М.: Связь, 1977. – 440 с.

6.9. Абубакиров Б. А. Измерение параметров радиотехнических цепей / Б. А. Абубакиров, К. Г. Гудков, Э. В. Нечаев. – М. : Радио и связь, 1984. – 247 с.

РОЗДІЛ 7

УДОСКОНАЛЕНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ АНТЕНИ У ВИГЛЯДІ ВІДКРИТОГО КІНЦЯ КРУГЛОГО ХВИЛЕВОДУ

Антенa у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу застосовується в якості слабоспрямованої антени сантиметрового діапазону хвиль. Хвилеводи круглого перерізу зазвичай збуджуються хвилею типу H_{11} . Відсутність інших типів хвиль забезпечується за умови $2,61a_x < \lambda_0 < 3,41a_x$ [7.1, 7.2]. За цього має місце відносна однорідність поляризації хвилі типу H_{11} . За інших типів хвиль у хвилеводі круглого перерізу неоднорідність поляризації значно більше [7.3–7.7]. Також особливістю такої антени є її недостатнє узгодження з вільним простором внаслідок різкої зміни умов поширення ЕМХ за переходу від хвилеводу до вільного простору, що призводить до істотних втрат потужності сигналу [7.6–7.9]. Для покращення узгодження застосовують різні пристрої [7.10–7.12] загальним недоліком яких є резонансність. Тому для узгодження хвилеводу круглого перетину з коаксіальною лінією (КЛ) живлення доцільно застосувати циліндричний діелектричний узгоджувальний трансформатор, що послідовно вмикається в КЛ [7.13]. Проте, відома методика розрахунку [7.13] не враховує вплив торцевих ємностей циліндричного діелектричного узгоджувального трансформатора.

Отже, невирішеною раніше частиною загальної проблеми узгодження хвилеводу круглого перерізу із КЛ живлення є врахування впливу торцевих ємностей на краях ЦДУТ.

Необхідне удосконалення методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, яка живиться КЛ із ЦДУТ, завдяки врахуванню методом еквівалентних схем торцевих ємностей цього трансформатора, що дозволить покращити узгодження в заданій смузі частот та зменшити втрати потужності сигналу.

Розглянемо антену (рис. 7.1) у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу діаметром $2a_x$, що живиться КЛ з внутрішнім провідником діаметром d та містить ЦДУТ довжиною l_m і діаме-

тром d_m . Перша частина розглянутого пристрою узгодження є відрізком КЛ довжиною l (з хвильовим опором Z_l), яка забезпечує, щоб на її вході отримати чисто активний опір R , що здійснюється підбором значення l . Друга частина пристрою узгодження є відрізком КЛ з ЦДУТ довжиною l_m (згідно із [7.13] $l_m = 0,25\lambda_0$) та хвильовим опором Z_m .

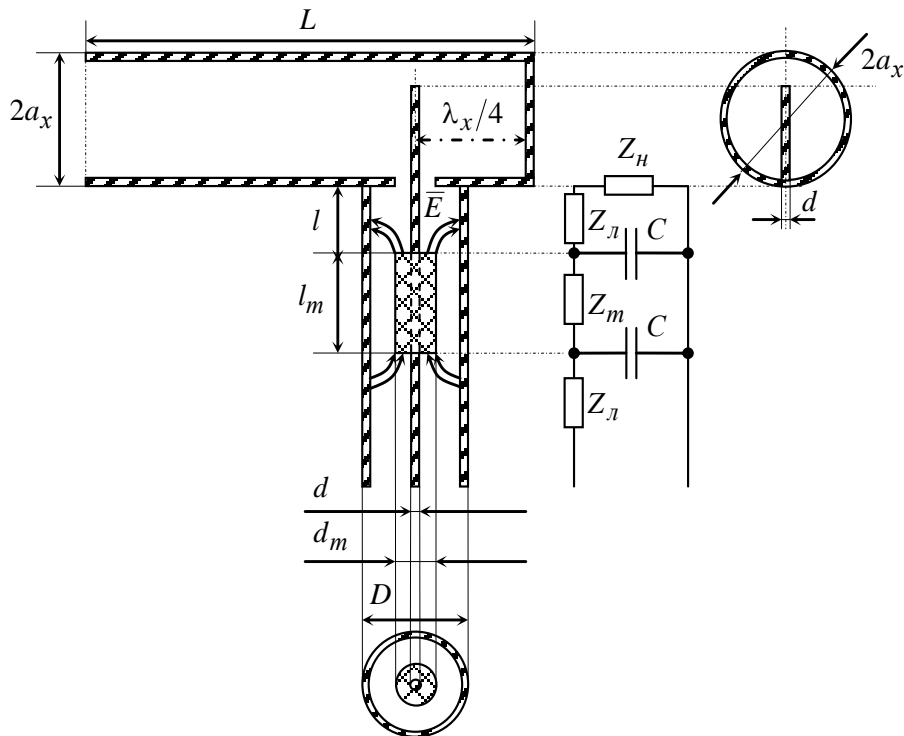


Рис. 7.1. Антена у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ

Призначення другої частини – трансформувати активний опір входу трансформатора зі сторони генератора R_{ex} так, щоб він дорівнював хвильовому опору КЛ, яка узгоджується, тобто, щоб $Z_l = R_{ex}$. Це забезпечується підбором хвильового опору трансформатора. Торцеві поверхні ЦДУТ утворюють ємності [7.14, 7.15] щодо зовнішнього провідника (рис. 7.1).

Розгляд трансформації провідностей через ЦДУТ за наявності ємнісних провідностей на торцях циліндричної вставки доцільно проводити методом еквівалентних схем із застосуванням теорії

довгих ліній за допомогою кругової діаграми Вольперта [7.16, 7.17]. Значення нормованих активної g_{ex} та реактивної b_{ex} складових вхідної провідності можуть бути описані виразами, які наведені в [7.13] із яких випливає, що ЦДУТ за наявності торцевих ємностей повного узгодження не забезпечує, оскільки трансформація активних провідностей виявляється менше необхідної. Взаємна компенсація трансформованої вхідної реактивної провідності b_{ex} і реактивної провідності торців b відбувається лише частково.

Отже, трансформація активної провідності є недостатньою, нормована вхідна реактивна провідність є меншою за одиницю.

Таким чином, необхідно удосконалити методику розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвильоводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, шляхом врахування торцевих ємностей для покращення узгодження у визначеній смузі частот.

Для покращення узгодження антени у вигляді відкритого кінця круглого хвильоводу застосовується ряд конструктивних рішень [7.10–7.12]: узгоджувальні трансформатори у вигляді діелектричних втулок, кілець, відрізків ліній передачі енергії; узгоджувальні пристрої для компенсації реактивних складових опору – штирі, діафрагми, короткозамкнуті хвильоводні шлейфи; поглинальні навантаження. Розрахунок зазначених вище узгоджувальних елементів потребує врахування неоднорідностей у хвильоводах [7.13], тому зазвичай проводиться методом еквівалентних схем [7.13, 7.21], зокрема, за допомогою кругової діаграми Вольперта [7.13]. Проте, загальним проблемним питанням щодо вказаних неоднорідностей є те, що вони резонансні.

Застосування їх для узгодження хвильоводу круглого перетину не забезпечить узгодження в заданій смузі частот щодо хвилі типу H_{11} та призведе до зміни структури поля цієї хвилі.

Розрахунок ЦДУТ проводиться методом еквівалентних схем [7.13, 7.17, 7.18–7.21]. Для виведення розрахункових формул, які враховують вплив торцевих ємностей C , використовується тео-

рія довгих ліній та кругова діаграма Вольперта [7.13]. Відповідно, отримано значення нормованих активної та реактивної складових вхідної провідності ЦДУТ [7.13]:

$$g_{ex} = \frac{1}{1 + (b \cdot K_{\delta})^2} \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} < \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2}, \quad (7.1)$$

де K_{δ} – коефіцієнт біжучої хвилі; R_{\min} – опір в перерізі лінії з мінімальною напругою,

$$b_{ex} = b_m + b = \left(\frac{K_{\delta}}{1 + (b \cdot K_{\delta})^2} + 1 \right) b. \quad (7.2)$$

Аналіз формул (7.1) і (7.2) показує, що трансформація активної провідності є недостатньою, вхідна реактивна провідність є меншою одиниці (7.1).

