

О.В. Гусєва, к.т.н., доц.

Національний технічний університет України «КПІ»

СПРОЩЕНА МОДЕЛЬ ДОСЛІДЖУВАНОВОГО ОБ'ЄКТА ДЛЯ ЗАВДАНЬ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ

Імпедансна томографія, порівняно з іншими томографічними методами вимагає значно складнішого математичного забезпечення. Розв'язання оберненої задачі (задачі реконструкції) електроімпедансної томографії є основою для створення діагностичних систем. Результат її розв'язку значною мірою залежить від початкового наближення до відтворюваного розподілу імпедансів. У даній статті пропонується визначення саме початкового наближення з використанням простої електричної схеми, яка моделює об'єкт дослідження.

Постановка проблеми. Імпедансна томографія, порівняно з іншими томографічними методами, вимагає значно складнішого математичного забезпечення. Розв'язання оберненої задачі (задачі реконструкції) електроімпедансної томографії (ЕІТ) є основою для створення діагностичних систем. Результат її розв'язку значною мірою залежить від початкового наближення до відтворюваного розподілу імпедансів.

Спрощені електричні моделі досліджуваних об'єктів (ДО) повинні не тільки якісно відображати властивості ДО при розв'язанні прямої задачі (аналізу), але і мати можливість отримати аналітичне рішення оберненої задачі (синтезу). У статті запропоновано одну з таких моделей.

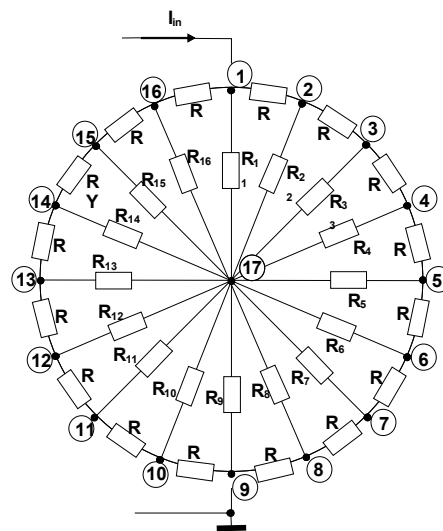


Рис. 1

Електрична схема. Як модель досліджуваного об'єкта (ДО) запропоновано просту схему, що представлена на рисунку 1. Звичайно при вимірюваннях використовують 8, 16 або 32 електродів. На схемі (рис. 1) фантом має $M = 16$ зовнішніх вузлів (електродів), до одного з яких (на рисунку – до електрода 1) підключене джерело струму I_{in} , а ще один електрод заземлено (на рисунку – електрод 9). Внутрішній (центральный) вузол має номер $M+1$.

У даній моделі опори на зовнішній границі всі однакові, а опори внутрішніх елементів можуть бути різними. В загальному випадку всі опори схеми комплексні (на рисунку 1 вони показані активними).

Загальна матриця провідностей схеми має вигляд:

$$M_Y = \begin{bmatrix} 2\dot{Y} + \dot{Y}_1 & -\dot{Y} & 0 & \dots & 0 & 0 & -\dot{Y} & -\dot{Y}_1 \\ -\dot{Y} & 2\dot{Y} + \dot{Y}_2 & -\dot{Y} & \dots & 0 & 0 & 0 & -\dot{Y}_2 \\ 0 & -\dot{Y} & 2\dot{Y} + \dot{Y}_3 & \dots & 0 & 0 & 0 & -\dot{Y}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2\dot{Y} + \dot{Y}_{M-2} & -\dot{Y} & & -\dot{Y}_{M-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\dot{Y} & 2\dot{Y} + \dot{Y}_{M-1} & -\dot{Y} & -\dot{Y}_{M-1} \\ -\dot{Y} & 0 & 0 & \dots & 0 & -\dot{Y} & 2\dot{Y} + \dot{Y}_M & -\dot{Y}_M \\ -\dot{Y}_1 & -\dot{Y}_2 & -\dot{Y}_3 & \dots & -\dot{Y}_{M-2} & -\dot{Y}_{M-1} & -\dot{Y}_M & \sum_{k=1}^M \dot{Y}_k \end{bmatrix},$$

де $\dot{Y} = 1/\dot{Z}$ – провідності зовнішніх опорів, $\dot{Y}_k = 1/\dot{Z}_k$ – провідності внутрішніх опорів, $k = 1 \dots M$.

