

ПОРІВНЯЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ З БУЛЕВИМИ ЗМІННИМИ

На практиці часто зустрічаються задачі, математичну модель яких можна записати у вигляді задачі лінійного програмування з булевими змінними. Математична модель таких задач має наступний вигляд:

$$\chi(y) = \sum_{i=1}^n c_i y_i \rightarrow \min, \quad (1)$$

за умов

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j = b_j, i = 1, \dots, p \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j \leq b_j, i = p+1, \dots, m \\ y_j \begin{cases} 0, \\ 1, \end{cases} j = 1, \dots, n. \end{cases} \quad (2)$$

До задач лінійного програмування з булевими змінними зводиться багато практичних задач. Наприклад, задача про призначення виконавців на робочі місця: є N робітників та N робіт. Відомі витрати на призначення i -го працівника на j -те робоче місце. Потрібно знайти таке призначення працівників на роботи (кожен працівник виконує рівно одну роботу, кожна робота виконується рівно одним працівником), щоб сумарні витрати на призначення були мінімальними. Якщо i -ий працівник призначається на j -ту роботу, то змінна дорівнює одиниці, у протилежному випадку – нулю.

Задача про розміщення джерел на фіксовані місця. Вона ставиться наступним чином: є N джерел фізичного поля та M фіксованих посадкових місць. Необхідно розмістити джерела фізичного поля на посадкові місця таким чином, щоб значення поля у точці заміру було найменшим. На розміщення джерел накладаються такі обмеження:

- на кожне посадкове місце може бути поставлено не більше одного джерела;
- кожне джерело може бути поставлено не більше, ніж на одне посадкове місце;
- кількість розміщених джерел повинна бути максимально можливою.

Якщо i -те джерело призначається на j -те місце, то змінна дорівнює одиниці, в іншому випадку – нулю. Множина припустимих розв'язків у математичній моделі цієї задачі визначається системою лінійних рівнянь з булевими змінними, а функція цілі при виконанні певних умов є лінійною. Таким чином, маємо задачу лінійного програмування з булевими змінними.

При знаходженні розв'язку кожної з таких задач можуть ставитися різні цілі для досягнення. Якщо важливо досягти найкращого розв'язку по точності, то для розв'язання задачі використовуються точні методи. Однак специфіка реальних умов, в яких доводиться розв'язувати практичні дискретні задачі, часто не дозволяє застосовувати точні методи, бо для розв'язку задач великої розмірності потрібні значні витрати часу та пам'яті ЕОМ. Якщо до того ж розв'язок задачі має поточний, оперативний характер, то більш цінним є швидке та гарантоване отримання хоча б наближеного розв'язку, ніж отримання точного результату за більший проміжок часу. Тому актуальності набуває розробка та дослідження наближених методів. В свою чергу, отримані результати наближеними методами можуть значно відхилитися від точного розв'язку. Таким чином, доцільним є проведення порівняльної характеристики методів розв'язання задач лінійного програмування з булевими змінними та отримання певного висновку про вибір методу до конкретного випадку.

В даній роботі було програмно реалізовано наступні методи розв'язання задач лінійного програмування з булевими змінними:

- адитивний алгоритм, який відноситься до точних комбінаторних методів. Алгоритм містить в основі метод гілок та меж. Адитивний він називається тому, що його обчислювальні операції містять лише додавання та віднімання;
- метод випадкового пошуку. Особливістю даного методу є використання ітераційного процесу розв'язання задачі, який побудований на заміні задачі оптимізації розв'язуванням систем нерівностей;
- метод вектора спаду, який є методом локальної оптимізації. Даний метод використовує ті ж самі умови, що є загальними для всіх методів локальної оптимізації (знаходження значення початкового наближення та радіусу околу точки), в якому правило перебору точок околу базується на властивостях векторної функції, яка називається вектором спаду, який вказує на зменшення значення функції цілі.

Для розробки програмного продукту в якості цільової операційної системи (ОС) було обрано сімейство ОС Microsoft Windows, мову програмування Microsoft Visual C#, відповідно, платформу .NET та інтегроване середовище розробки Microsoft Visual Studio 2012. Також програмно реалізовано знаходження порівняльних характеристик вище описаних методів. Порівняння здійснюється за такими категоріями:

- точність розв'язку;
- час розв'язання задачі в залежності від розмірності.

Побудовано програмний продукт, який дозволяє розв'язувати задачі лінійного програмування з булевими змінними адитивним алгоритмом, методом випадкового пошуку та вектора спаду та знаходити порівняльні характеристики цих методів за точністю та часом розв'язання залежно від розмірності. Було зроблено висновок про найоптимальніший метод розв'язання таких задач.