Для виведення нових розрахункових формул, що враховують вплив торцевих ємностей, використовується вираз для нормованої вхідної провідності представлений таким чином [7.1]:

$$y_{ex} = \frac{Z_l}{Z_m} \frac{\left(\frac{1}{R_{\min}} + jB \right) Z_m + jtg(kl)}{1 + j \left(\frac{1}{R_{\min}} + jB \right) Z_m - tg(kl)} + jBZ_l. \quad (7.3)$$

За умови $tg(kl) \gg 1$ і $b - BZ_l \ll 1$ із виразу (7.3) можна отримати інший вигляд формули для нормованої вхідної провідності:

$$y_{ex} = \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} \frac{1}{1 - \frac{2b(K_{\delta})^2 Z_l}{tg(kl)} + b^2 K_{\delta} \left(\frac{Z_m}{Z_l} \right)^2} + j \frac{Z_l}{Z_m} \left(1 - \left(\frac{R_{\min}}{Z_m} \right)^2 \right) \left(b \frac{Z_m}{Z_l} - \frac{1}{tg(kl)} \right). \quad (7.4)$$

Прирівнюючи у формулі (7.4) вхідну реактивну провідність до нуля, можна отримати рівняння щодо параметрів ЦДУТ:

$$tg(kl) = 1 / \left(b \frac{Z_m}{Z_l} \right). \quad (7.5)$$

Рівняння (7.5) можна перетворити до розрахункової формули для середньої довжини хвилі:

$$\lambda_0 = \frac{4l}{1 - \frac{2}{\pi} b \sqrt{K_\delta}}, \quad (7.6)$$

або для довжини ЦДУТ з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях:

$$l_m = \frac{\lambda_0}{4} \left(1 - \frac{2}{\pi} b \sqrt{K_\delta} \right). \quad (7.7)$$

Згідно з формулами (7.6) і (7.7) довжина ЦДУТ повинна бути трохи меншою чверті довжини хвилі. Це визначається нормованою реактивною провідністю торців, тобто ємністю торців C .

Підстановка формули (7.5) у (7.4) дозволяє виразити активну частину нормованої вхідної провідності g_{ex} таким чином:

$$g_{ex} = \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} \frac{1}{1 - (b \cdot K_\delta)^2}. \quad (7.8)$$

Прирівнявши нормовану вхідну провідність (7.8) до одиниці ($g_{ex} = 1$), можна знайти уточнене необхідне значення хвильового опору ЦДУТ з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях:

$$Z_m = Z_l \sqrt{K_\delta} \frac{1}{1 - (b \cdot K_\delta)^2}. \quad (7.9)$$

Порівняння (7.9) і виразу для розрахунку хвильового опору ЦДУТ [7.2] показує, що торцеві ємності збільшують необхідний хвильовий опір ЦДУТ.

Торцева ємність C обчислюється як половина від ємності еквівалентного диску C_∂ [7.17]:

$$C = \frac{1}{2} C_\partial = 2\varepsilon_0 d_m \ln\left(\xi_e + \sqrt{\xi_e^2 - 1}\right), \quad (7.10)$$

де

$$\xi_e = \frac{1}{2} + \frac{(D-d)}{2(D-d_m)} = \frac{2D-d_m-d}{2(D-d_m)}. \quad (7.11)$$

Розрахунок діаметра ЦДУТ проводиться за виразом, виведеним із формули для хвильового опору КЛ живлення, враховуючи умову узгодження [7.2]:

$$Z_m = 138 \sqrt{\frac{\mu_m}{\varepsilon_m}} \lg \frac{D}{d_m} = Z_l \sqrt{K_\delta}, \quad (7.12)$$

$$d_m = D \cdot 10^{-\frac{Z_l \sqrt{K_\delta} \sqrt{\varepsilon_m}}{138}}. \quad (7.13)$$

Представлення частоти f у виді суми середньої частоти f_0 і відхилення частоти від f_0 у смузі пропускання ∂f дозволяє у формулі (7.3) виразити kl наступним чином:

$$kl = 2\pi(f_0 + \partial f) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} l_m = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\partial f}{f_0}\right). \quad (7.14)$$

Підставляючи (7.14) у (7.3) за $B=0$, можна отримати наступний вираз для нормованої вхідної провідності ЦДУТ:

$$y_{ex} = \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} + j \frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} \left(\frac{\pi \partial f}{2 f_0}\right) \left(\sqrt{\frac{Z_l}{R_{\min}}} - \sqrt{\frac{R_{\min}}{Z_l}}\right), \quad (7.15)$$

де

$$\frac{R_{\min} Z_l}{Z_m^2} = 1, \quad (7.16)$$

$$\sqrt{\frac{R_{\min}}{Z_l}} = \frac{R_{\min}}{Z_m}. \quad (7.17)$$

З урахуванням (7.15) коефіцієнт відбиття Γ і КСХН K_c на вході ЦДУТ можуть бути представлені так:

$$\Gamma = \frac{1 - y_{ex}}{1 + y_{ex}} = j \frac{\pi}{4} \frac{\partial f}{f_0} \left(\sqrt{\frac{Z_l}{R_{\min}}} - \sqrt{\frac{R_{\min}}{Z_l}} \right), \quad (7.18)$$

$$K_c = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = 1 + \frac{\pi}{2} \left| \frac{\partial f}{f_0} \left(\sqrt{\frac{Z_l}{R_{\min}}} - \sqrt{\frac{R_{\min}}{Z_l}} \right) \right|. \quad (7.19)$$

Із формул (7.18) і (7.19) видно, що смуги пропускання тим вужче, чим більший перепад опорів, що підлягають узгодженню, тобто чим більше відношення Z_l/R_{\min} . Із формули (7.19) можна знайти відносну смугу пропускання ЦДУТ:

$$\frac{2\partial f}{f_0} = \frac{4}{\pi} \frac{K_c - 1}{\left| \sqrt{\frac{Z_l}{R_{\min}}} - \sqrt{\frac{R_{\min}}{Z_l}} \right|}. \quad (7.20)$$

Значення КСХН у (7.20) береться, як рівень частотної характеристики КСХН, за яким визначається ширина смуги пропускання ЦДУТ $2\Delta f$.

Отже, для забезпечення зменшення втрат потужності сигналу в слабоспрямованих антенах сантиметрового діапазону хвиль у результаті проведеного дослідження удосконалено формули (7.6)–(7.9), (7.18)–(7.20) для розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ.

Отримані аналітичні вирази показують, що довжина узгоджувального трансформатора повинна бути менше чверті довжини хвилі, що зумовлено ємністю його торців, а смуга пропускання антени збільшується за зменшення перепаду опорів, які підлягають узгодженню.

Розширити смугу пропускання можна за рахунок зрізів на краях ЦДУТ. Також підвищити широкосмуговість антени можна

за рахунок послідовного з'єднання декількох узгоджувальних трансформаторів-сходинок із малим коефіцієнтом трансформації, що за рахунок фазових співвідношень та інтерференції відбитих від окремих сходинок хвиль, приводить до їх взаємної компенсації та розширення смуги пропускання.

Дослідження спрямованих властивостей антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу [7.22, 7.23] за припущення, що струми на його зовнішній поверхні відсутні, дозволяє визначити ДС за допомогою наближеного апертурного методу, що базується на принципі Гюйгенса-Кірхгофа [7.22].

Відомі наближені формули для розрахунку спрямованих властивостей відкритого кінця хвилеводу круглого перерізу для хвилі типу H_{11} наведені в [7.22]. Хвильовий опір хвилеводу круглого перерізу для хвилі типу H_{11} розраховується за відомою формулою [7.2].

