

## ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ, ЩО МІСТЯТЬ ВИМІРЮВАЛЬНУ ІНФОРМАЦІЮ

Багато задач тематичного дешифрування зводяться до взаємного співставлення між собою зображень, сформованих за допомогою датчиків різних фізичних полів. Яскравим прикладом може служити розвиток дистанційних методів контролю природних ресурсів та динаміки екосистем (так званого моніторингу), що зводиться до зіставлення знімків однієї і тієї ж території, отриманих в різний час і/або за допомогою різних датчиків. Найчастіше використовуються оптичне, радіолокаційне, радіотеплове, магнітне та інші поля. Спільне використання різних фізичних полів вимагає попередньої обробки відповідних їм зображень, наприклад, з метою переведення зображень в одну спектральну область.

На практиці зображення одного і того ж об'єкта або ділянки місцевості, отримані в різний час або за допомогою різних датчиків, можуть значно відрізнятися один від одного. Звідси випливає ряд важливих завдань прив'язки, а також точної взаємної геометричної і амплітудної корекції для подальшого спільного аналізу. У будь-якому випадку це вимагає встановлення відповідності між елементами вихідних зображень, що зводиться до виділення так званих опорних (інакше, реперних або сполучених) точок на зображеннях, за якими можна здійснити координатну прив'язку знімків з одночасною геометричною корекцією. (Точки на двох зображеннях називаються сполученими, якщо вони є образами однієї точки сцени). Наприклад, аерокосмічний комп'ютерний моніторинг передбачає наявність дискретного за часом спостереження з невеликим часовим інтервалом, і тому, коли рухома камера фіксує яскравий образ спостережуваного об'єкта (оптичну поверхню) у вигляді послідовності зображень, то цей образ від знімка до знімка деформується внаслідок перспективних спотворень і зміни положення камери. Геометрія відповідних деформацій моделюється проєктивними перетвореннями, які складають більше великий клас, ніж відомі перетворення евклідової геометрії (досить сказати, що довжини і кути в проєктивній геометрії не зберігаються, а паралельні лінії можуть перетинатися).

Сучасні методи геометричного перетворення цифрових зображень нараховують велику кількість видів. Проблемою вибору методу є відбір найефективнішого у вирішенні поставленого завдання. Основні з них розглядаються в цьому дослідженні, де висвітлюються методика кожного з них, їх переваги та недоліки.

*Точки і прями лінії на площині – подвійність опису.* Пряма лінія на площині, як відомо з аналітичної геометрії, складається з усіх точок, що задовольняють рівняння:

$$ax + by + 1 = 0.$$

Нехай дві точки мають координати  $(x_1, y_1)$  і  $(x_2, y_2)$  відповідно. Ясно, що оскільки лінія проходить через ці точки, то вона повинна задовольняти два рівняння:

$$ax_1 + by_1 + 1 = 0,$$

$$ax_2 + by_2 + 1 = 0.$$

Дану систему з двох рівнянь можна легко вирішити відносно невідомих значень  $a$  і  $b$  отримати відповідні вирази:

$$a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 y_2 - x_2 y_1}, \quad b = \frac{x_2 - x_1}{x_1 y_2 - x_2 y_1}.$$

*Однорідні координати.* Для подолання зазначених проблем опису геометричних об'єктів, а також для вирішення завдань перетворення 3D-простору 2D-площини в уніфікованому (матричному) вигляді вводиться формалізм так званих однорідних координат. Однорідними координатами служать трійки чисел  $(\bar{x}, \bar{y}, w)$  (одночасно не рівні нулю), пов'язані зі звичайними координатами точок площини співвідношенням:

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ w \end{pmatrix} = w \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix},$$

так що:

$$x = \bar{x}/w, \quad y = \bar{y}/w.$$

*Евклідові перетворення.* Сцену іноді можна розглядати як тверде тіло, коли взаємні деформації елементів сцени в тривимірному просторі не допускаються. Аналогічно і площину іноді можна вважати жорсткою (яку не можна деформувати). Жорстким рухам площині відповідає евклідова підгрупа, яка містить лише перетворення зсуву і повороту, математично записуваних в векторно-матричній формі як:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$$

з матрицею повороту на кут виду:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

і вектором трансляції (зсуву):

$$t = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}.$$

*Афінні перетворення.* Якщо матрицю обертання замінити загальною не виродженою матрицею  $A$ , то отримаємо перетворення:

$$x' = ax + by + c,$$

$$y' = dx + ey + f,$$

або в матричному вигляді:

$$x' = Ax + cx' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix} c = \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}.$$

*Проективні перетворення.* В загальному, не зберігають паралельності ліній. Властивістю, що зберігається під час проектного перетворення, є так звана колінеарність точок: три точки, що лежать на одній прямій (тобто колінеарні), після перетворення залишаються лежати на одній прямій. Тому оборотне проективне перетворення прийнято називати ще колінеацією.

Проективне перетворення пов'язане з відображенням тривимірної візуальної інформації на двовимірну площину. З математичної точки зору зручно розглядати світ, включеним в тривимірний проективний простір  $P^3$ , а площину зображення, включеної в проективне простір розмірності два –  $P^2$ . Точки на тривимірній сцені на зображенні представляються в проективних просторах як вектори в однорідних координатах.

Проективне перетворення з  $P^3$  в  $P^2$  (перспективна проекція), яке відображає евклідову точку сцени  $p = (X, Y, Z)^t$  в точку зображення  $x = (x, y)^t$  і виражене в однорідних координатах, задається у вигляді:

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} wx \\ wy \\ w \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} WX \\ WY \\ WZ \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \\ \bar{W} \end{pmatrix}.$$

Під час отримання зображень із супутника та під час аерофотозйомки виникають розбіжності просторового рельєфу. Відновлення просторового рельєфу призводить до проблеми ідентифікації: встановлення точної координатної відповідності елементів стереозображення.

Вирішення цього завдання полягає у виділенні пар реперних фрагментів і оцінюванні параметрів «розбіжності» відповідних точок (це називається в стереофотограмметрії бінокулярною дизпаратністю), за якими можна відновити функцію геометричного перетворення і оцінити поверхню тривимірної сцени (рельєф). Це відновлення і проводиться за допомогою вище описаних методів.