Розв’язок прямої задачі ЕІТ. Розподіл потенціалів на зовнішніх електродах розраховується за допомогою методу вузлових потенціалів.

Нехай струм підводиться до електрода з номером n , а електрод з номером m заземлений. Тоді, в стовпчику струмів ненульовим буде n -ий елемент, що дорівнює за значенням вхідному струму I_{in} . Потім у матриці M_Y потрібно вичеркнути m -ий стовпчик та m -ий рядок, а в стовпці струмів – m -ий елемент.

Розв’язуючи систему рівнянь

$$[MY_m] \cdot [U_i]^T = [I_i],$$

знаходимо невідомі потенціали електродів U_i ($i = 1, \dots, M, i \neq m$).

Результати розрахунків (постійний струм). У наданих результатах розрахункових досліджень значення постійного питомого струму $I_{in} = 1 \text{ mA}$, опір граничних елементів $R = 2 \text{ кОм}$ розмірність потенціалів та напруг – Вольти. У чисельних дослідженнях використовується 32 електроди. Живлення досліджуваного фантома протилежне: струм підводиться до електрода, що має азимут 0° , заземлено електрод з азимутом 180° .

Прийнято такі позначення: R_n – опір внутрішніх елементів; R_x – опір неоднорідностей; $U(R)$ – поточний розподіл потенціалів на зовнішніх електродах; U_0 – розподіл потенціалів на зовнішніх електродах, коли всі опори фантома однакові і дорівнюють R (однорідне заповнення); U_{Rn} – розподіл потенціалів на зовнішніх електродах, коли всі внутрішні опори фантома однакові й дорівнюють R_n (однорідне заповнення).

Об’єктом розрахункового дослідження є різниця поточного розподілу потенціалів та розподілу потенціалів для однорідного фантома, яка дозволяє оцінити чутливість розрахунків до зміни параметрів. На рисунках 2 і 3 надано розподіли потенціалів для випадку, коли неоднорідність відсутня (однорідне заповнення). Рисунок 2 відповідає випадку $R_n > R$ (опори заповнення більше опорів на границі), рисунок 3 – випадку $R_n < R$ (опори заповнення менше опорів на границі).