Коефіцієнт спрямованої дії (D) відкритого кінця круглого хвилеводу за збудження його хвилею типу H_{11} визначається за виразом із [7.23].

Відповідно до формул (7.3)–(7.20), удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, включає:

1. Розрахунок діаметра ЦДУТ d_m за виразом (7.13).
2. Розрахунок торцевої ємності ЦДУТ C за формулою (7.10) з урахуванням (7.11).
3. Визначення довжини ЦДУТ l_m з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях за формулою (7.7).
4. Знаходження необхідного значення хвильового опору ЦДУТ з урахуванням реактивної ємнісної провідності на його торцях за удосконаленою формулою (7.9).
5. Обчислення коефіцієнта відбиття Γ і коефіцієнта стоячої хвилі за напругою K_c у смугі частот за виразами (7.18) та (7.19) відповідно.
6. Розрахунок відносної смуги пропускання ЦДУТ $2\partial f/f_0$ за формулою (7.20).

7. Визначення хвильового опору круглого хвилеводу $Z_{H_{11}}$ для хвилі типу H_{11} за відомою формулою.

8. Розрахунок ДС відкритого кінця круглого хвилеводу в площинах Е та Н за відомими виразами з урахуванням $Z_{H_{11}}$.

9. Обчислення коефіцієнта спрямованої дії D за відомою формулою.

Отже, розрахунок антени за удосконаленою методикою повинен забезпечити повну взаємну компенсацію трансформованої нормованої вхідної реактивної провідності b_{ex} і нормованої реактивної провідності торця b ЦДУТ та забезпечити значення нормованої активної вхідної провідності g_{ex} рівним одиниці для покращення узгодження.

За запропонованою удосконаленою методикою, як приклад, проведено розрахунок геометричних розмірів ЦДУТ для середньої частоти смуги пропускання 6–8 ГГц. У результаті отримано: $d_m = 4,7$ мм, $l_m = 1,8$ см за $\varepsilon_m = 3,5$ та КСХН у лінії живлення $K_c = 1,85$, яка має діаметр зовнішнього провідника $D = 15$ мм, внутрішнього – $d = 2,2$ см; діелектрик – фторопласт із $\varepsilon = 2,2$. Довжина круглого хвилеводу $L = 9$ см (уздовж якої вкладається дві довжини хвилі). Діаметр хвилеводу складає $2a_x = 2,85$ см.

Зовнішній вигляд виготовленого дослідного зразка антени наведено на рис. 7.2.



Рис. 7.2. Дослідний зразок антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ

Експериментальне дослідження зміни КСХН антени у вигляді відкритого кінця круглого хвильоводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, у смузі частот 6–8 ГГц проводилось за допомогою панорамного вимірювача Р2-54, який працює в діапазоні частот 4–12 ГГц [7.24].

Структурну схему та зовнішній вигляд вимірювальної установки зображено на рис. 7.3 а), б). У склад структурної схеми установки (рис. 7.3) входять: генератор ГКЧ 54; індикатор КСХН та послаблення Я2Р-67; 1 – коаксіальна лінія; 2, 5 – головки детекторні; 3, 4 – спрямовані розгалужувачі; 6, 7, 8, – з'єднувальні коаксіальні лінії; 9 – дослідна антена.

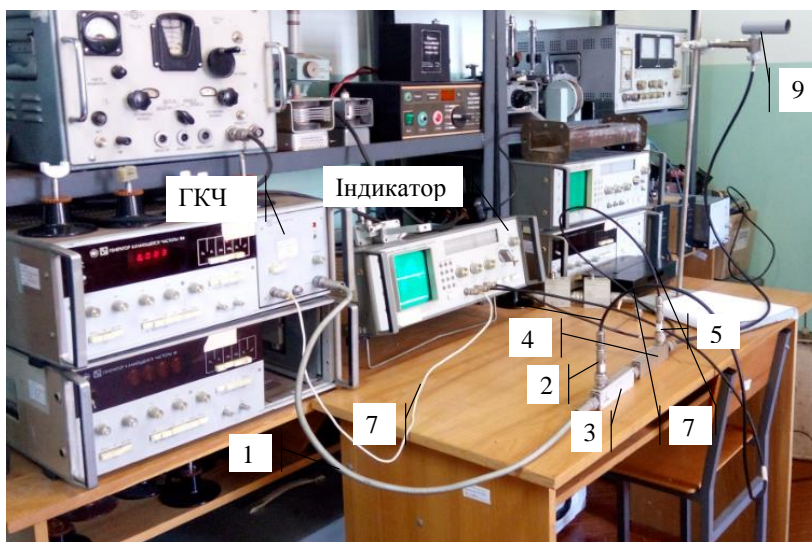
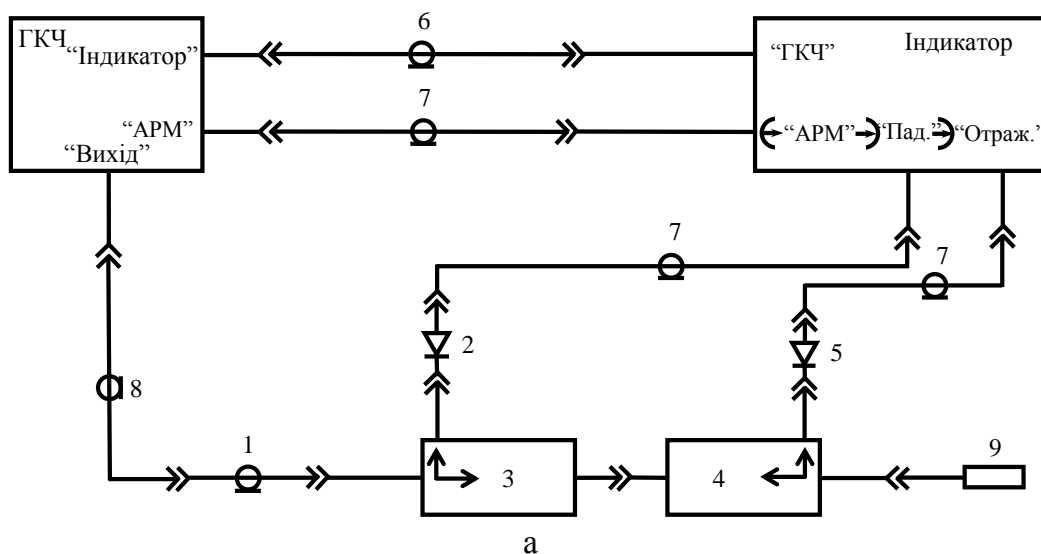


Рис. 7.3. Структурна схема (а) та зовнішній вигляд (б) установки для вимірювання КСХН

Робота панорамного вимірювача Р2-54 ґрунтується на принципі окремого виділення сигналів, які пропорційні потужностям падаючої від генератора та відбитої від антени хвиль [7.24].

На екрані індикатора Я2Р-67 спостерігається залежність КСХН від частоти. Зміну частоти коливань ГКЧ 54 можна контролювати за частотоміром. Перед початком роботи проведено калібрування панорамного вимірювача Р2-54 у всьому діапазоні робочих частот у режимі панорамного вимірювання КСХН [7.24]. Експериментальні вимірювання проведено з наступними похибками.

Похибка визначення частоти та граничних частот смуги не перевищує $\pm 0,02$ максимальної частоти робочого діапазону [7.24]. Похибка вимірювання послаблення в смугі частот – $\pm 0,5$ дБ, на частоті вимірювання – $\pm 0,3$ дБ [7.24].

Для визначення ДС дослідного зразка антени застосовано вимірювальну установку, схема та зовнішній вигляд якої зображені на рис. 7.4, рис. 7.5.



