

МАТЕМАТИЧНА ТА МЕХАНІЧНА МОДЕЛІ ДВОКАНАЛЬНОГО П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ГРАВІМЕТРА

Вимірювання абсолютного значення прискорення сили тяжіння (ПСТ) з високою точністю необхідне для успішного розв'язання широкого спектру наукових задач: визначення форми Землі, побудови моделей руху глибинних мас, оцінки пружних деформацій поверхні планети, передбачення землетрусів, пошуку покладів корисних копалин та інше. Для вирішення цих важливих наукових задач призначені гравіметричні системи, чутливим елементом яких є гравіметр.

Вимірювання ПСТ за допомогою існуючих сьогодні гравіметрів проводили, в основному, маятниковим способом. Даний спосіб вимірювання полягає у вивченні залежності періоду коливань математичного маятника від величини поля сили тяжіння. Абсолютні маятникові вимірювання досить трудомісткі. Одне вимірювання може проводитися протягом доби. На результати маятникових спостережень істотно впливають похибки вимірювання довжини маятника і часу.

Сьогодні найперспективнішими є п'єзоелектричні, гіроскопічні, струнні та ємнісні гравіметри. Використання саме ємнісних гравіметрів (ЄГ) у якості чутливих елементів гравіметричних систем дає значні переваги у порівнянні з існуючими типами гравіметрів: вищі точність (1 мГал) та швидкодія.

Вимушені коливання відбуваються у коливальній системі двоканального п'єзоелектричного гравіметра (ДПГ) при дії на його чутливу масу ПСТ.

Коливальна система ДПГ включає у себе наступні елементи: інерційна маса (m), елемент жорсткості (κ) та демпфіруючий елемент (n). У якості демпфіруючого елемента виступає повітря, яке створює опір рухові ІМ.

Елемент жорсткості характеризується пружними властивостями ПЕ.

Запропонована коливальна система є справедливою за певних умов:

- рух ІМ розглядається в інерціальній системі відліку і відбувається лише в одному напрямку – вздовж осі z , перпендикулярної площині встановлення ПГ;
- опора, ІМ та інші складові ПГ є недемпфированими;
- маса пружного елемента набагато менша за ІМ;
- у межах можливих коливань, сила пружності пропорційна деформації пружного елемента;
- маса ЧЕ, коефіцієнт пружності та демпфірування є незмінними у часі.

Для одного чутливого елемента ДПГ рух ІМ із прискоренням g_z забезпечує сила, пов'язана з ним згідно з другим законом Ньютона:

$$G = mg_z, \quad (1)$$

де G – сила, яка діє на ІМ; m – величина ІМ.

Під час руху ІМ на неї діють також сила пружності ПЕ, сила опору руху та інерційна сила від дії вертикального прискорення ЛА.

Сила пружності ПЕ, відповідно до закону Гука, дорівнює:

$$F_{np} = -\kappa x, \quad (2)$$

де F_{np} – сила пружності ПЕ; κ – коефіцієнт пружності, який залежить від властивостей ПЕ; x – зміщення ІМ ПГ відносно нульового положення.

Сила опору руху ІМ:

$$F_{op} = -n \frac{dx}{dt}, \quad (3)$$

де F_{op} – сила опору руху ІМ; n – коефіцієнт опору (затухання).

З урахуванням (3), (4) і (5) отримаємо:

$$mg_z = -n \frac{dx}{dt} - \kappa x. \quad (4)$$

Кінцеве рівняння руху ПГ із врахування інерційної сили $F_i = m \frac{d^2 x}{dt^2}$ матиме вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + n \frac{dx}{dt} + \kappa x = -mg_z. \quad (5)$$

Чезез інерційність конструкції ПГ, двома першими складовими у наступному будемо нехтувати.

Рівняння руху ПГ в умовах установки на Землі, буде $g_z = -\frac{\kappa}{m}x$. В умовах установки ПГ на ЛА складову

$m \frac{d^2 x}{dt^2}$ треба враховувати.

Аналогічно для другого чутливого елемента ДПГ

Кінцеве рівняння руху матиме вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + n \frac{dx}{dt} + \kappa x = -mg_z. \quad (6)$$

Через інерційність конструкції ПГ, двома першими складовими у наступному будемо нехтувати, як і у першому випадку.

Рівняння руху другого ЧЕ ДПГ в умовах установки на Землі, буде $g_z = -\frac{\kappa}{m}x$.

Для двоканального п'єзогравіметра в умовах установки на Землі

$$g_z = -2 \frac{\kappa}{m}x.$$

В умовах установки ДПГ на ЛА складову $m \frac{d^2 x}{dt^2}$ треба враховувати.

Застосувавши до виразу (6) перетворення Лапласа отримаємо:

$$mp^2 x(p) + npx(p) + \kappa x(p) = -2mg_z(p), \quad (7)$$

де $x(p)$ – зображення по Лапласу зміщення ІМ; $g_z(p)$ – зображення по Лапласу ПСТ уздовж осі чутливості ДПГ.

Знаходимо передатну функцію $W(p)$ ДПГ по каналу ПСТ–зміщення ІМ:

$$W(p) = \frac{x(p)}{g_z(p)} = \frac{-2m}{mp^2 + np + \kappa}. \quad (8)$$

Оскільки вихідна напруга ДПГ прямо пропорційна зміщенню ІМ, використовуючи вираз (8), можна записати передатну функцію ДПГ по каналу ПСТ – вихідна напруга:

$$W_{III}(p) = \frac{2K_{III}}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}, \quad (9)$$

де $W_{III}(p)$ – передатна функція ДПГ по каналу ПСТ–вихідна напруга; K_{III} – статичний коефіцієнт передачі ДПГ; T_1 і T_2 – коефіцієнти, що визначають постійні часу об'єкта другого порядку.