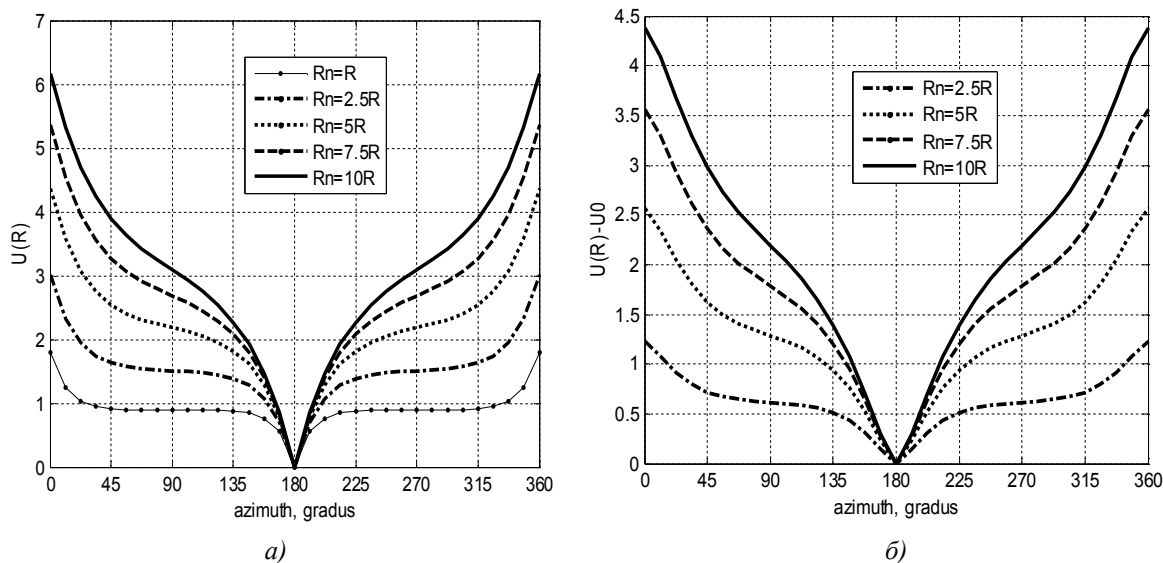


Рис. 2. Однорідний фантом, $R_n > R$:
 а – розподіл потенціалів; б – розподіл різниці потенціалів

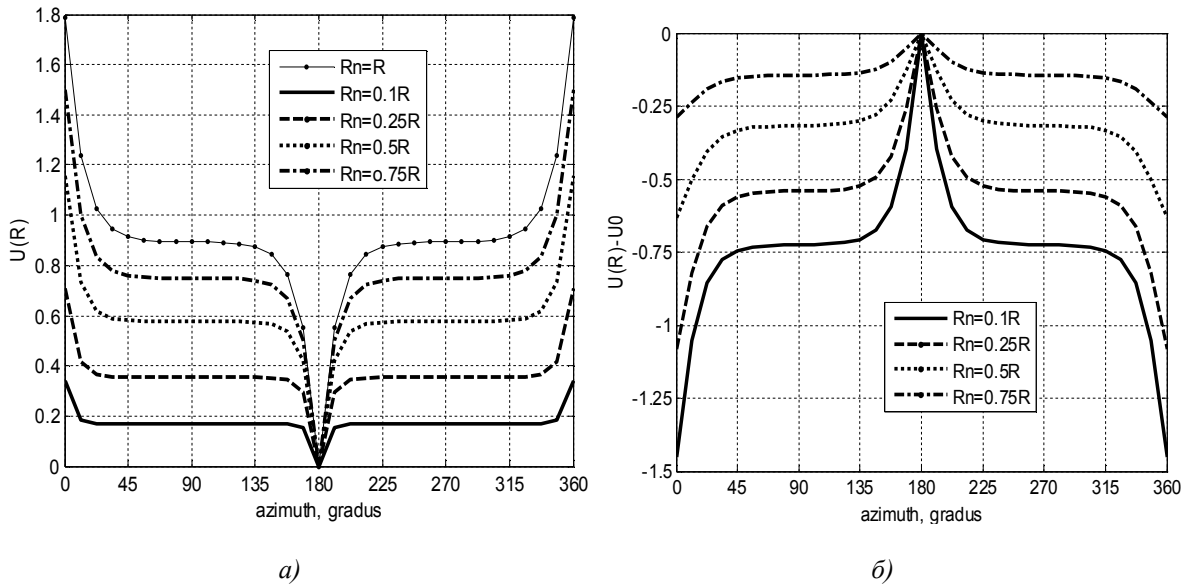


Рис. 3. Однорідний фантом, $R_n < R$:
 а – розподіл потенціалів; б – розподіл різниці потенціалів

Рисунки 4 та 5 відображають розподіл різниці потенціалів при зміщенні неоднорідності, що займає три сусідні внутрішні опори, за азимутом. Опір неоднорідності в розподілі на рисунку 4 $R_x = 100$ Ом, на рисунку 5 – 10 кОм. Опір інших внутрішніх опорів $R_n = 5$ кОм. Позначення на рисунках « $n = 5$ » означає, що середній опір неоднорідності спрямовано на електрод з азимутом $\alpha = 45^\circ$ (номер електрода 5).