Рис. 7.4. Схема вимірювальної установки для дослідження ДС дослідної антени

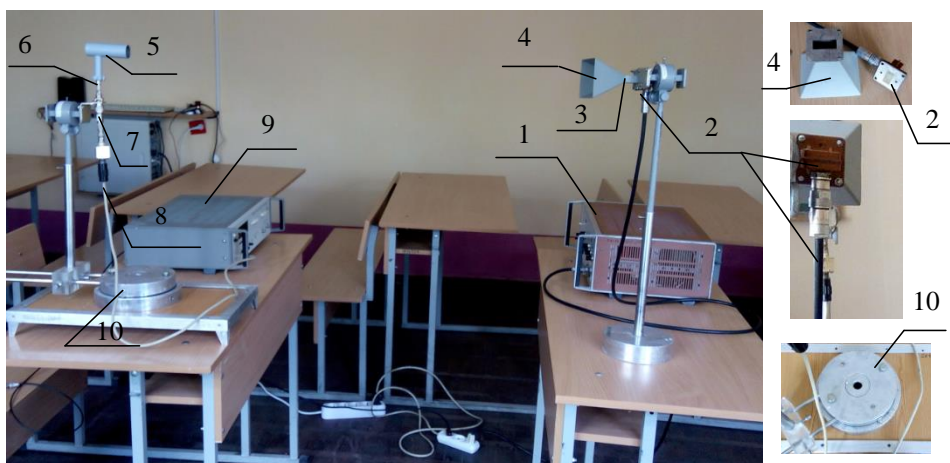


Рис. 7.5. Зовнішній вигляд вимірювальної установки для дослідження ДС дослідної антени

Передавальний рупор 4 живиться від генератора сигналів височастотного Г4-111 – 1 і випромінює електромагнітну хвилю у напрямку досліджуваної приймальної антени. Остання встановлюється на поворотному столі з лімбаом 10 для вимірювання кутів повороту антени. Вихід приймальної антени через детектор 7 з'єднується з вимірювальним приладом В8-7 – 9, який використовується для антенних досліджень. Відстань між приймальною та передавальною антенами відповідає умові дальньої зони і не змінюється в ході обертання приймальної антени. Тому густина потоку потужності поля, яке падає на приймальну антену, також є постійною величиною.

Потужність сигналу на виході приймальної антени, яку повернуто на кут θ_i відносно нульового напрямку, визначають за такою формулою [7.23]:

$$P_{\text{пр}i} = \Pi A_{\text{эф}} F^2(\theta_i). \quad (7.21)$$

За умов $\Pi = \text{const}$, $A_{\text{эф}} = \text{const}$ відповідно до (7.21) потужність на виході приймальної антени пропорційна нормованій ДС за потужністю.

Вимірювання за допомогою приладу В8-7 проведено шляхом порівняння вхідних величин з усередненими попередніми значеннями. Якщо максимальне значення показань у ході обертання антени встановити ручками регулювання “Підсилення” на 1,000, то це дозволяє вимірювати нормовані ДС [7.25].

Дискретні вимірювання нормованої ДС за потужністю $|F(\theta_i)|^2$ було проведено десять разів і усереднено за таким виразом:

$$|F(\theta_i)|^2 = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |F(\theta_i)|_j^2. \quad (7.22)$$

За результатами розрахунків та експериментальних досліджень ЦДУТ без урахування торцевих ємностей та відповідно до наведеної методики, отримано (рис. 7.6) графіки зміни КСХН у смузі частот 6–8 ГГц.

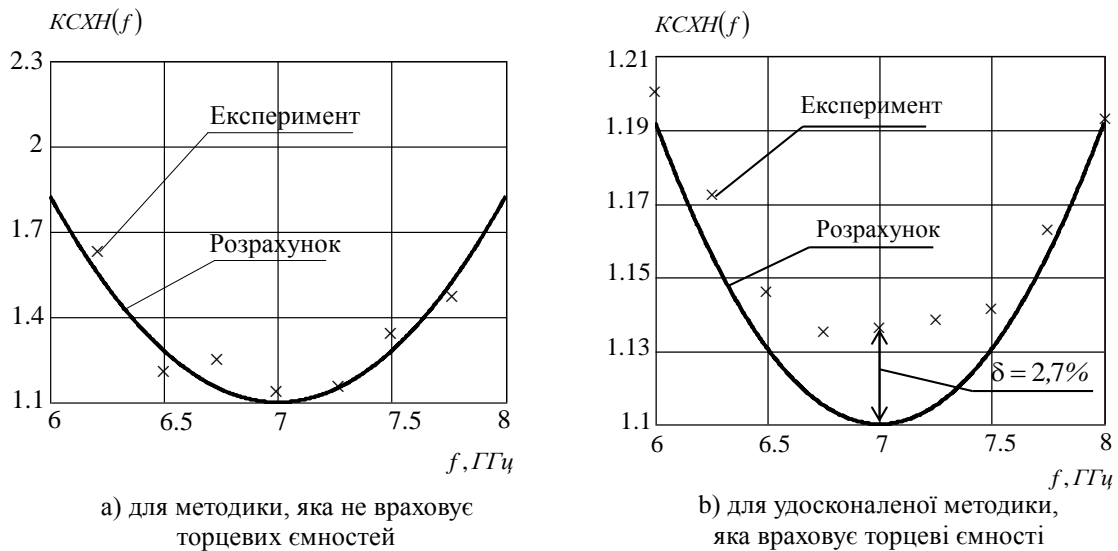


Рис. 7.6. Зміна КСХН у смузі частот 6–8 ГГц

Відповідно до рис. 7.6.а величина КСХН змінюється в межах від 1,1 до 1,85. У КЛ живлення буде режим змішаних хвиль. Згідно з рис. 7.6.б величина КСХН змінюється в межах від 1,1 до 1,19. У КЛ живлення хвилеводу круглого перетину наявність ЦДУТ, розрахованого за удосконаленою методикою, буде режим, близький до режиму біжучої хвилі. Із рис. 7.6 видно, що за використання удосконаленої методики забезпечується можливість розроблення антен із покращеним узгодженням, що забезпечує значення КСХН у смузі частот 6–8 ГГц не більше 1,19 (від 1,1 до 1,19). Максимальна відносна похибка результатів розрахунку КСХН за удосконаленою методикою відносно експерименту не перевищує 2,7 % (рис. 7.6).

Виміряні експериментально та розраховані за відомими формулами [7.22] нормовані ДС дослідної антени в площинах Е та Н за різних значень частоти наведено на рис. 7.7.

Відповідно до рис. 7.7 максимальна відносна похибка результатів розрахунку нормованих ДС у площині Е не перевищує 13,4 %, у площині Н – 10,1 %. Для відкритого кінця хвилеводу круглого перетину із ЦДУТ, розрахованим за наведеною методикою, ДС як у площині Е, так і в площині Н наближаються до ДС круглого хвилеводу із синфазним розкритом. Ширина ДС у пло-

щині Е дещо вузья, ніж у площині Н, оскільки розподіл амплітуд в електричній площині більш рівномірний.

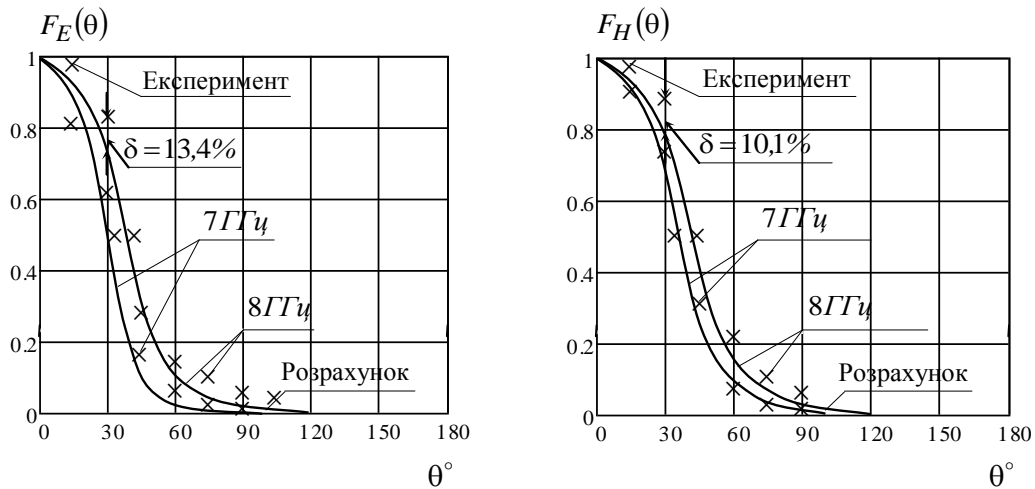


Рис. 7.7. Нормовані ДС дослідної антени в площинах Е та Н за різних значень частоти

Ширина діаграми спрямованості антени в площині Н становить близько 60° , а її значення можна коригувати шляхом зміни електричного розміру відкритого кінця хвилеводу круглого перетину (перехід у невеликий круглий рупор).

