

ПОРІВНЯЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

В багатьох практичних задачах оптимізації математична модель є задачею лінійного програмування: задача про харчовий раціон; задача про виробництво складного обладнання; задача про перевезення; задача про розподілення ресурсів; задача про завантаження верстатів.

В багатьох алгоритмах, призначених для розв'язання нелінійних задач, доводиться на кожній ітерації розв'язувати задачі лінійного програмування (метод Вольфа, метод умовного градієнта, метод можливих напрямків та інші). Задача лінійного програмування має вигляд:

$$\chi(x) = \sum_{i=1}^n C_i x_i \rightarrow \text{extr}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \leq b_k, \\ a_{k+11}x_1 + a_{k+12}x_2 + \dots + a_{k+1n}x_n = b_{k+1}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases} \quad (2)$$

$$x_i \geq 0, i \in S \subseteq \{1, \dots, n\}. \quad (3)$$

Основним методом розв'язання задач лінійного програмування є симплекс-метод. Він являє собою спрямований перебір кутових точок. На кожній ітерації знаходиться кутова точка з меншим, або рівним значенням функції цілі, ніж у попередній точці. За скінченне число кроків одержується розв'язок задачі чи встановлюється її нерозв'язність.

При розв'язанні не вироджених задач лінійного програмування симплекс-метод знаходить оптимальний розв'язок за скінченну кількість кроків, але коли потрібно працювати з виродженою задачею, то можливе зациклювання, тобто безкінечний перебір базисів кутової точки, тому було запропоновано симплекс-метод з антицикліном. Використання антицикліну на кожному кроці симплекс-методу призводить до помітного збільшення машинного часу ЕОМ, потрібного для вирішення задачі. Тому антициклін застосовується лише в тому випадку, коли виявляється зациклювання, шляхом додавання одиничної матриці порядку $r \times r$ до даної симплекс-таблиці, а коли зациклювання буде подолано, знову повертаємося до спрощеного правила вибору розв'язуючого елемента. В процесі реалізації симплекс-методу доводиться на кожній ітерації перераховувати таблиці розмірів $(m+1) \times (n+1)$. За допомогою модифікованого симплекс-методу цього можна запобігти, зберігаючи матрицю $(m+1) \times (m+1)$, і породжувати оцінки c_j і стовпчики X_j тоді, коли вони потрібні. Що дозволило зменшити кількість обчислювальних операцій та об'єм пам'яті ЕОМ. Реальні переваги модифікованого симплекс-методу менш помітні, але дуже важливі. По-перше, не обов'язково обраховувати оцінки всіх небазисних стовпчиків, ми можемо взяти першу оцінку більшу нуля. При цьому об'єм розрахунків складає лише деяку частку від розрахунків необхідних для оцінок всіх стовпчиків, частку, що визначається середнім числом стовпчиків, які потрібно переглянути перш ніж буде знайдений стовпчик з додатною оцінкою. Друга перевага модифікованого симплекс-методу полягає в тому, що операція оцінювання використовує стовпчики з вихідної таблиці. Звідси випливає, не лише те, що знаходити оцінки можна швидко, але і те, що вихідну таблицю можна зберігати в дуже компактному вигляді. Для вибору методу розв'язання конкретної задачі потрібно знати порівняльні характеристики задач лінійного програмування. Саме цьому призначена дана робота. В роботі були програмно реалізовані: симплекс-метод; симплекс-метод з антицикліном; модифікований симплекс-метод; знаходження порівняльних характеристик перерахованих методів. За допомогою мови програмування Microsoft Visual C# та платформи .NET реалізовано програмний продукт, який містить: «Симплекс-метод», «Симплекс-метод з антицикліном», «Модифікований симплекс-метод», «Побудова порівняльних характеристик вище наведених методів».