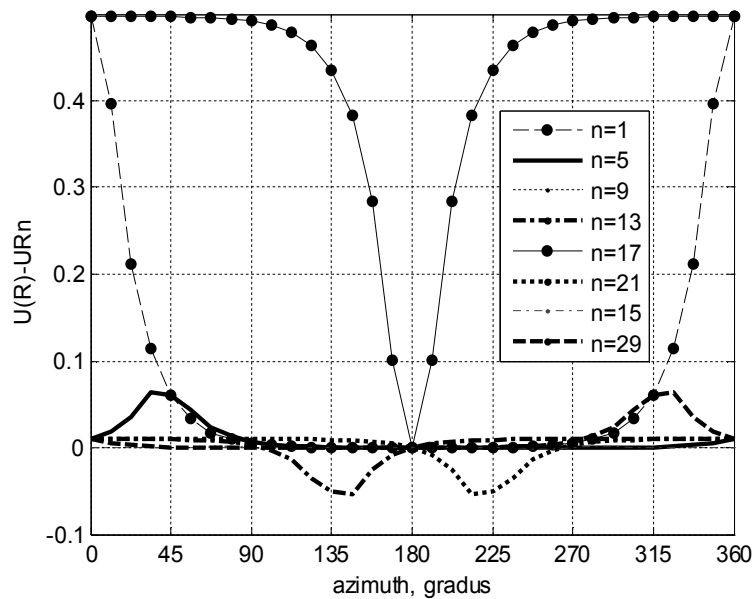


Рис. 4. Неоднорідний фантом, $R_x = 100$ Ом

З рисунків 4 і 5 видно, що чим ближче неоднорідність до питомого або заземленого електрода, тим більш чутливий до неї розподіл потенціалів. Знак різниці потенціалів надає інформацію також і про ступінь відмінності опору неоднорідності від опору заповнення фантома.

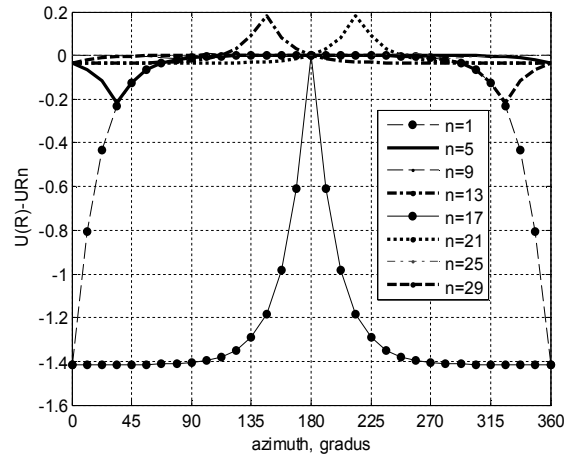


Рис. 5. Неоднорідний фантом, $R_x = 5 \text{ кОм}$

На рисунку 6 показано вплив зміни опору та ширини неоднорідності на розподіл різниці потенціалів. При цьому опір внутрішніх елементів $R_n = 5 \text{ кОм}$, середній опір неоднорідності спрямований на електрод з номером 5 ($\alpha = 45^\circ$). Зміна ширини відбувається за допомогою зміни кількості сусідніх внутрішніх опорів, які відображають неоднорідність (на рисунку 6 – це 1, 3, 5 та 7 опорів). Видно, що збільшення розміру (ширини) неоднорідності призводить до значного збільшення роздільної здатності (різниці потенціалів).