Отже, достовірність запропонованої удосконаленої методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, перевірено шляхом проведення експериментальних досліджень як щодо залежності КСХН від частоти, так і щодо ДС антени [7.26].

Наукова новизна отриманих результатів проведеного дослідження полягає в удосконаленні методики розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвилеводу, що живиться КЛ із ЦДУТ, яка відрізняється від існуючих врахуванням торцевих ємностей трансформатора з використанням методу еквівалентних схем та кругової діаграми Вольперта, що дозволяє покращити узгодження антени заданого діаметру у визначеній смузі частот [7.26].

Удосконалено та виведено нові розрахункові формули, що враховують вплив торцевих ємностей, які показують наступні особливості: відповідно до (7.7) довжина трансформатора повин-

на бути меншою чверті довжини хвилі, за цього величина зменшення визначається ємністю торців, що розраховується за формулою (7.10) з урахуванням (7.11); торцеві ємності збільшують необхідний хвильовий опір трансформатора (7.9) [7.26].

Практична значимість результатів дослідження є зменшення втрат потужності сигналу в розглянутій антені за рахунок покращення узгодження у визначеній смузі частот (зменшення КСХН до рівня, що не перевищує 1,19 у смузі частот 6–8 ГГц) [7.26].

ЛІТЕРАТУРА ЗА РОЗДІЛОМ 7

7.1. Apaydin G. Radio Wave Propagation and Parabolic Equation Modeling / G. Apaydin, L. Sevgi. – Institute of Electrical and Electronic Engineers, Inc. Published Wiley – IEEE Press, 2017. – 152 p. DOI:10.1002/9781119432166.

7.2. Jentschura U. D. Advanced Classical Electrodynamics. Green Functions, Regularizations, Multipole Decompositions / U. D. Jentschura. – Singapore: World Scientific Publishing Company, 2017. – 370 p. DOI:10.1142/10514.

7.3. Guan Bo. Cancelling the Cross Polarization of the Difference Modes in a Circular Aperture Multimode Monopulse Feed / Bo Guan, Yong Kuang, Zhang Ping Chen // IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. – 2018. – Vol. 15. – P. 1881–1884. DOI: 10.1109/tap.2018.2869616.

7.4. Pollock J. G. Anantha Ramakrishna S. A class of circular waveguiding structures containing cylindrically anisotropic metamaterials: Applications from radio frequency/microwave to optical frequencies / J. G. Pollock, A. K. Iyer, D. Pratap, A. S. Ramakrishna // Journal of Applied Physics. – 2016. – Vol. 119 (8): 083103. DOI: 10.1063/1.4942528.

7.5. Pollock J. G. Experimental verification of below-cutoff propagation in miniaturized circular waveguides using anisotropic ENNZ metamaterial liners / J. G. Pollock, A. K. Iyer // IEEE Trans Microw Theory Tech. – 2016. – Vol. 64 (4). – P. 1297–1305. DOI: 10.1109/tmtt.2016.2532872.

7.6. Satitchantrakul T. Compact wideband multi-section quarter-wave-like transformers / T. Satitchantrakul, A. Prayoot, R. Silapunt, D. Torrungrueng // Journal of Electromagnetic Waves and

Applications. – 2018. – Vol. 32. – P. 1911-1924. DOI: 10.1080/09205071.2018.1482239.

7.7. Наумов Н. Д. Оптимизированный метод расчета рупорной антенны / Н. Д. Наумов // Успехи прикладной физики. – 2017. – Т 5. – № 5. – С. 508–513.

7.8. Yeap Kim Ho. Attenuation in Circular and Rectangular Waveguides / Kim Ho Yeap, Nisar Humaira, Wong Eric, Lai Koon Chun, Ng Choon // Electromagnetics. – 2017. – Vol. 37 (3). – P. 171–184. DOI: 10.1080/02726343.2017.1301198.

7.9. Nedime Salem. Impedance Matching of a Large Loop Antenna Inside a Circular Waveguide / Salem Nedime, Niver Edip, Salem Mohamed // Conference: 2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting: July 2018. – P. 713, 714. 10.1109/APUSNCUR DOI: SIN RSM.2018.8609232

7.10. Patel A. Millimeter-wave TE₀₁–TE₁₁–HE₁₁ mode converter using overmoded circular waveguide / A. Patel, R. Goswami, A. Vala, K. Mahant, H. Mewada, P. Bhatt, K. Sathyanarayan, S.V. Kulkarni // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 2018. – Vol. 32 (14). – P. 1768–1778. DOI: 10.1080/09205071.2018.1468286.

7.11. Peters T. J. On-Chip Positionable Waveguides for Submicrometric Photonic Alignment / T.J. Peters, M. Tichem // Journal of Microelectromechanical Systems. – 2017. – Vol. 26. – P. 1259–1271. DOI: 10.1109/JMEMS.2017.2729945.

7.12. Zhao G. Organic field-effect optical waveguides / G. Zhao, H. Dong, Q. Liao et al. // Nat Commun. – 2018. – Vol. 9 (1) – P. 4790. DOI: 10.1038/s41467-018-07269-9.

7.13. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ / И. В. Лебедев. М.: Высш. школа, 1970. – 437 с.

7.14. Yeow You Kok. Materials Characterization Using Microwave Waveguide System / Kok Yeow You. – Johor, Malaysia: Intech. World's largest Science, Technology & Medicine, 2017. – 360 p. DOI: 10.5772/66230.

7.15. Абубакиров Б. А. Измерение параметров радиотехнических цепей / Б. А. Абубакиров, К. Г. Гудков, Э. В. Нечаев. – М. : Радио и связь, 1984. – 247 с.

7.16. You K. Y. Simple calibration and dielectric measurement technique for thin material using coaxial probe / K. Y. You, Y. L. Then // IEEE Sensors Journal. – 2015. – Vol. 15(10). – P. 5393–5397. DOI: 10.1109/jsen.2015.2427873.

7.17. Иоссель Ю. Я. Расчет электрической емкости / Ю. Я. Иоссель, Э. С. Кочанов, М. Г. Струнский. – Л. : Энергоиздат, 1981. – 288 с.

7.18. Satitchantrakul T. An Implementation of Compact Quarter-Wave-Like Transformers Using Multi-Section Transmission Lines / T. Satitchantrakul, N. Chudpooti, P. Akkaraekthalin, R. Silapunt, D. Torrungrueng // Radioengineering. – 2018. – Vol. 27 (1). – P. 101–109. DOI: 10.13164/re.2018.0101.

7.19. Shams S. I. Wideband coaxial to ridge gap waveguide transition / S. I. Shams, A. A. Kishk // Trans. Microw. Theory Tech. – 2016. – Vol 64 (12). – P. 4117–4125. DOI: 10.1109/TMTT. 2016. 2610421.

7.20. Nasr M. A. Wideband inline coaxial to ridge waveguide transition with tuning capability for ridge gap waveguide / M. A. Nasr, A. A. Kishk // Trans. Microw. Theory Tech. – 2018. – Vol. 66 (6). – P. 2757–2766. DOI: 10.1109/tmtt.2018.2815690.

7.21. Roy Dutta. Circuits, Systems and Signal Processing / Suhash Chandra, Dutta Roy. – Singapore: Springer, 2018. – 320 p. DOI: 10.1007/978-981-10-6919-2.

