

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ ФОРМУВАННЯ МАРШРУТІВ ПЕРЕВЕЗЕННЯ

У доповіді розглядається приклад моделювання практичних проблем евклідовими задачами комбінаторної оптимізації на розміщеннях.

Фірма закуповує товар на l підприємствах і доставляє його в m магазинів для продажу. Для кожного підприємства відомий обсяг V_i' ($i=1, \dots, l$) продукції, що виробляється, та вартість a_i одиниці продукції. Також відомі величини V_j'' мінімального обсягу закупівлі та b_j прибутку від продажу одиниці продукції для j -го магазину ($j=1, \dots, m$). Вартість перевезення одиниці товару з i -го підприємства до j -го магазину складає c_{ij} грошових одиниць. Для перевезення товару фірма має η транспортних засобів, з них η_i транспортних засобів мають вантажопідйомність e_i ($i=1, \dots, n$). Необхідно максимізувати рентабельність фірми, розподіливши на кожному маршруті між підприємством-виробником та магазином не більше одного транспортного засобу, причому забороняється недовантаженість транспортних засобів.

Для побудови математичної моделі позначимо $k=lm$ — загальна кількість маршрутів, x_{ij} — обсяг товару, що перевозиться з i -го підприємства до j -го магазину. Тоді функція, що максимізується, матиме вигляд:

$$P(x) = \frac{\sum_{j=1}^m \left(b_j \sum_{i=1}^l x_{ij} \right)}{\sum_{i=1}^l \left(a_i \sum_{j=1}^m x_{ij} \right) + \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}}.$$

Для формалізації обмеження на наявні транспортні засоби розглянемо мультимножину G з основою $S(G) = \{0, e_1, e_2, \dots, e_n\}$ та первинною специфікацією $G = \{k, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n\}$ (термінологію з евклідової комбінаторної оптимізації вживатимемо згідно з [1]). Тоді допустимий розв'язок є елементом загальної множини розміщень $E_{\eta_n}^k(G)$.

Отже, математична модель задачі набуває вигляду: знайти пару $\langle P(x^*), x^* \rangle$ таку, що

$$P(x^*) = \max_{x \in R^k} P(x), \quad x^* = \arg \max_{x \in R^k} P(x), \quad (1)$$

за комбінаторної умови на вантажопідйомність наявних транспортних засобів

$$x_{11}, \dots, x_{1m}, \dots, x_{lm} \in E_{\eta_n}^k(G) \quad (2)$$

та додаткових лінійних обмежень:

на обсяги виробництва підприємств

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} \leq V_i', \quad i=1, \dots, l, \quad (3)$$

на мінімальні закупівельні партії магазинів

$$\sum_{i=1}^l x_{ij} \geq V_j'', \quad j=1, \dots, m. \quad (4)$$

Задача (1)–(4) є дробово-лінійною задачею комбінаторної оптимізації на розміщеннях. Для її розв'язування може використовуватися метод побудови лексикографічної еквівалентності, представлений у [2].

Література

1. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г.Стоян, О.О.Ємець. – К. : Інститут системних досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/487>.
2. Ємець О.А. Решение задач комбинаторной оптимизации дробно-линейных функций на размещениях методом построения лексикографической эквивалентности / О.А.Ємець, Т.Н. Барболіна // Modelare matematică, optimizare și tehnologii informaționale = Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии : Materiale Conf. Intern., ed. a 5-a, 22-25 mar. 2016, Chișinău / red. resp. : Dumitru Solomon ; col. red. Dumitru Lozovanu [et.al]. – Chișinău : Evrica : АПІС, 2016 (Tipografia АȘМ). – Vol. 2. – P. 152-160.