

АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КРІГІНГУ ПРИ ПРОГНОЗУВАННІ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОКЛАДІВ КОРИСНИХ КОПАЛИН

Крігінг – метод знаходження найкращої статистичної оцінки середнього вмісту компонентів корисної копалини в блоці з використанням результатів опробування як всередині, так і поза межами блока, який оцінюється. Ці результати враховуються ваговими коефіцієнтами, які забезпечують мінімальні значення дисперсії середнього значення. Крігінг реалізується при різних системах розвідки родовищ корисних копалин у таких модифікаціях: дискретний, безперервний та випадковий.

За допомогою методу крігінгу можна отримувати незміщені оцінки середніх значень просторової змінної в заданих об'ємах, які мають мінімальні дисперсії похибок. Окрім того, він володіє цілим рядом інших властивостей, які надають певний ефект при оцінці родовищ корисних копалин.

Однією з унікальних властивостей крігінгу є умовна незміщеність, яка означає, що середній вміст корисної копалини у всіх блоках Z_V^* є рівним дійсному середньому в цих блоках \bar{Z}_V . Така властивість проявляється абсолютно точно за умови нормального розподілу вмісту корисних компонентів у породі.

У практиці для перевірки точності оцінок крігінгу на одному графіку зображують дійсні значення вмісту Z_V разом зі значеннями оцінок Z_V^* . В ідеальному випадку Z_V завжди є рівним Z_V^* (рис. 1, а), графік має вигляд прямої лінії, проведеної від початку координат під кутом 45° , що неможливо реалізувати на практиці.

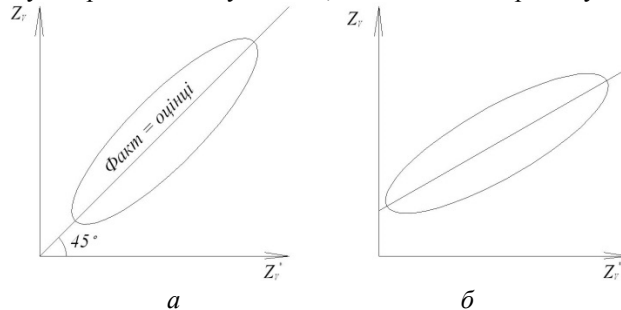


Рис. 1. Регресія дійсних значень і оцінок: а – умовно незміщена; б – умовно зміщена

У випадку, коли оцінювач є умовно незміщеним, вдається отримати достатньо точні результати оцінки. Визначення умовної незміщеності має такий вигляд:

$$E[Z_V | Z_V^*] = Z_V^* \quad (1)$$

Це означає, що регресійна функція між Z_V та Z_V^* повинна бути лінійною із кутом нахилу 45° . Даний факт відіграє дуже важливу роль: він стверджує, якщо при експлуатації родовища опиратися на прогнозовані дані вмісту, то зрештою буде встановлено їх точне значення. На кореляційній діаграмі видно, що точка (\bar{Z}_V, \bar{Z}_V^*) , де \bar{Z}_V – середнє всіх реальних значень, які відповідають оцінці Z_V^* , буде лежати на бісектрисі кута між координатними осями (рис.2).

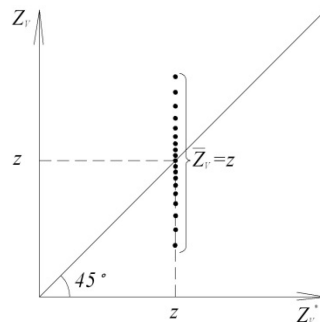


Рис. 2. Умова незміщеності оцінок, отриманих на основі крігінгу

Як бачимо, описана вище властивість крігінгу є унікальною. Проте, як уже зазначалося вище, максимальна точність умови незміщеності буде дотримана в тому випадку, коли величини вмісту будуть розподілені за законом Гауса, а лінії регресії є прямими. При оціночних побудовах повинно бути відомим середнє значення по родовищу в цілому. Враховуючи, що коефіцієнт лінії регресії Z_V на Z_V^* рівний

$$p = \text{Cov}(Z_V, Z_V^*) / \text{Var}Z_V^*, \quad (2)$$

причому

$$\text{Var}Z_V^* = \text{Var}\left[\sum_i \lambda_i Z_V(X_i)\right] = \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \lambda_{ij}, \quad (3)$$

$$\text{Cov}\left[Z_V(V), Z_V^*\right] = \text{Cov}\left[Z_V(V), \sum_i \lambda_i Z(X_i)\right] = \sum_i \lambda_i \sigma_{VX_i}. \quad (4)$$