7.22. Айзенберг Г. З. Антенны ультракоротких волн / Г. З. Айзенберг. – М. : Связьиздат, 1957. – 699 с.

7.23. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства: учебн. пособие / А. З. Фрадин. М.: Связь, 1977. – 440 с.

7.24. Измеритель КСВН панорамный. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 1.403.037 ТО. 1988. – 40 с.

7.25. Измеритель отношения напряжений В8-7. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. 1984. – 99 с.

7.26. Каращук Н. М., Рихальський О. Р., Заєць Ю. О., Сабадаш С. С. Удосконалена методика розрахунку антени у вигляді відкритого кінця круглого хвильоводу / Н. М. Каращук, О. Р. Рихальський, Ю. О. Заєць, С. С. Сабадаш // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2020. – № 4. — С. 15–25. doi.org/10.15588/1607-3274-2020-15-25.

ВИСНОВКИ

У монографії наведено розроблені авторами підходи, методи та методики, призначені для вирішення завдань аналізу та проектування пристроїв збудження слабоспрямованих випромінювачів виконаних на базі прямокутних та круглих хвилеводів.

Розроблений методичний та математичний апарат є інструментом для розрахунку слабоспрямованих малогабаритних випромінювачів, виконаних на базі круглих та прямокутних хвилеводів, зокрема із частковим діелектричним заповненням, які можуть використовуватись як опромінювачі дзеркальних антен загального або спеціального призначення, як самостійні антени або елементи антенних решіток. Представлені методики розрахунку дають можливість безпосередньо здійснювати прикладні практичні розрахунки слабоспрямованих випромінювачів на базі прямокутних та круглих хвилеводів різного призначення.

За результатами розрахунків проведених із застосуванням запропонованих методик, виготовлено дослідні зразки: прямокутного хвилеводу із діелектричними пластинами та штирем збудження; круглого хвилеводу із ЦДУТ; прямокутного хвилеводу із поперечною щілиною, що повертається; прямокутного хвилеводу із поздовжньою щілиною, що повертається та штирями збудження. Деякі конструкції захищено патентами України на винахід.

Працездатність розроблених підходів підтверджена результатами експериментальних досліджень. Встановлено, що достовірність і точність отриманих результатів є достатніми для практичних потреб та інженерних розрахунків.

Перспективними напрямками подальших досліджень є розробка більш широкосмугових пристроїв збудження електромагнітних хвиль у хвилеводах різної конфігурації.

ДОДАТКИ

Додаток А. Розрахунки залежностей активної та реактивної провідностей випромінювання щілини в хвилевід та вільний простір, коефіцієнта відбиття щілини від зміни її параметрів, положення та діапазону частот

Залежності активної провідності випромінювання щілини в хвилевід від зміни ширини щілини Δ за різних значень кута θ

$a := 2.3$ $b := 1$ розміри поперечного перерізу прямокутного хвилеводу

$\lambda := 3$ робоча довжина хвилі

$$\lambda_x := \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}} \quad \text{довжина хвилі в хвилеводі}$$

$\epsilon := 1$ $\mu := 1$ відносні діелектрична та магнітна проникності вакууму

$$kz := \frac{2\pi}{\lambda_x} \quad \text{хвильове число}$$

$y1 := \frac{a}{2}$ $z := 0$ координати розташування щілини

$N := 1$ $l := \frac{\lambda}{2}$ норма поля та довжина щілини

$$M1(\Delta, \theta) := \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)\right]}{1 - \left(\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)}$$

$$M2(\Delta, \theta) := \left(\frac{1}{a} \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda_x} \cdot \cos(\theta)\right) \cdot M1(\Delta, \theta)$$

$$M4(\Delta, \theta) := \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)\right]}{1 - \left(\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)}$$

$$M3(\Delta, \theta) := \left(\frac{1}{a} \cdot \sin(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda_x} \cdot \cos(\theta)\right) \cdot M4(\Delta, \theta)$$

$$M5(\Delta, \theta) := (M2(\Delta, \theta)) \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1} + (M3(\Delta, \theta)) \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1}$$

$$G0(\Delta, \theta) := \left[\left[\left[-i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \lambda x}{a \cdot b \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot (M5(\Delta, \theta)) \cdot e^{-i \cdot kz \cdot z} \right] \right] \right]^2 \cdot N$$

Залежність активної провідності випромінювання щілини в вільний простір від зміни ширини щілини Δ

$$R11(\Delta) := -20 \cdot \Delta^2 + 35 \cdot \Delta + 77.8 \quad \lambda := 3$$

$$G\Sigma(\Delta) := \frac{0.5 \cdot R11(\Delta)}{(60 \cdot \pi)^2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right) - \frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)}$$

Залежності коефіцієнта відбиття щілини від зміни її ширини Δ та значень кута θ

$a := 2.3$ $b := 1$ розміри поперечного перерізу хвилеводу

$\lambda := 3$ робоча довжина хвилі

$z := 0$ $y1 := \frac{a}{2}$ $t := \frac{a}{2}$ координати положення щілини

$\mu := 1$ $\epsilon := 1$ відносні магнітна та діелектрична провідності вакууму

$N := 1$ норма поля

$\psi := 180^\circ$ $R11(\Delta) := -20 \cdot \Delta^2 + 35 \cdot \Delta + 77.8$

$$G\Sigma(\Delta) := \frac{0.5 \cdot R11(\Delta)}{(60 \cdot \pi)^2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right) - \frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right)}$$

$$M1(\Delta, \theta) := \left[\frac{\frac{\lambda}{2}}{a} \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}} \cdot \cos(\theta) \right]$$

$$K1(\Delta, \theta) := \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{\frac{\lambda}{2}}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right] \right]$$

$$K2(\Delta, \theta) := \left[\frac{\frac{\lambda}{2}}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right]^2$$

$$M2(\Delta, \theta) := \frac{K1(\Delta, \theta) \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right] \right]}{1 - K2(\Delta, \theta) \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right]}$$

$$M3(\Delta, \theta) := -i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \frac{\lambda}{2}}{a \cdot b \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \quad M4(\Delta, \theta) := \left[\frac{\frac{\lambda}{2}}{a} \cdot \sin(\theta) - \frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \cos(\theta) \right]$$

$$M5(\Delta, \theta) := \frac{\cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{\frac{\lambda}{2}}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right] \right] \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right] \right]}{1 - \left[\frac{\frac{\lambda}{2}}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right]^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right]}$$

$$L1(\Delta, \theta) := 120 \cdot \frac{\cos \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda \cdot 4} \right) \cdot \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta) \right) \right)^2}{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda \cdot 4} \right) \cdot (\sin(\theta))^2} \quad L2(\Delta, \theta) := 120 \cdot \left(\ln \left(\frac{4 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\Delta} \right) - 1 \right)$$

$$L3(\Delta, \theta) := \frac{1}{240} \cdot \frac{\lambda}{\Delta} \cdot \left(\frac{2 \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda} - \frac{\lambda}{2 \cdot \frac{\lambda}{2}} \right)$$

$$B(\Delta, \theta) := \frac{(-45 \cdot \Delta^2 + 10.5 \cdot \Delta + 48.7) + (L1(\Delta, \theta)) - (L2(\Delta, \theta)) \cdot \cot\left(\frac{\pi \cdot \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right) + L3(\Delta, \theta)}{(60 \cdot \pi)^2}$$

$$H1(\Delta, \theta) := 2 \cdot \left[\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \frac{\psi}{2} \right] \right]^2 \quad H2(\Delta, \theta) := \left[\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \frac{\psi}{2} \right] \right]^2$$

$$H3(\Delta, \theta) := e^{-i \times 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}}$$

$$\Gamma(\Delta, \theta) := \left[\frac{H1(\Delta, \theta) - \left[\frac{G\Sigma(\Delta)}{G0(\Delta, \theta)} + i \frac{B(\Delta, \theta)}{G0(\lambda, \theta)} - i \sin \left[2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right] \right]}{2 \cdot H2(\Delta, \theta) + \left[\frac{G\Sigma(\Delta)}{G0(\Delta, \theta)} + i \frac{B(\Delta, \theta)}{G0(\Delta, \theta)} - i \sin \left[2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right] \right]} \cdot H3(\Delta, \theta) \right]^2$$