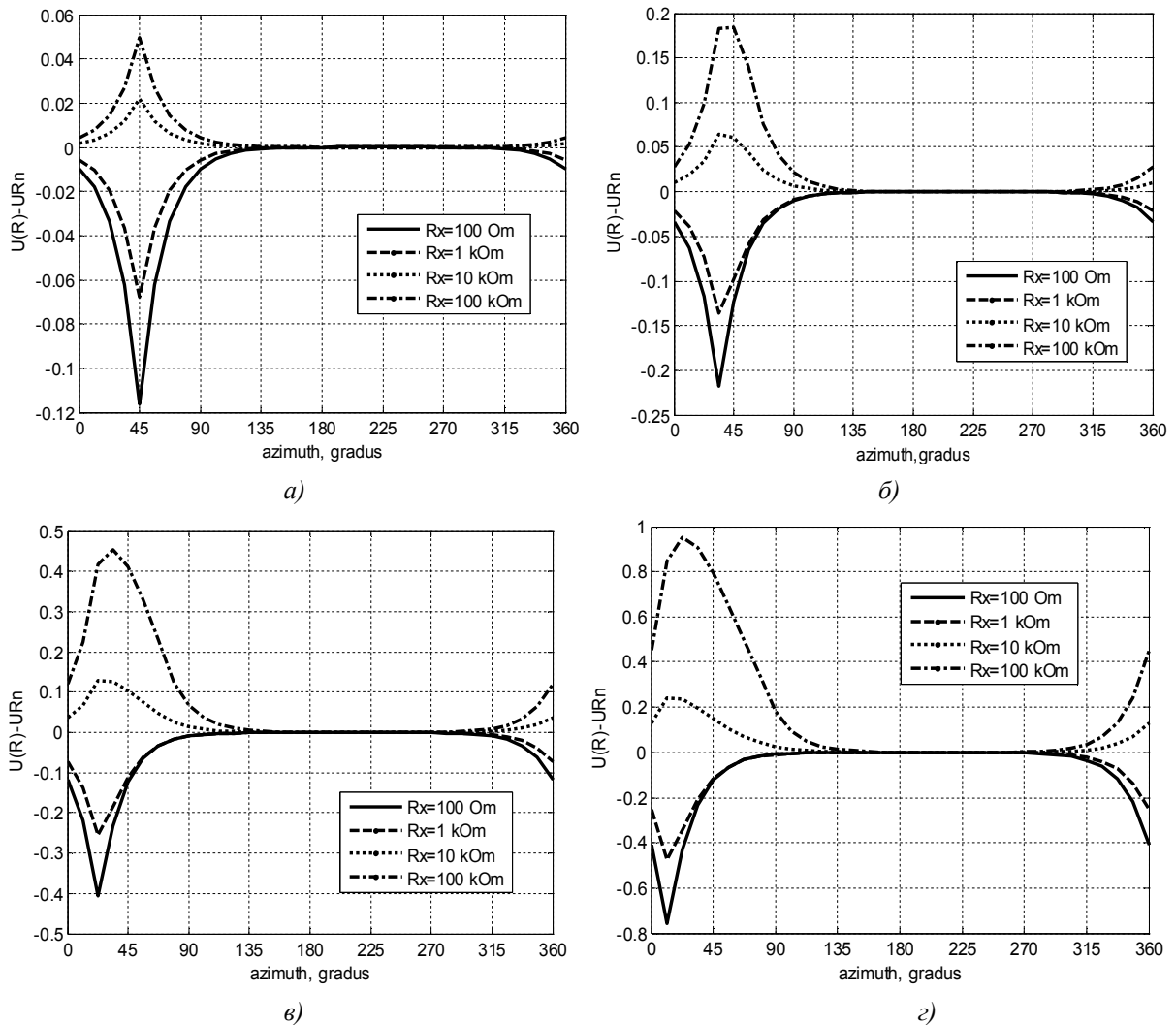


Рис. 6. Ширина неоднорідності: а – 1; б – 3; в – 5; г – 7

На рисунку 7 наведено розподіл різниці потенціалів для випадку двох однакових неоднорідностей шириною 3 при зміні їх опорів. Середній опір однієї спрямований на електрод з номером 5 ($\alpha = 45^\circ$), іншої – на електрод з номером 25 ($\alpha = 270^\circ$). При цьому опір внутрішніх елементів $R_n = 5$ кОм. Видно, що ближча до питомого або заземленого електрода неоднорідність більше впливає на розподіл різниці потенціалів.