Згідно співвідношення, яке розглядалося при знаходженні дисперсії крігінгу, будемо мати такий вираз:

$$\sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j \lambda_{ij} + \mu = \sum_i \lambda_i \sigma_{VX_i}. \quad (5)$$

Відповідно, коли значення середнього по родовищу є відомим, то $\mu=0$ та $\text{Cov}(Z_V, Z_V^*) = \text{Var}Z_V^*$, тобто кутовий коефіцієнт лінії регресії рівний одиниці.

Дисперсія оцінок крігінгу є співставною із дисперсією точних значень або ж, в іншому випадку, вона є меншою від точних значень просторової змінної. Цим пояснюється ефект згладжування крігінгу:

$$\sigma_Z^2 \approx \sigma_{Z^*}^2 + \sigma_K^2, \quad (6)$$

де σ_Z^2 – дисперсія точних значень; $\sigma_{Z^*}^2$ – дисперсія оцінок крігінгу; σ_K^2 – дисперсія крігінгу.

Із вищенаведеної формули видно, що при зменшенні кількості проб, тобто збільшенні невизначеності та дисперсії крігінгу, згладжування його оцінок зростає.

Наступною важливою властивістю крігінгу є адитивність, яка полягає в його унікальній здатності отримувати аналогічні оцінки при зміні послідовності виконання операцій (за умов одного і того ж набору вихідної інформації). Дана властивість особливо є важливою при об'єднанні блоків (моделей рудних тіл) в один об'єм. Так, якщо у нас, наприклад, при опробуванні є два блоки об'ємами V_1 та V_2 із відповідними точними значеннями вмісту Z_1 та Z_2 , то при об'єднанні їх в один блок об'ємом V_3 ми отримаємо таку оцінку:

$$Z_3^* = \left[\frac{V_1}{V_1+V_2}\right]Z_1 + \left[\frac{V_2}{V_1+V_2}\right]Z_2 \quad (7)$$

Ефект екранування крігінгу полягає в тому, що при зменшенні ефекту самородка варіограмної моделі значення вагових коефіцієнтів, розміщених близько до точки оцінювання проб, різко зростає, а вагові коефіцієнти більш віддалених проб – відповідно зменшуються. Наприклад, при експлуатаційному опробуванні родовищ з'являється велика кількість проб. Немає потреби в тому, щоб використовувати абсолютно всі із них для оцінки кожного блоку. Адаже оцінки будуть дуже близькими до дійсних значень, якщо приймати в розрахунок тільки сусідні дані. При збільшенні відстані від точки оцінювання відбувається різке зниження значень вагових коефіцієнтів. Проблема полягає в тому, щоб обґрунтувати, скільки точок включати в розрахунки. Загальне правило – брати тільки декілька перших ареалів проб навколо цільової точки, якщо варіограма добре структурована, тобто, якщо вплив "ефекту самородків" порівняно невеликий. Причина в тому, що ці перші ареали повністю екранують вплив більш віддалених проб (рис. 3). При чистому "ефекті самородків", коли модель варіограми являє собою лінію на рівні порога без пологої частини, оцінкою є середнє арифметичне всіх проб, що попадають в установлений еліпсоїд пошуку.

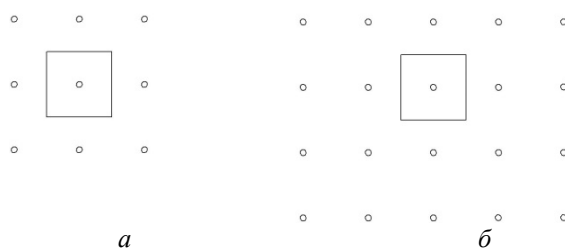


Рис. 3. Блок із одним ареалом даних (а) та з двома ареалами даних (б)