Залежності активної провідності випромінювання щілини у хвилевід від зміни довжини щілини $\ell = (1 \dots 3) \text{ см}$ за різних значень кута θ

$a := 2.3$ $b := 1$ розміри поперечного перерізу хвилеводу

$\lambda := 3$

$\lambda_x := \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}$ довжина хвилі в хвилеводі

$\Delta := 0.2$ $z := 0$ $y1 := \frac{a}{2}$ ширина та координати положення щілини

$\epsilon_w := 1$ $\mu := 1$ відносні діелектрична та магнітна проникності щілини

$kz := \frac{2\pi}{\lambda_x}$ хвильове число

$N := 1$ норма поля

d довжина щілини

$$M1(d, \theta) := -i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \lambda_x}{a \cdot b \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \quad M2(d, \theta) := \frac{d}{a} \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot d}{\lambda_x} \cdot \cos(\theta)$$

$$M3(d, \theta) := \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot d}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)\right]}{1 - \left(\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot d}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)}$$

$$M4(d, \theta) := \frac{d}{a} \cdot \sin(\theta) - \frac{2d}{\lambda_x} \cdot \cos(\theta)$$

$$M5(d, \theta) := \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot d}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)\right]}{1 - \left(\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot d}{\lambda_x} \cdot \sin(\theta)\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left(\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda_x}\right)}$$

$$M6(d, \theta) := [(M2(d, \theta)) \cdot M3(d, \theta)] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1} + [(M4(d, \theta)) \cdot M5(d, \theta)] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1}$$

$$G0(d, \theta) := \left[\left[[M1(d, \theta) \cdot (M6(d, \theta)) \cdot e^{-i \cdot k_z \cdot z}] \right]^2 \right] \cdot N$$

Залежності реактивної провідності щілини від зміни довжини щілини $\ell = (1...3) \text{ см}$ за різних значень кута θ

$$\lambda := 3 \quad \Delta := 0.2$$

$$M1(d, \theta) := 120 \cdot \frac{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda \cdot 4}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi \cdot \cos(\theta)}{2}\right)\right)^2}{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda \cdot 4}\right) \cdot (\sin(\theta))^2} \quad M2(d, \theta) := \left[120 \cdot \left(\ln\left(\frac{4 \cdot d}{\Delta}\right) - 1\right) \right] \cdot \cot\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda}\right)$$

$$B(d, \theta) := \frac{(-45 \cdot \Delta^2 + 10.5 \cdot \Delta + 48.7) + (M1(d, \theta)) - M2(d, \theta)}{(60 \cdot \pi)^2} + \frac{1}{240} \cdot \frac{d}{\Delta} \cdot \left(\frac{2 \cdot d}{\lambda} - \frac{\lambda}{2 \cdot d}\right)$$

Залежності коефіцієнта відбиття щілини від зміни її довжини $\ell = (1...3) \text{ см}$ та значень кута θ

$$a := 2.3 \quad b := 1$$

розміри поперечного перерізу хвилеводу

$$\mu := 1 \quad \epsilon := 1$$

відносні магнітна та діелектрична проникності вакууму

$$\lambda := 3$$

робоча довжина хвилі

$$\Delta := 0.2 \quad y1 := \frac{a}{2} \quad z := 0$$

ширина щілини та координати її положення

$$N := 1$$

норма поля

$$\psi := 180^\circ$$

$$t := \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}} \quad M1(d) := \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda}\right) - \frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda}\right)}$$

$$G_{\Sigma}(d) := \frac{0.5 \cdot (-1.4994 \cdot \lambda^3 + 14.84 \cdot \lambda^2 - 50.03 \cdot \lambda + 140.76)}{(60 \cdot \pi)^2} \cdot M1(d)$$

$$M2(d, \theta) := -i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}}{a \cdot b \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$$

$$M3(d, \theta) := \frac{d}{a} \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}$$

$$M5(d, \theta) := \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]\right]$$

$$M4(d, \theta) := \frac{M5(d, \theta) \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]\right]}{1 - \left[\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]}$$

$$M6(d, \theta) := \frac{d}{a} \cdot \sin(\theta) - \frac{2d}{\lambda} \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}$$

$$M7(d, \theta) := \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]\right]$$

$$M8(d, \theta) := \frac{M7(d, \theta) \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)}}} \right] \right]}{1 - \left[\frac{d}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)}} \right]^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)}}} \right]}$$

$$M10(d, \theta) := [(M3(d, \theta)) \cdot M4(d, \theta)] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1}$$

$$M9(d, \theta) := M10(d, \theta) + [(M6(d, \theta)) \cdot M8(d, \theta)] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1}$$

$$M11(d, \theta) := -1.3333 \cdot \lambda^4 + 16.4 \cdot \lambda^3 - 75.017 \cdot \lambda^2 + 151.69 \cdot \lambda + 65.746$$

$$M12(d, \theta) := 120 \cdot \frac{\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta}{4}\right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta)\right)\right)^2}{\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta}{4}\right) (\sin(\theta))^2}$$

$$M13(d, \theta) := \left[120 \cdot \left(\ln\left(\frac{4 \cdot d}{\Delta}\right) - 1 \right) \right] \cdot \cot\left(\frac{\pi \cdot d}{\lambda}\right)$$

$$B(d, \theta) := \frac{(M11(d, \theta)) + (M12(d, \theta)) - M13(d, \theta)}{(60 \cdot \pi)^2} + \frac{1}{240} \cdot \frac{d}{\Delta} \cdot \left(\frac{2 \cdot d}{\lambda} - \frac{\lambda}{2 \cdot d} \right)$$

$$M14(d, \theta) := 2 \cdot \left[\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \frac{\psi}{2} \right] \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)}}{\lambda} \right]^2$$

$$M15(d, \theta) := 2 \cdot \left[\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \frac{\psi}{2} \right] \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)}}{\lambda} \right]^2 - (i \times 2) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)}}$$

$$M16(d, \theta) := e$$

$$M17(d, \theta) := \frac{G_{\Sigma}(d)}{G0(d, \theta)} + i \frac{B(d, \theta)}{G0(d, \theta)} - i \sin \left[2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right]$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$M18(d, \theta) := \frac{G_{\Sigma}(d)}{G0(d, \theta)} + i \frac{B(d, \theta)}{G0(d, \theta)} - i \sin \left[2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right]$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$\Gamma_{\text{www}}(d, \theta) := \left[\left| \frac{M14(d, \theta) - (M17(d, \theta))}{M15(d, \theta) + (M18(d, \theta))} \cdot M16(d, \theta) \right| \right]^2$$

Залежності активної провідності випромінювання щілини у хвилевід від зміни робочої довжини хвилі λ за різних значень кута θ

$a := 2.3$ $b := 1$ розмір поперечного перерізу хвилеводу

$\Delta := 0.2$ $l_{\text{www}} := \frac{3}{2}$ розміри щілини

$\varepsilon_{\text{www}} := 1$ $\mu := 1$ відносні діелектрична та магнітна проникності вакууму

