УДК 519.67

Рудюк Л.В., к.ф.-м.н., ст. викл.,
Яремчук С.І., к. ф.-м..н., проф.,
Житомирський державний технологічний університет

ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕТОДІВ РОЗЕНА ТА G-ПРОЕКЦІЇ

Розглянемо задачу розміщення m об'єктів прямокутної форми D_j, $j = 1,\ldots, m$ в прямокутній області Ω, при якому досяг би екстремуму обраний критерій якості

$$f(Z) \to extr, Z \in G \tag{1}$$

де $f(Z)$ – неперервна та неперервно диференційована на G функція з градієнтом, який задовольняє на множині G умові Липшиця,

$Z = (Z^1, Z^2, ..., Z^m)$ – вектор, що визначає розміщення m прямокутників,

$Z^j(\xi^j_1, \xi^j_2,\ldots, \xi^j_n)$ – координати полюса j-го прямокутника, $j = 1,\ldots,m$.

На розміщення прямокутників накладаються геометричні обмеження, які являють собою: умови взаємного неперетинання прямокутних об'єктів та умови належності прямокутників області Ω – ці умови формують область припустимих розв'язків G.

Множину припустимих розв'язків G можна представити у вигляді об'єднання опуклих n-вимірних багатогранників G_k (k = 1, 2,…, r, $r = (2n)^{C_m^2}$). Кожен багатогранник описується системою лінійних нерівностей, кількість яких залежить від кількості прямокутників та розмірності простору.

Розв'язання задачі оптимізації розміщення прямокутників в прямокутній області можна замінити розв'язанням rпідзадач оптимізації тієї ж функції цілі на кожній з підмножин G_k (k = 1, 2,…, r), які являють собою опуклі багатогранники

$$f(Z) \to extr, \quad Z \in G_k, \; k = 1,...,r..$$

До розв'язання кожної з таких задач можна застосували класичний метод проекції градієнту Розена та побудований метод G-проекції.

Для того, щоб зробити висновок про можливість використання обраних методів для розв'язання задачі оптимального розміщення прямокутників, необхідно оцінити порівняльну швидкість та точність методів.

Так як і побудований метод G-проекції, і класичний метод Розена є ітераційними методами, для яких важко передбачити необхідну кількість ітерацій для отримання стаціонарних точок, зробити такі оцінки можна засобами математичної статистики, шляхом проведення модельних експериментів.

За отриманими результатами було побудовано практичну оцінку часової складності розв'язання підзадачі оптимізації методом G-проекції. Для побудови часової складності було використано апроксимацію за допомогою методу найменших квадратів.

Отримана часова складність виявилася поліномом третього ступеню наступного вигляду

$$T(m) = 5.667664\text{e-}4 \cdot m^3 - 6.698687\text{e-}3 \cdot m^2 + \\ + 0.074347 \cdot m - 0.044773 .$$

За отриманими результатами було побудовано практичну оцінку часової складності розв'язання підзадачі оптимізації методом Розена. Для побудови часової складності було використано апроксимацію за допомогою методу найменших квадратів.

Отримана часова складність виявилася поліномом п'ятого ступеню наступного вигляду

$$T(m) = 1.050076\text{e-}4 \cdot m^5 - 4.453569\text{e-}3 \cdot m^4 + \\ + 0.073336 \cdot m^3 - 0.518937 \cdot m^2 + \\ + 1.851118 \cdot m - 2.363549.$$

З аналізу отриманих оцінок для часових складностей випливає, що методом G-проекції розв'язок обраної підзадачі оптимізації знаходиться за значно менший проміжок часу, ніж методом Розена, тобто для розв'язання підзадачі оптимізації розміщення прямокутників метод G-проекції є швидшим, ніж метод проекції градієнту Розена.