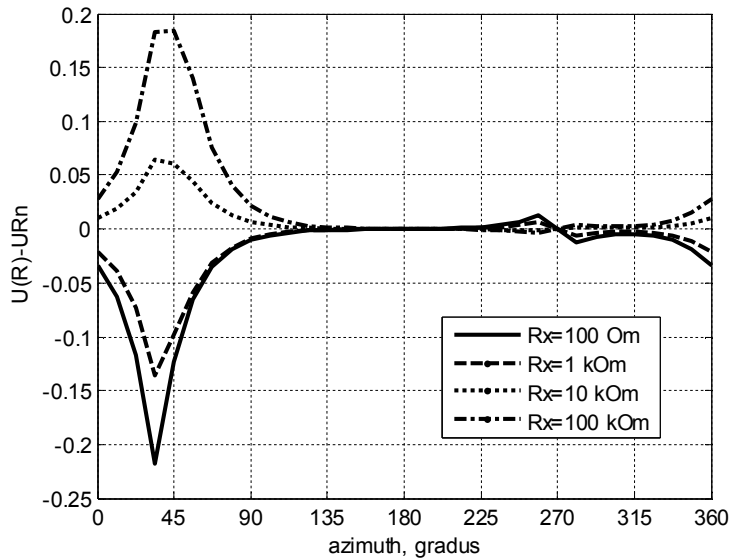


Рис. 7

Сумісне живлення. Звичайно сумісне живлення дозволяє виявити неоднорідні включення, які розташовані поблизу центра фантома, в той час як при протилежному живленні вони практично непомітні. Але в нашій моделі (рис. 1) центральна область відсутня, тому вона не підходить для дослідження випадку сумісного живлення.

Розв’язок оберненої задачі ЕІТ. Розв’язок зворотної задачі базується на законах Кірхгофа в наближенні, що всі зовнішні опори однакові й значення їх відоме.

Будемо вважати, що струми в зовнішніх гілках за азимутом прямують від питомого до заземленого вузла, струми в усіх внутрішніх гілках, окрім гілки, що приєднана до заземленого вузла, прямують до центра. Струм у гілці, що приєднана до заземленого вузла, спрямований до цього вузла.

Тоді всі внутрішні струми можна розрахувати за формулами:

$$I_n = I_{in} - (2\varphi_n - \varphi_{n-1} - \varphi_{n+1})Y \text{ – струм від питомого вузла;}$$

$$I_m = I_{in} - (2\varphi_{m-1} + \varphi_{m+1})Y \text{ – струм до заземленого вузла;}$$

$$I_k = (\varphi_{k-1} + \varphi_{k+1} - 2\varphi_k)Y, \quad k \neq n, m \text{ – струм в інших внутрішніх гілках,}$$

де φ_k – потенціал k -го вузла.

Для розв’язку оберненої задачі необхідно знати розподіли потенціалів, що виміряні при поступовому переміщенні точок підключення джерела струму і заземлення за азимутом на півкола. При цьому формується система лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} I_n R_n + I_{n+M/2} R_{n+M/2} = \varphi_n - \varphi_{n+M/2}; & n = 1 \dots M/2. \\ I_n R_n - I_{n+1} R_{n+1} = \varphi_n - \varphi_{n+1}, \end{cases}$$

У цій системі невідомими є тільки внутрішні опори.

В таблиці 1 наведено результати розрахункового розв’язку оберненої задачі для випадку протилежного збудження. Наведені в цій таблиці потенціали є результатом розв’язку прямої задачі.