$y1 := \frac{a}{2}$ $z := 0$ координати положення щілини

$N := 1$ норма поля

$$M1(\lambda, \theta) := -i \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}}{a \cdot b \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$$

$$M2(\lambda, \theta) := \frac{1}{a} \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \cos(\theta)$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$M3(\lambda, \theta) := \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right] \right] \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right] \right]$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$M4(\lambda, \theta) := 1 - \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right]^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right]$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$\left[\frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}} \right]$$

$$M5(\lambda, \theta) := \left[\frac{1}{a} \cdot \sin(\theta) - \frac{2l}{\lambda} \cdot \cos(\theta) \right] \quad M6(\lambda, \theta) := \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2l}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right] \right]$$

$$M7(\lambda, \theta) := 1 - \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2l}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right]^2$$

$$M8(\lambda, \theta) := \left[\frac{M6(\lambda, \theta) \cdot \sin \left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right] \right]}{M5(\lambda, \theta) \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} + \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right]} \right] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1}$$

$$G0(\lambda, \theta) := \left[\left[M1(\lambda, \theta) \cdot \left[(M2(\lambda, \theta)) \cdot \frac{M3(\lambda, \theta)}{M4(\lambda, \theta)} \right] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1} + M8(\lambda, \theta) \right] \cdot e^{-i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z} \right]^2 \cdot N$$

Залежності реактивної провідності щілини від зміни робочої довжини хвилі λ за різних значень кута θ

$$\Delta := 0.2 \quad \frac{l}{\omega} := 1.5$$

$$M1(\lambda, \theta) := -1.3333 \cdot \lambda^4 + 16.4 \cdot \lambda^3 - 75.017 \cdot \lambda^2 + 151.69 \cdot \lambda + 65.746$$

$$M2(\lambda, \theta) := 120 \cdot \frac{\cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta}{4} \right) \cdot \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta) \right) \right)^2}{\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta}{4} \right) \cdot (\sin(\theta))^2}$$

$$B(\lambda, \theta) := \frac{(M1(\lambda, \theta)) + (M2(\lambda, \theta)) - \left[120 \cdot \left(\ln \left(\frac{4 \cdot l}{\Delta} \right) - 1 \right) \right] \cdot \cot \left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda} \right)}{(60 \cdot \pi)^2} + \frac{1}{240} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{2 \cdot l}{\lambda} - \frac{\lambda}{2 \cdot l} \right)$$

Залежність активної провідності випромінювання щілини в вільний простір від зміни робочої довжини хвилі λ

$$R_{11}(\lambda) := -1.4994 \cdot \lambda^3 + 14.84 \cdot \lambda^2 - 50.03 \cdot \lambda + 140.76 \quad \lambda := 1.5$$

$$R_{11}(3.5) = 83.158$$

$$G_{\Sigma}(\lambda, R_{11}) := \frac{0.5 \cdot R_{11}}{(60 \cdot \pi)^2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda}\right) - \frac{\pi \cdot l}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda}\right)} \quad G_{\Sigma}(\lambda) := G_{\Sigma}(\lambda, R_{11}(\lambda))$$

Залежності коефіцієнта відбиття щілини від зміни робочої довжини хвилі λ та значень кута θ

- $a := 2.3$ $b := 1$ розміри поперечного перерізу хвилеводу
 $\epsilon := 1$ $\mu := 1$ відносні діелектрична та магнітна проникності вакууму
 $\Delta := 0.2$ $l := 1.5$ розміри щілини
 $z := 0$ $t := \frac{a}{2}$ $y1 := \frac{a}{2}$ координати положення щілини
 $N := 1$ норма поля

$$\psi := 180^\circ \quad R_{11}(\lambda) := -1.4994 \cdot \lambda^3 + 14.84 \cdot \lambda^2 - 50.03 \cdot \lambda + 140.76 \quad R_{11}(3.5) = 83.158$$

$$G_{\Sigma}(\lambda, R_{11}) := \frac{0.5 \cdot (-1.4994 \cdot \lambda^3 + 14.84 \cdot \lambda^2 - 50.03 \cdot \lambda + 140.76)}{(60 \cdot \pi)^2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda}\right) - \frac{\pi \cdot l}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\pi \cdot l}{\lambda}\right)}$$

$$M1(\lambda, \theta) := -i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}{a \cdot b \cdot N}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \quad M2(\lambda, \theta) := \frac{1}{a} \cdot \sin(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \frac{\cos(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}$$

$$M3(\lambda, \theta) := \cos\left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]\right] \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot \Delta}{2} \cdot \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a}\right)^2}}\right]\right]$$

$$M4(\lambda, \theta) := 1 - \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right]^2 \cdot \frac{\pi \cdot \Delta}{2} \left[\frac{\sin(\theta)}{a} - \frac{2 \cdot \cos(\theta)}{\lambda} \right]$$

$$M5(\lambda, \theta) := \frac{1}{a} \cdot \sin(\theta) - \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \cos(\theta) \quad M6(\lambda, \theta) := \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right] \right]$$

$$M7(\lambda, \theta) := 1 - \left[\frac{1}{a} \cdot \cos(\theta) + \frac{2 \cdot 1}{\lambda} \cdot \sin(\theta) \right]^2$$

$$M8(\lambda, \theta) := \left[(M2(\lambda, \theta)) \cdot \frac{M3(\lambda, \theta)}{M4(\lambda, \theta)} \right] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1} + [(M5(\lambda, \theta)) \cdot M7(\lambda, \theta)] \cdot e^{-i \cdot \frac{\pi}{a} \cdot y1}$$

$$G0(\lambda, \theta) := \left[\left[\left[M1(\lambda, \theta) \cdot (M8(\lambda, \theta)) \cdot e^{-i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z} \right] \right]^2 \right] \cdot N$$

$$M9(\lambda, \theta) := -1.3333 \cdot \lambda^4 + 16.4 \cdot \lambda^3 - (75.01 \cdot \lambda^2) + 151.69 \cdot \lambda + 75.746$$

$$M10(\lambda, \theta) := \left[120 \cdot \left(\ln \left(\frac{4 \cdot 1}{\Delta} \right) - 1 \right) \right] \cdot \cot \left(\frac{\pi \cdot 1}{\lambda} \right)$$

$$B(\lambda, \theta) := \frac{(M9(\lambda, \theta)) + \left[120 \cdot \frac{\cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta}{4} \right) \cdot \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos(\theta) \right) \right)^2}{\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\Delta}{4} \right) \cdot (\sin(\theta))^2} \right] - M10(\lambda, \theta)}{(60 \cdot \pi)^2} + \frac{1}{240} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot \left(\frac{2 \cdot 1}{\lambda} - \frac{\lambda}{2 \cdot 1} \right)$$

$$M11(\lambda, \theta) := \left[\frac{G_{\Sigma}(\lambda, R11)}{G0(\lambda, \theta)} + i \frac{B(\lambda, \theta)}{G0(\lambda, \theta)} - i \sin \left[2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right] \right]$$

$$M12(\lambda, \theta) := \frac{G_{\Sigma}(\lambda, R11)}{G0(\lambda, \theta)} + i \frac{B(\lambda, \theta)}{G0(\lambda, \theta)} - i \sin \left[2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right] \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \psi \right] \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}$$

$$M11(\lambda, \theta) := \frac{2 \cdot \left[\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \frac{\psi}{2} \right] \right]^2 - (M11(\lambda, \theta))}{2 \cdot \left[\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t + \frac{\psi}{2} \right] \right]^2 + (M12(\lambda, \theta))} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2 \cdot a} \right)^2}$$

$$\Gamma(\lambda, \theta) := \left[M11(\lambda, \theta) \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot t} \right]^2$$

Наукове видання

МАНОЙЛОВ В'ячеслав Пилипович
КАРАЩУК Наталія Миколаївна
МАРТИНЧУК Петро Петрович

Монографія

Технічний редактор *Каращук Н. М.*
Дизайн обкладинки *Каращук Н. М.*

надруковано з оригінал-макета авторів

Підписано до друку 05.09.2022.
Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 17,67.
Зам. № 319. Наклад 300 прим.

Видавець ТОВ “Видавничий дім “Бук-Друк””
м. Житомир, вул. М. Бердичівська, 17А
тел.: 063 101 22 33

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції України
серія ДК №7412 від 27.07.2021 р.*

Друк та палітурні роботи ФОП О. О. Євенок
м. Житомир, вул. М. Бердичівська, 17А
тел.: 063 101 22 33, e-mail:bookovych@gmail.com
*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції України
серія ДК №3544 від 05.08.2009 р.*