Трофимчук А.Н., д.т.н., и.о. директора,
Ушакова Л.П., н.с.,
Васянин В.А., к.т.н., с.н.с.
Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, г. Киев

ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ В МНОГОПРОДУКТОВОЙ СЕТИ С ЗАДАННЫМИ ТАРИФАМИ НА ДУГАХ

Постановка и математическая модель задачи. На сети с n узлами заданы целочисленные матрицы потоков мелкопартионных корреспонденций $A=\|a_{ij}\|_{n\times n}$ и транспортных блоков $\widetilde{A}=\|\widetilde{a}_{ij}\|_{n\times n}$, где a_{ij} и $\widetilde{a}_{ij}$, $i, j=\overline{1,n}$, $i\neq j$ — соответственно величина потока из узла источника i в узел стока j в единицах измерения мелкопартионных корреспонденций и транспортных блоков. Предполагается, что размеры мелкопартионных корреспонденций и транспортных блоков унифицированы и в один транспортный блок помещается ω единиц мелкопартионных корреспонденций. Транспортировка потоков в сети из узлов источников в узлы стоки осуществляется только в транспортных блоках, при этом в транспортные блоки могут быть упакованы корреспонденции, адреса назначения которых не совпадают с адресами назначения транспортных блоков. Услуги по транспортировке транспортных блоков из узлов i в узлы j оказывают Q транспортных предприятий. Для всех предприятий заданы тарифы $C_{tr}^{\alpha\beta}$ на транспортировку единицы потока и ограничения $W_{\alpha\beta}$ на провозные возможности из узла α в узел β, $\alpha,\beta=\overline{1,n}$, $\alpha\neq\beta$. Для узлов сети заданы тарифы C_{load}^{β} на обработку единицы потока и ограничения b_{β} на величину транзитного потока в узле $\beta=\overline{1,n}$. Кроме того, заданы ограничения на время доставки получателю мелкопартионных корреспонденций из i в j.

Требуется минимизировать затраты на транспортировку и обработку транспортных блоков при всех заданных ограничениях.

Пусть $G(N,P)$ — мультисеть с $|N|=n$ узлами и $|P|=l$, $l\leq Q(n^2-n)$ ориентированными дугами, S — множество индексов ij потоков, $u_{ij}^{\alpha\beta}$ — неизвестный поток транспортных блоков из i в j, проходящий по дуге $\alpha\beta\in P$. Требуется найти минимум функции

$$F=\sum_{\alpha\beta\in P}C_{tr}^{\alpha\beta}\cdot\left(\sum_{ij\in S}u_{ij}^{\alpha\beta}\right)+\sum_{\beta=1}^{n}C_{load}^{\beta}\cdot\left(\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{ij\in S}(u_{ij}^{\alpha\beta}+u_{ij}^{\beta\alpha})\right), \qquad (1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{\beta=1}^{n}u_{ij}^{\alpha\beta}-\sum_{\beta=1}^{n}u_{ij}^{\beta\alpha}=\begin{cases}\widetilde{a}_{ij} \text{ при } i=\alpha,\\ 0 \text{ при } i\neq\alpha, j\neq\alpha,\\ -\widetilde{a}_{ij} \text{ при } j=\alpha, \text{для } \alpha=\overline{1,n}, ij\in S,\end{cases} \qquad (2)$$

$$\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{ij\in S}(u_{ij}^{\alpha\beta}+u_{ij}^{\beta\alpha})-\sum_{j=1}^{n}(\widetilde{a}_{\beta j}+\widetilde{a}_{j\beta})\leq 2b_{\beta},\ \beta=\overline{1,n}, \qquad (3)$$

$$\sum_{ij\in S}u_{ij}^{\alpha\beta}\leq W_{\alpha\beta}\ \forall\,\alpha\beta\in P, \qquad (4)$$

$$u_{ij}^{\alpha\beta}\geq 0 \text{ - целые числа}, \qquad (5)$$

и ограничениях $t_{ij}\leq T_{ij}$, $ij\in S$ на время доставки мелкопартионных корреспонденций a_{ij} получателю.

Основные результаты и направления дальнейших исследований. В докладе рассматриваются вопросы преобразования задачи (1)-(5) к задаче целочисленного линейного программирования (ЦЛП) с блочной структурой и связывающими ограничениями, когда в качестве матрицы коэффициентов выступает матрица инциденций узлы-дуги ориентированного графа. Доказана теорема о том, что любая индивидуальная задача вида (1)-(5) может быть за полиномиальное время $O[(Q+1)n^2-Qn]$ преобразована в индивидуальную задачу ЦЛП. Показано, что для решения исходной задачи могут быть использованы разработанные авторами эвристические методы и алгоритмы. Для решения преобразованной задачи без учета ограничений на время доставки мелкопартионных корреспонденций получателю возможно применение известных методов и пакетов программ, однако для установления границ их эффективности и анализа получаемых решений необходимо проведение обширного вычислительного эксперимента на общедоступных серверах, таких как NEOS, GAMS и др. с программами Gurobi, Linear Program Solver, Simplex OPTIMA, CPLEX, MINTO и пр.