Таблиця 1

Відновлення опорів при протилежному збудженні

№	Внутрішній опір, кОм	Потенціал на зовнішній границі, В
---	----------------------	-----------------------------------

з/п	точно	4 знака	3 знака	1,9	2,1	3,11	4,12	5,13	6,14	7,15	8,16
1	5,0000	5,0003	5,0064	2,9277	2,2156	1,7789	1,4549	1,3854	1,2784	1,0749	0,7024
2	5,0000	5,0007	4,9871	2,2049	2,8690	2,0699	1,4997	1,4463	1,3908	1,2834	1,0905
3	5,0000	5,0004	4,9932	1,7786	2,0747	2,5899	1,5420	1,4830	1,4572	1,4064	1,3194
4	0,1000	0,1003	0,1019	1,4782	1,5150	1,5469	1,5988	1,5100	1,5040	1,4931	1,4807
5	0,1000	0,1001	0,0999	1,4638	1,4892	1,4993	1,5102	1,5982	1,5102	1,4993	1,4892
6	0,1000	0,1000	0,1005	1,4495	1,4807	1,4931	1,5040	1,5100	1,5988	1,5469	1,5150
7	5,0000	5,0012	5,0022	1,1491	1,3194	1,4064	1,4572	1,4830	1,5420	2,5899	2,0747
8	5,0000	5,0007	4,9883	0,7228	1,0905	1,2834	1,3908	1,4463	1,4997	2,0699	2,8690
9	5,0000	5,0003	5,0039	0	0,7024	1,0749	1,2784	1,3854	1,4549	1,7789	2,2156
10	5,0000	4,9993	5,0003	0,6917	0	0,6974	1,0749	1,2759	1,3896	1,6007	1,8532
11	5,0000	5,0002	5,0049	1,0745	0,7023	0	0,6989	1,0739	1,2777	1,4638	1,6366
12	5,0000	4,9992	4,9985	1,3016	1,0901	0,7037	0	0,6986	1,0745	1,3137	1,4794
13	5,0000	4,9998	5,0063	1,4638	1,3187	1,0901	0,6987	0	0,6987	1,0901	1,3187
14	5,0000	5,0003	5,0028	1,6261	1,4794	1,3137	1,0745	0,6986	0	0,7037	1,0901
15	5,0000	4,9996	4,9984	1,8532	1,6366	1,4638	1,2777	1,0739	0,6989	0	0,7023
16	5,0000	4,9994	4,9991	2,2360	1,8532	1,6007	1,3896	1,2759	1,0749	0,6974	0

Звичайні вимірювальні прилади мають відносну похибку вимірювання (0,01...0,1) %. У третьому та четвертому стовпчиках таблиці наведено результати відновлення опорів при округленні розрахованих потенціалів до чотирьох та трьох значущих цифр відповідно.

Результати, наведені в таблиці 1, показують, що при протилежному збудженні похибка в третьому знаку при вимірюванні розподілу потенціалів веде до похибки в третьому знаку відновлених опорів.

Висновки. У статті запропоновано просту електричну схему, що моделює фізичний досліджуваний об'єкт. Для неї при деяких припущеннях розв'язано пряму та обернену задачу ЕІТ. Розподіли зовнішніх потенціалів, які розраховані для випадку протилежного збудження, добре узгоджуються за поведінкою та діапазоном значень потенціалів з аналогічними розподілами, які отримані при розв'язку прямої електростатичної задачі [1] методом кінцевих елементів.

Комп'ютерне моделювання розподілу опорів (обернена задача) показала добру стійкість моделі до похибок вимірювання для випадку протилежного збудження.

Таким чином, запропоновану схему можна використовувати для підготовки початкового наближення, для розв'язку оберненої задачі більш точними методами для випадку протилежного збудження. Для випадку сумісного збудження запропонована схема не підходить.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Гусєва О.В. Оцінка чутливості вимірювань потенціалів при багатоканальній імпедансній томографії / О.В. Гусєва, В.І. Найдено, О.Б. Шарпан // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2006. – № 1. – С. 12–18.

ГУСЄВА Олена Володимирівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичних основ радіотехніки Національного технічного університету України «КПІ».

Наукові інтереси:

- математичне моделювання в завданнях медичної діагностики;
- розрахункові методи електродинаміки.

Тел.: (044) 454–93–91; (044) 400–27–04.

E-mail: guseva@tor.kpi.ua

Подано 03.08.2011

